

INTRODUCTION À L'ACOUSTIQUE

Yann MARCHESSE
Pôle Énergétique / LabECAM
ECAM LYON

Yann Marchesse
Pôle Énergétique / LabECAM
ECAM LYON

Date de compilation du document : 26 novembre 2018

ÉCOLE CATHOLIQUE D'ARTS ET MÉTIERS

40 Montée Saint-Barthélemy - 69321 Lyon Cedex 05

Tél. : 04 72 77 06 00

www.ecam.fr

Sommaire

Nomenclature	vii
Avant-propos	1
1 Introduction générale	3
2 Ondes acoustiques	7
2.1 Grandeurs acoustiques	7
2.2 Équations de la mécanique des milieux continus	10
2.3 Équations de base de l'acoustique linéaire	14
2.4 Bilan d'énergie : densité énergétique	17
2.5 Intensité et puissance acoustiques	18
2.6 Ondes harmoniques	19
2.7 Mesures acoustiques	19
2.8 Onde plane	21
2.9 Onde sphérique	23
2.10 Exercices	26
3 Niveaux acoustiques	31
3.1 Généralités	31
3.2 Niveaux de pression, d'intensité et de puissance	32
3.3 Sensation auditive	37
3.4 Pondération	39
3.5 Influence du temps	40
3.6 Conditions de travail en entreprise	42
3.7 Exercices	43
4 Sources acoustiques élémentaires	47
4.1 Sources élémentaires	47
4.2 Sources acoustiques linéaires	57
4.3 Sources acoustiques étendues	60
4.4 Directivité des sources	67
4.5 Exercices	70

5	Cavités et guides d'ondes	75
5.1	Cavités	75
5.2	Guides d'ondes de section constante	85
5.3	Exercices	90
6	Réflexion et transmission - Impédance de paroi	93
6.1	Définition des coefficients de réflexion et de transmission	93
6.2	Transmission d'un milieu à un autre en incidence normale	94
6.3	Transmission d'un milieu à un autre en incidence oblique	101
6.4	Impédance acoustique de paroi	105
6.5	Exercices	109
7	Tubes, résonateurs, et filtres	113
7.1	Résonance dans les tubes	113
7.2	Réflexion et transmission d'ondes dans les tubes	117
7.3	Le résonateur d'Helmholtz	122
7.4	Tube à ondes stationnaires ou tube de Kundt	128
7.5	Méthode des deux microphones	133
8	Métrologie acoustique	135
8.1	Spectres acoustiques	135
8.2	Détermination expérimentale de la pression acoustique	139
8.3	Détermination expérimentale de l'intensité acoustique	143
8.4	Détermination expérimentale de la puissance acoustique	145
8.5	Les mesures en laboratoire : chambres anéchoïque et réverbérante . . .	149
8.6	Localisation des sources acoustiques	150
	Bibliographie sommaire	155
A	Annexes	161
A.1	Nombres complexes	161
A.2	Opérateurs	161
A.3	Les fonctions de Bessel	162
B	Traduction de termes techniques anglais	165

Nomenclature

La même notation peut dans certains cas représenter des quantités physiques distinctes, mais replacée dans le contexte du chapitre traité, toute ambiguïté devrait être levée.

Caractères usuels

c	Célérité
f	Fréquence
g	Accélération de pesanteur
\vec{I}	Vecteur intensité acoustique
j	Nombre complexe ($j^2 = -1$)
\vec{k}	Vecteur d'onde ($\ \vec{k}\ = 2\pi/\lambda$)
L_p, L_I, L_W	Niveaux de pression, d'intensité et de puissance
p	Pression acoustique
P	Pression statique
r	Constante spécifique des gaz (rapport de la constante des gaz et du poids moléculaire)
R	Constante des gaz parfaits
r	distance radiale à une source acoustique rayonnant des ondes sphériques
\tilde{R}, R_W	Coefficients de réflexion en pression et en puissance
$Re()$	Partie réelle d'un nombre complexe
t	Variable temporelle
T	Température
T	Période
U	Vitesse du fluide
V	Vitesse acoustique
W	Puissance acoustique
\vec{x}	Position spatiale du point considéré
\tilde{Z}	Impédance acoustique
Z_c	Impédance acoustique caractéristique d'un tube

Caractères grecs

γ	Rapport des chaleurs spécifiques ($\gamma = c_p/c_v$)
Δ	Opérateur Laplacien
θ	Angle
λ	Longueur d'onde
ρ	Masse volumique
σ	Facteur de rayonnement

Indices

eff	Valeur efficace
o	Relatif au milieu au repos
re	Partie réel d'un imaginaire
Ref.	Valeur de référence

Les paramètres surmontés du symbole tilde (\sim) représentent des nombres complexes.

Avant-propos

Ce polycopié est destiné aux étudiants des deuxièmes cycles universitaires. Plus particulièrement, il présente le cours intitulé "Introduction à l'acoustique" enseigné en deuxième année du cycle ingénieur de l'École Catholique d'Arts et Métiers de Lyon. L'approche pédagogique permettant la transmission des connaissances abordées ici est largement inspirée des livres cités dans la bibliographie page 155.

Ce cours ne représente qu'une introduction à l'acoustique et a pour principal intérêt de présenter les notions de bases impliquées dans la plupart des problèmes industriels. Il s'articule autour de sept chapitres.

Le chapitre 2 rappelle succinctement les lois de bilan des milieux continus. Celles-ci sont ensuite appliquées dans le cadre des hypothèses de l'acoustique linéaire. La combinaison de ces deux équations permet enfin l'écriture de l'équation de propagation des ondes. On s'intéresse tout particulièrement à deux types de solutions : l'onde plane et l'onde sphérique.

Le chapitre 3 présente la notion de niveau acoustique très utile à tout ingénieur-acousticien. Les relations entre les différents types de niveaux sont présentés. Enfin, les pondérations sont introduites afin d'expliquer la différence entre des niveaux mesurés et perçus par l'oreille.

Le chapitre 4 propose dans une première partie des modélisations de sources acoustiques : le monopôle et le dipôle. La suite du chapitre étudie le principe de génération du rayonnement acoustique de sources étendues, suivie de deux applications concrètes.

Le chapitre 5 s'intéresse à la répartition de l'énergie acoustique dans un milieu borné. On traite naturellement des cavités mais aussi des guides d'ondes. Il s'agit là respectivement d'une première approche de l'acoustique des salles et de propagation guidée dans les conduits (veines de ventilation par exemple).

Le chapitre 6 étudie l'influence de la présence d'une interface entre deux milieux d'impédances différentes. Les caractéristiques des ondes incidente, réfléchie, et transmise y sont détaillées pour des incidences normales ou obliques. Ce chapitre termine par la notion d'impédance de paroi.

Le chapitre 7 propose l'étude simplifiée de la propagation d'ondes acoustiques dans les conduites présentant des discontinuités. Les applications vont des résonances acoustiques aux filtres.

Le chapitre 8 présente rapidement les notions de base utiles lors de mesures acoustiques. Les notions de niveaux acoustiques sont abordées, le microphone rapidement présenté, et les salles de mesures succinctement caractérisées.

Introduction générale

Acoustique : “partie de la physique (en relation avec la physiologie, la psychologie et la musique) qui traite des sons et des ondes sonores (nature, production, propagation et réception du son)” (Petit Robert illustré).

Cette science fait appel aux phénomènes ondulatoires et à la mécanique vibratoire. En tant que telle, les champs d’investigation qu’elle propose regroupent plusieurs domaines : la propagation des ondes sonores, l’acoustique des salles, la physiologie de l’audition, l’acoustique environnementale, le traitement du signal audio, les sciences de la communication parlée, etc.

Le principe de propagation des ondes sonores est le suivant : lorsqu’une particule fluide est déplacée de sa position d’équilibre, par l’action par exemple d’une membrane déformée (Fig. 1.1), on note une augmentation locale et momentanée de la pression. Cette augmentation est ensuite transmise à la particule voisine pendant que la première retrouve sa position d’origine et se détend (décroissance de la pression). Le cycle de variation de la pression se propage ainsi à travers le milieu, il s’agit d’une onde. Une fine tranche d’air sur le chemin de l’onde effectue alors à son passage des mouvements d’aller et retour dans la direction de propagation de l’onde sonore. On parlera d’**onde longitudinale**¹. Un point atteint par une onde reproduit donc l’état de la source de bruit avec une amplitude moindre et un retard temporel. Notons bien qu’il n’y a pas de mouvement de matière (ou si peu) mais un transport d’énergie, comme cela est le cas pour les vagues en mer se propageant sur la surface libre de l’eau (mais ne faisant pas avancer les bateaux).

Il faut néanmoins quelques conditions afin que la propagation d’une onde sonore soit possible. En effet, il est nécessaire que le milieu environnant la source permette, *via* son élasticité, la propagation de l’onde et que la source soit dans un état vibratoire. Ainsi la propagation sonore est impossible dans le vide, et la corde d’une guitare immobile n’émet aucun son.

D’autre part, les sons qui nous entourent et que nous recevons à travers notre organe de réception, l’oreille, sont situés à des hauteurs différentes. Ceci est caractérisé par la **fréquence**, notée f , correspondant au nombre de vibrations par seconde de la source (ou de la zone de réception car en général un point atteint par l’onde vibrera avec la même fréquence que la source). La fréquence s’exprime en hertz, avec $1 \text{ Hz} = 1$ vibration par seconde. Cependant, toutes les fréquences ne sont perçues par notre oreille. En effet, les fréquences situées en-dessous de 20 Hz (infra-sons) et

1. Une onde est dite transversale si les particules oscillent dans une direction perpendiculaire à la direction de propagation de l’onde. Cependant, l’air n’est pas assez rigide pour permettre ce type d’onde.

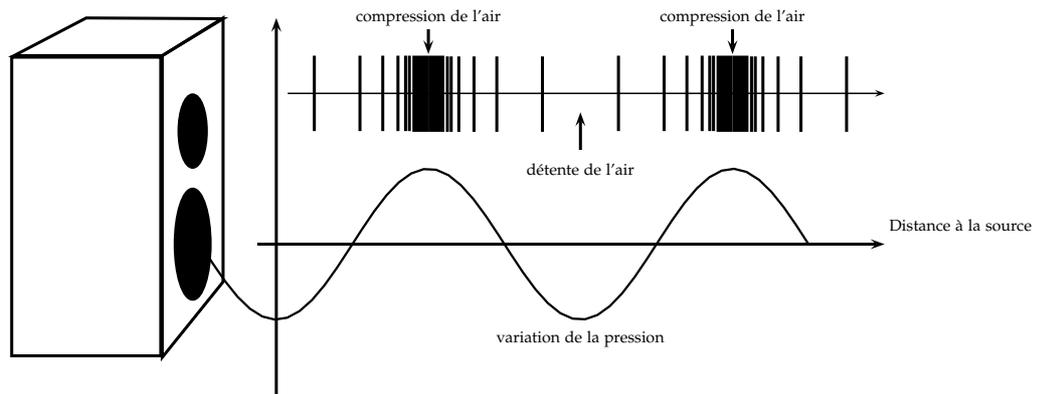
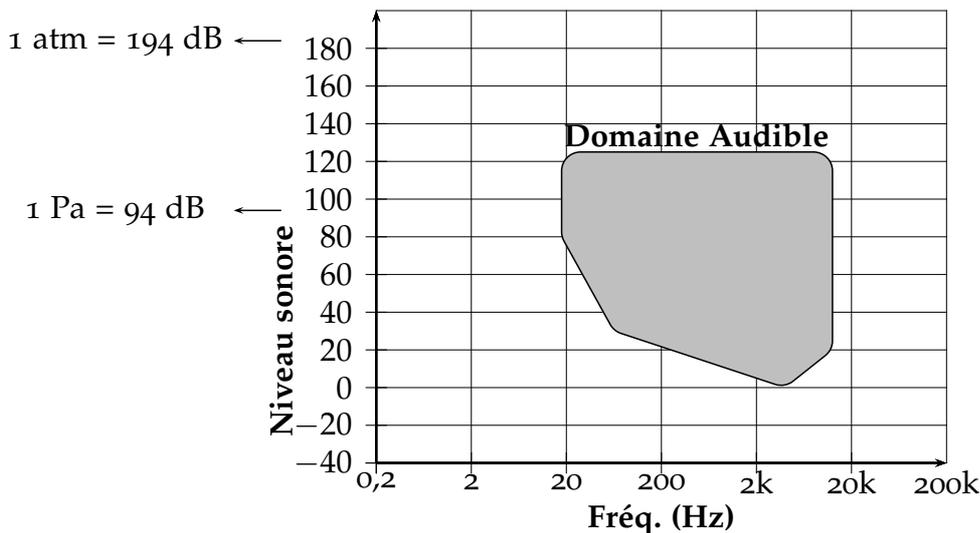


FIGURE 1.1 Génération d'une variation de pression se propageant dans l'air.

celles situées au-dessus de 20 000 Hz (ultra-sons) ne seront pas audibles. De plus, pour certaines fréquences, le niveau sonore du bruit intervient. La figure 1.2 résume le domaine audible par l'oreille humaine. On note ici que les seuils d'audition, c'est à dire les niveaux sonores minimums perceptibles, ne sont pas identiques pour les basses et les hautes fréquences. En effet, pour des fréquences proches de 20 Hz, le niveau acoustique doit être de l'ordre de 80 dB pour que l'oreille humaine commence à entendre cette fréquence, alors qu'un niveau acoustique proche de 20 dB est suffisant pour entendre une fréquence placée à l'opposé du spectre d'audition. Le corps peut d'autre part être sensible à certaines fréquences hors de ce domaine. C'est le cas des basses fréquences, composantes essentielles du bruit de fond en milieu urbain par exemple, qui peuvent procurer dans ce cas des gênes [36].

FIGURE 1.2 Domaine audible pour l'oreille humaine (Référence du niveau sonore : 20 μ Pa).

À cette notion de fréquence, il faut associer celle de **longueur d'onde** et de **célérité**, notées λ et c respectivement, car reliées toutes trois entre elles. La longueur d'onde correspond à la distance parcourue par un front d'onde durant une période de temps T , avec $T = 1/f$. Deux points séparés par un nombre entier de longueur d'onde sont

dans le même état de vibration, on dit qu'ils vibrent **en phase** (c'est le cas pour les points M_1 et M_2 sur la figure 1.3). La célérité de l'onde, quant à elle est la vitesse avec laquelle l'onde se propage. Les trois grandeurs sont reliées de la façon suivante :

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}$$

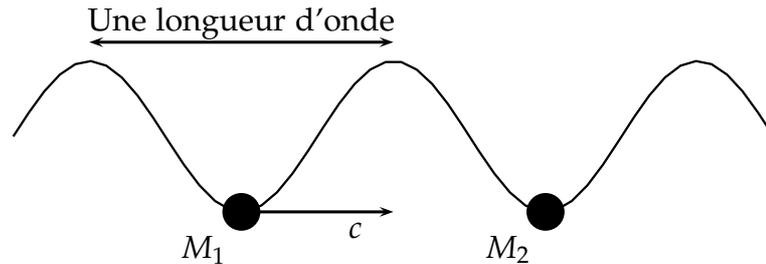


FIGURE 1.3 Définition de la longueur d'onde (M_1 et M_2 vibrent en phase).

Ainsi l'onde sinusoïdale est la source de vibration la plus simple (et donc très rare dans la nature) pour les particules faisant alors des allers et retours autour d'une position d'équilibre (Fig. 1.4.a). Il existe évidemment des sons plus complexes. Un instrument à corde émet la plupart du temps des sons périodiques mais non sinusoïdaux (Fig. 1.4.b). Dès lors que le son ne fait plus apparaître des séquences répétées, le signal devient plus complexe à formuler (Fig. 1.4.c).

L'intérêt de ce cours est de présenter les notions de base de l'acoustique. Dans une première partie, les équations de propagation des ondes sont obtenues à partir des relations fondamentales de la mécanique des milieux continus. Leurs solutions nous permettront de présenter deux types d'onde d'un grand intérêt, l'onde plane et l'onde sphérique. On s'intéressera également dans cette partie au caractère énergétique associé à ces ondes, à travers l'intensité et la puissance acoustique. Une fois ces bases posées, deux sources acoustiques élémentaires seront introduites (le monopole et le dipôle) permettant ainsi la modélisation de sources réelles.

La deuxième partie abordera la propagation des ondes dans des milieux confinés tels que les guides d'ondes, les résonateurs et les filtres laissant ainsi la possibilité au lecteur de mieux appréhender des problèmes industriels réels.

Enfin, l'étude de l'acoustique n'étant pas possible sans la mesure de la pression acoustique, une dernière partie propose alors une brève description des techniques de mesures (microphones, chambres anéchoïque et réverbérante) nécessaires à l'identification des sources de bruit.

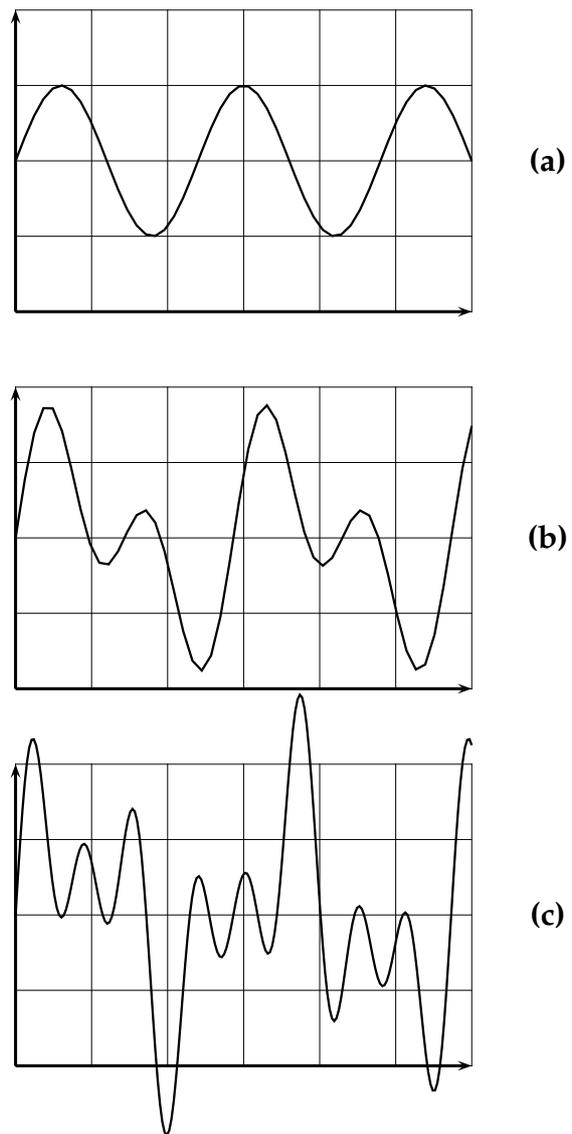


FIGURE 1.4 Exemples d'ondes.
a, onde sinusoïdale; b, signal périodique non sinusoïdal; c, signal non périodique.

Ondes acoustiques

Ce chapitre a pour but principal la présentation de deux types d'onde, l'onde plane et l'onde sphérique. Avant cela, les grandeurs acoustiques seront présentées, et reliées entre elles ensuite par des équations de bilan (conservation de la masse et bilan de quantité de mouvement). Nous nous placerons dans l'hypothèse des petites perturbations permettant une grande simplification de ces équations (*i.e.* linéarisation) pour aboutir aux équations de l'acoustique linéaire. Cette hypothèse est avérée dans une grande majorité des cas, même dans le cas des bruits de jets de boosters de lanceurs spatiaux caractérisés par des niveaux sonores très importants. Les équations de propagations des ondes sonores seront finalement atteintes par combinaison des deux équations de bilan. Les deux types d'onde, solutions des équations de propagations, seront abordées ainsi que les aspects énergétiques associés (intensité et puissance acoustiques).

2.1 Grandeurs acoustiques

Si on isole une particule fluide d'un fluide au repos, sa pression est égale à la pression ambiante, P_0 . Lorsqu'une onde passe à travers cette particule, celle-ci est comprimée avec pour conséquence une augmentation de sa pression, *i.e.* $P > P_0$, cette augmentation de pression restant tout de même faible. Par des effets d'élasticité et d'inertie la particule fluide va ensuite se détendre entraînant alors une diminution de sa pression, *i.e.* $P < P_0$ (Figure 2.1). Encore une fois, comme cela était le cas pour la compression, la variation de pression lors de la détente reste faible. À cette variation de pression est associée une agitation (*i.e.* déplacement oscillatoire) des particules et lorsqu'en un point une particule-fluide se détend, ceci est réalisé au détriment d'une compression de la particule-fluide voisine. Ainsi la compression vient de se déplacer d'une particule-fluide d'air à une autre. Cette perturbation se déplace donc de proche en proche, dans un milieu élastique qui le permet. L'espace est alors caractérisé par des régions de surpression et d'autres de dépression (Figure 2.2). Comme nous l'avons dit plus haut, deux points dont les états (de pression et de vitesse) sont identiques sont séparés d'une longueur d'onde dans l'espace.

La variation de la pression statique s'accompagne, d'une part, d'une variation de la masse volumique. D'autre part, le passage de l'onde met en mouvement les particules fluides qui se voient alors être animées d'un mouvement oscillatoire. L'acoustique repose sur ces phénomènes et les formule en utilisant des grandeurs qui lui sont propres. Ces trois grandeurs principales de l'acoustique sont la pression acoustique, la vitesse acoustique et la variation de la masse volumique.

(-1) La pression acoustique, notée $p(\vec{x}, t)$, fonction de l'espace et du temps, est définie comme étant l'écart de la pression statique¹ $P(\vec{x}, t)$ avec la pression

1. Dans ce chapitre, exceptionnellement la notation majuscule sera utilisée pour les pressions sta-

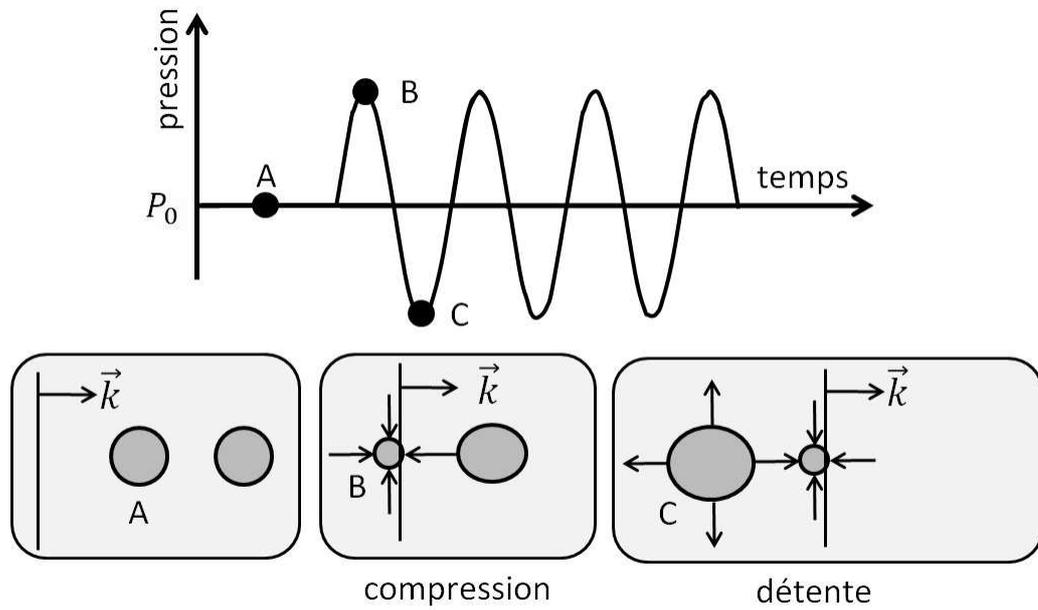


FIGURE 2.1 Représentation schématique de l'évolution **en un point de l'espace** de la pression statique consécutivement au passage d'une onde sonore. Avant le passage de l'onde (point A sur la courbe) la pression de la particule fluide est égale à la pression ambiante; une surpression apparaît lors du passage de l'onde (point B sur la courbe) suivie par une détente (point C sur la courbe).

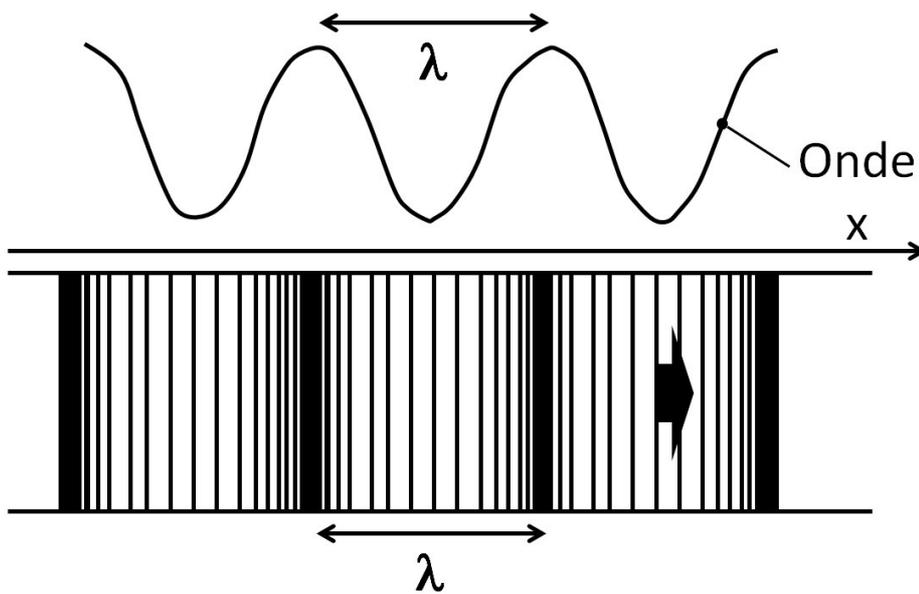


FIGURE 2.2 Mise en évidence de la vibration d'un milieu élastique. On note les régions de compression et de détente.

ambiante :

$$p(\vec{x}, t) = P(\vec{x}, t) - P_o$$

lors du passage de l'onde. Généralement, la pression ambiante est la pression atmosphérique (statique). Cette dernière est la conséquence de la colonne d'air située au-dessus du point étudié et vaut en moyenne :

$$P_o = 101\,000 \text{ Pa} \approx 1 \text{ bar}$$

- (2) D'autre part, nous considérerons la vitesse $\vec{V}(\vec{x}, t)$ au point \vec{x} à l'instant t correspondant à la **vitesse d'agitation** d'un volume élémentaire et définissant la vitesse des particules fluides consécutivement au passage d'une onde acoustique. On parlera ici, généralement, de vitesse acoustique. Ainsi la vitesse de toute particule peut être liée à la fois à la présence d'un écoulement global mais aussi par la conséquence du passage d'une onde acoustique. À chacun de ces processus est lié une vitesse, la vitesse globale du fluide, notée $\vec{U}(\vec{x}, t)$, s'écrit alors :

$$\vec{U}(\vec{x}, t) = \vec{V}_o(\vec{x}, t) + \vec{V}(\vec{x}, t)$$

représentant la superposition de la vitesse du fluide en absence d'onde –*i.e.* $\vec{V}_o(\vec{x}, t)$ – et de la vitesse acoustique, $\vec{V}(\vec{x}, t)$. La vitesse du fluide en absence d'onde sera considérée dans ce cours comme étant nulle, cette partie étant réservée à l'aéroacoustique pour laquelle les ondes se déplacent dans un écoulement. Ceci est le cas par exemple dans l'étude des bruits générés par des ventilateurs. On supposera d'autre part que $\vec{V} = 0$ au repos.

- (3) L'autre grandeur intervenant dans tout problème d'acoustique est la masse volumique acoustique $\rho'(\vec{x}, t)$ qui elle aussi dépend de la position et du temps :

$$\rho(\vec{x}, t) = \rho_o(\vec{x}) + \rho'(\vec{x}, t)$$

où $\rho(\vec{x}, t)$ est la masse volumique en tout point de l'espace au cours du temps, $\rho_o(\vec{x})$ la masse volumique locale du fluide au repos en absence d'onde. Ainsi $\rho'(\vec{x}, t)$ représente la quantité fluctuante de la masse volumique lors du passage des ondes acoustiques.

On partira donc du principe, dans ce cours, qu'avant le passage d'une onde, le milieu ambiant se trouve non perturbé (on pourra parler de milieu au repos) pour lequel la pression statique vaut P_o et la masse volumique $\rho_o(\vec{x})$. D'autre part le milieu est inanimé et la vitesse de ses particules est alors nulle, *i.e.* $\vec{V}_o(\vec{x}, t) = 0$. Au passage de l'onde, la pression et la masse volumique sont modifiées d'une quantité $p(\vec{x}, t)$ et $\rho'(\vec{x}, t)$ respectivement. Les particules d'air se trouvent animées d'un mouvement d'agitation ayant pour vitesse $\vec{V}(\vec{x}, t)$. Les équations de l'acoustique se proposent de relier ces trois grandeurs entre elles. D'autre part, nous le verrons plus tard, ces trois grandeurs auront des variations de faible amplitude (on parlera alors d'acoustique linéaire).

tiques, en réservant la notation minuscule pour la pression acoustique, $p(\vec{x}, t)$.



Nous pouvons nous poser des questions sur l'hypothèse énoncée plus haut concernant une vitesse nulle du volume élémentaire. En effet, dans un fluide tel que l'air, les molécules n'ont pas une position fixe car, même en absence d'ondes acoustiques, elles ont des mouvements aléatoires avec une vitesse très grande devant celle associée avec le mouvement d'une onde. Cependant, on peut traiter un volume élémentaire comme un volume invariant tant que les molécules quittant ce volume sont remplacées par d'autres molécules, égales en nombre et en propriété. Par conséquent, on peut parler de déplacement et de particules fluides.

2.2 Équations de la mécanique des milieux continus

Les équations que nous allons mettre en place dans cette section représentent des équations de bilan communément abordées dans tout cours de mécanique des milieux continus. Les propriétés d'un tel milieu ne sont pas uniformément distribuées, cette distribution apparaissant en effet d'autant moins uniforme que l'échelle d'observation est petite. Dans le cadre de notre étude, on se place à une échelle telle qu'un élément de volume appelé particule-fluide, suffisamment petit pour que la mesure puisse être considérée comme locale, soit suffisamment grand pour contenir un grand nombre de molécules. La matière apparaît alors comme un milieu continu. Les quantités associées à la matière, telles que la vitesse, la pression et la température sont considérées comme réparties sur tout le domaine d'étude. On les représente par des fonctions continues.

Les équations utiles à notre étude sont l'équation de continuité (bilan sur la masse), le bilan de quantité de mouvement et le comportement du fluide (relation d'état).

Dans la suite, les paramètres d'espace et de temps seront volontairement omis dans les notations. Ainsi $p \equiv p(\vec{x}, t)$, $\vec{V} \equiv \vec{V}(\vec{x}, t)$ et $\rho \equiv \rho(\vec{x}, t)$.

2.2.1 Bilan de masse – Équation de continuité

Afin de relier le mouvement du fluide avec sa compression ou sa détente, il nous faut une relation entre la vitesse \vec{U} et la masse volumique instantanée ρ . Ceci est réalisé par application de la conservation de la masse et représenté mathématiquement par l'équation de continuité exacte :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{U}) = 0 \quad (2.1)$$

2.2.2 Bilan de quantité de mouvement

Le bilan de quantité de mouvement est la représentation mathématique de l'application du Principe Fondamental de Dynamique, énoncé par Newton² [28], appliqué à une particule fluide. Notons que dans le cas de fluide réel, l'existence de viscosité d'une part et le processus acoustique non parfaitement adiabatique d'autre part (une discussion sur ce sujet est menée plus loin) entraîne une dissipation énergétique. Nous nous placerons néanmoins dans l'hypothèse d'une dissipation négligeable. Ainsi les seuls efforts agissant sur notre élément sont de deux types, les premiers agissent sur le volume tandis que les autres agissent sur les surfaces. Le bilan de quantité de mouvement s'écrit alors :

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \text{grad}) \vec{U} \right] = -\text{grad} P + \rho \vec{g} \quad (2.2)$$

Cette équation est connue sous le nom d'**équation d'Euler**³.

2.2.3 Équation d'état

Comme il a été dit plus haut, lors du passage d'une onde, les particules d'air sont comprimées puis détendues de façon alternée. Ce processus thermodynamique peut être réalisé soit avec un maintien constant de la température des particules (*i.e.* transformation isothermique) caractérisée par la formulation :

$$\frac{P}{\rho} = \text{Cste} \quad (\text{Transformation isotherme})$$

soit sans la possibilité pour ces particules d'échanger de la chaleur entre elles (*i.e.* transformation adiabatique) :

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{Cste} \quad (\text{Transformation adiabatique})$$

où γ est le rapport des chaleurs spécifiques, $\gamma = c_p/c_v$, et vaut 1,4 pour l'air pour une pression égale à 1 atm et une température proche de 20°C. L'équation d'état est la relation entre la pression totale, la masse volumique et la température absolue : les variables d'état du fluide. Dans le cas d'un gaz parfait, elle s'écrit

$$P = \rho r T \quad (2.3)$$

2. Isaac Newton (1642-1727), physicien et mathématicien anglais. Il est connu pour avoir fondé la mécanique classique et pour avoir participé à la mise en place du calcul infinitésimal. Son ouvrage *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* est un ouvrage de référence en Science.

3. Leonhard Euler (1707-1783), mathématicien suisse. Son travail reste conséquent, non seulement dans le domaine des mathématiques, mais aussi dans les domaines de l'optique, de la mécanique, de l'électricité et de l'électromagnétisme. Il apporta une contribution importante dans l'étude des équations différentielles. Son livre *Introductio in analysin infinitorum*, écrit en 1748 est la base de l'Analyse.

La quantité r est la constante spécifique des gaz, rapport de la constante des gaz parfaits ($R = 8314 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$) et de la masse moléculaire du gaz considéré ($M = 29 \text{ g}$ pour l'air), soit $r = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$.

Puisque le phénomène acoustique s'accompagne de faibles variations de la pression autour de la pression ambiante (P_o, ρ_o), un développement de Taylor autour de cette condition s'écrit :

$$P(\rho) = P(\rho_o) + (\rho - \rho_o) \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_{\rho_o} + \frac{(\rho - \rho_o)^2}{2} \left. \frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right|_{\rho_o} + \dots$$

Les amplitudes étant supposées faibles, comme il a été dit précédemment, seul le terme $(\rho - \rho_o)$ sera retenu comparativement au terme $(\rho - \rho_o)^2$ et aux termes suivants. De plus, $P(\rho) = P$ et $P(\rho_o) = P_o$, d'où

$$p = P - P_o \approx (\rho - \rho_o) \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_{\rho_o} \quad (2.4)$$

Regardons la dimension du terme $\left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_{\rho_o}$:

$$\left[\frac{\partial P}{\partial \rho} \right] = \frac{[\text{Pression}]}{[\text{Masse volumique}]} = \frac{M.L^{-1}.T^{-2}}{M.L^{-3}} = L^2.T^{-2} = [\text{Vitesse}]^2$$

D'où notre première définition d'une vitesse appelée **célérité** et notée c ,

$$c^2 = \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_{\rho_o} \quad (2.5)$$

correspondant à la vitesse de propagation d'une perturbation. Rappelons qu'il n'y a pas de transport de matière.

Afin d'identifier le type de transformation, parmi les deux vues plus haut, nous considérons le milieu propagatif comme étant de l'air à une pression valant 1 atmosphère (soit $P_o = 101\,325 \text{ Pa}$), et à une température égale à $T_o = 273,15 \text{ K}$ (*i.e.* 0°C) (d'où $\rho_o = 1,293 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$). Dans ces conditions les mesures de célérités prévoient $c = 331,45 \text{ m/s}$. Cette valeur sera comparée à celles obtenues à l'aide des formulations de transformation lors des compressions et des détentes. On peut écrire :

- Transformation isotherme : $\left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_{\rho_o} = \frac{P_o}{\rho_o} = 78\,364 \text{ m}^2/\text{s}^2,$

d'où $c = 279,94 \text{ m/s};$

- Transformation adiabatique : $\left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_{\rho_o} = \frac{\gamma P_o}{\rho_o} = 109\,710 \text{ m}^2/\text{s}^2,$

d'où $c = 331,22 \text{ m/s}.$

Le modèle de célérité basé sur des transformations adiabatiques donne un résultat

équivalent à celui observé ($c = 331,22$ m/s et $c = 331,45$ m/s). On conviendra donc qu'en acoustique, les transformations sont adiabatiques même si en toute rigueur, celles-ci ne sont ni parfaitement isothermes, ni parfaitement adiabatiques.

Une autre expression de la célérité est possible à partir des définitions de la célérité (Eq. 2.5), d'une transformation adiabatique et de la relation d'état (Eq. 2.3) :

$$\begin{aligned}
 c^2 &= \gamma \rho_0^{\gamma-1} \times \text{Cste} \\
 &= \gamma \rho_0^{\gamma-1} \times \frac{P_0}{\rho_0^\gamma} \\
 &= \frac{\gamma P_0}{\rho_0} \\
 &= \gamma r T_0
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Nous notons à partir de cette expression que la célérité dans un gaz parfait donné ne dépend que de la température. Pour l'air à une température $T_0 = 273,15$ K, il vient $c = 331,45$ m/s, et pour une température ambiante, $c = 343$ m/s.



Cette dépendance vis à vis de la température est responsable de grandes différences de propagation du son dans l'atmosphère. Par exemple, la variation verticale de température dans l'atmosphère qui a lieu en hiver (en présence de neige) dévie le son vers le sol, de ce fait le trafic urbain est plus notable que lors d'une journée d'été.

Même si le fait que le son se propage dans l'air est reconnu dès l'Antiquité par Vitruve ou Héron d'Alexandrie, la vitesse de propagation du son a été mesurée et évaluée à 448 m/s pour la première fois qu'à la Renaissance en 1635 par Marin Mersenne et Pierre Gassendi. Une valeur numérique égale à 333 m/s (à 0 °C), et donc plus proche de celle que nous connaissons actuellement, a été mesurée en 1738 à partir de coups de canon échangés en pleine nuit à partir d'une expérience commanditée par l'Académie des Sciences [31]. Par la suite d'autres expériences ont été menées pour améliorer la précision et rendre indépendante cette valeur de facteur externe (e.g. le vent).

Reprenons la relation (2.4) pour relier la pression acoustique à la variation de masse volumique telles qu'elles ont été définies plus haut. On peut donc écrire :

$$p = \rho' c^2 \tag{2.7}$$

Nous ferons l'hypothèse, ici et dans la suite, que le milieu dans lequel se propage l'onde acoustique est homogène isotrope ayant une célérité constante.

2.2.4 Quelques remarques

Le paragraphe précédent a présenté la célérité d'un fluide et nous a donné deux formulations (relations 2.5 et 2.6). Une onde pouvant se propager dans tout matériau

Tableau 2.1 Propriétés physiques de trois milieux différents.

	χ (m ² /N)	ρ (kg/m ³)	c (m/s)
Air	$7,1 \times 10^{-6}$	1,21	343
Eau	$0,5 \times 10^{-9}$	998	1481
Acier	$5,0 \times 10^{-12}$	7700	5000

(pourvu d'une compressibilité, notée χ), la célérité dépend néanmoins de la masse volumique le caractérisant (tableau 2.1).

L'air est d'autre part un milieu non dispersif, les sons se propagent donc à la même vitesse quelle que soit la fréquence. Dans le cas contraire, une source émettant de façon simultanée une gamme de fréquences, un observateur placé plus loin entendrait alors certaines fréquences avant d'autres. La musique au chœur aurait ainsi moins de charme. Néanmoins, l'absorption du son dépend de sa fréquence. En effet, les hautes fréquences sont plus facilement atténuées comparativement aux basses fréquences. Ceci explique la présence de petites enceintes "de rappel" dans les concerts en plein air. Elles servent à transmettre les hautes fréquences plus ou moins atténuées en amont et ne pouvant donc pas être perçues par l'observateur situé à cette distance.

2.3 Équations de base de l'acoustique linéaire

Les perturbations acoustiques peuvent généralement être considérées comme étant caractérisées par de faibles amplitudes comparativement à l'état ambiant. Pour un fluide, l'état ambiant est caractérisé par les paramètres ρ_0 , P_0 et \vec{V}_0 , respectivement les valeurs de la masse volumique, de la pression statique et de la vitesse en absence d'une perturbation. Ces paramètres satisfont les équations de bilan, mais en présence de l'onde ils peuvent s'écrire d'après ce qui a été dit plus haut :

$$\rho = \rho_0 + \rho' \qquad P = P_0 + p \qquad \vec{U} = \vec{V}_0 + \vec{V}$$

où ρ' et p représentent les contributions acoustiques du champ de masse volumique et de pression. Ils existent trois hypothèses sur lesquelles repose l'acoustique linéaire :

- (1) les amplitudes de la pression acoustique sont faibles devant la pression de référence ($p \ll P_0$). Si l'on considère par exemple l'amplitude de pression acoustique au-delà de laquelle le corps humain ressent des troubles (*i.e.* 120 dB [10] – voir le chapitre 3 pour la définition des décibels), celle-ci vaut approximativement 28 Pa, soit une valeur presque 3500 fois plus faible que la pression atmosphérique, *i.e.* $p/P_0 = 3500$.
- (2) les variations de la masse volumique sont faibles devant celle du milieu en absence d'onde ($\rho' \ll \rho_0$). Si on utilise la relation (2.7) et la pression correspondant au seuil de la douleur présenté précédemment, on note après calcul que le rapport entre la fluctuation de masse volumique et la masse volumique vaut $\rho'/\rho_0 = 2 \times 10^{-4}$.

- (3) l'amplitude de la vitesse d'agitation V demeure faible. Dans le cas d'une onde plane, pour le cas traité dans l'hypothèse (1), cette vitesse vaut 6,8 cm/s, valeur très faible devant la célérité de l'air (i.e. 343 m/s), i.e. $V/c = 2 \times 10^{-4}$.



Ainsi toutes les quantités acoustiques (p , ρ' et \vec{V}) ont des amplitudes très faibles comparativement à celles de ces mêmes grandeurs en l'absence d'onde. L'acoustique doit alors manipuler des équations de bilan dans lesquelles sont présents des termes ayant des ordres de grandeurs très différents. Nous allons voir dans la section suivante qu'il est possible de simplifier ces équations en se basant sur les hypothèses mentionnées ici et obtenir des équations de bilan (linéarisées) des grandeurs acoustiques.

2.3.1 Linéarisation des équations

La linéarisation en acoustique consiste à décomposer les grandeurs acoustiques par une relation linéaire, tel que cela a été fait précédemment, i.e. :

$$P = P_o + p \quad \text{et} \quad \rho = \rho_o + \rho'$$

et d'introduire ensuite ces décompositions dans les équations de bilan généralisées. Des simplifications sont alors possibles puisque certains termes ont un ordre de grandeur plus faible que d'autres. Ainsi l'introduction des décompositions dans les équations de bilan entraîne :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_o + \rho') + \text{div}([\rho_o + \rho'] \vec{V}) = 0$$

et

$$(\rho_o + \rho') \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{V} \right] = -\overrightarrow{\text{grad}}(P_o + p) + \rho \vec{g}$$

Les variables indiquées par un indice o sont constantes dans le temps et homogène sur tout le domaine, les dérivées associées sont donc nulles. D'autre part, lorsque l'onde perturbe le milieu ambiant, la variation des paramètres dans le temps est importante comparativement à leur gradient spatial :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \gg (\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{V}$$

Ainsi les équations précédentes sont simplifiées aux expressions suivantes, en ne considérant plus les effets gravitaires qui ont une contribution très faible en acoustique dès lors que la température est homogène dans le milieu de propagation :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_o \text{div} \vec{V} = 0 \quad (2.8)$$

et

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} p \quad (2.9)$$

respectivement l'équation de continuité linéarisée et l'équation d'Euler linéarisée. Celles-ci vont nous être très utiles pour mettre en place l'équation de propagation de l'onde dans le milieu considéré.

2.3.2 Équations de propagation d'une onde

Nous allons maintenant mettre en place l'équation de propagation des ondes à partir des relations précédentes. Afin d'éliminer la vitesse acoustique des équations, prenons d'une part la divergence de la relation (2.9) :

$$\text{div} \left[\rho_0 \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} p \right] = \rho_0 \text{div} \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right] + \text{div} \left[\overrightarrow{\text{grad}} p \right] = \rho_0 \text{div} \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right] + \Delta p = 0$$

avec l'opérateur Laplacien Δ exprimé dans les trois systèmes de coordonnées en annexe A.2 et d'autre part prenons la dérivée temporelle de la relation (2.8) :

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_0 \text{div} \vec{V} \right] = \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} + \rho_0 \text{div} \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right] = 0$$

La différence des deux expressions précédentes amène à la relation suivante :

$$\Delta p - \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = 0$$

Afin d'avoir un unique paramètre dans cette équation, utilisons la relation (2.7), cela nous permet d'écrire les équations de propagation de la pression acoustique et de la variation de masse volumique, respectivement :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.10)$$

$$\Delta \rho' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = 0 \quad (2.11)$$

Ces deux équations sont les équations fondamentales de la propagation des ondes et toutes fonctions p et ρ' qui lui satisfait correspond à un état de mouvement possible du fluide. Ces équations ont été obtenues dans l'hypothèse de l'acoustique linéaire (*i.e.* des petites perturbations), et lorsque les pertes viscothermiques et la viscosité du milieu sont négligées. Telles qu'elles sont écrites, elles ne considèrent que le milieu de propagation en ignorant la source (puisque celle-ci ne figure pas dans l'équation). Les solutions à ces équations ne seront donc pas valables dans la région de la source.

Maintenant que ces équations sont posées, nous allons nous intéresser à l'énergie acoustique associée à l'onde sonore. Deux solutions particulières de ces équations de propagation seront quant à elles développées par la suite.

2.4 Bilan d'énergie : densité énergétique

L'énergie transportée par les ondes acoustiques à travers un milieu est de deux types : (1) l'énergie cinétique de l'élément mobile et (2) l'énergie potentielle du fluide comprimé. Pour mettre en place ces deux grandeurs, nous partons de l'équation de bilan de quantité de mouvement simplifiée dans le cas de l'acoustique linéaire sans perte, l'équation d'Euler linéarisée (2.9). Effectuons un produit scalaire avec la vitesse acoustique, afin d'impliquer dans notre nouvelle équation un terme de vitesse au carré (caractéristique d'une énergie) :

$$\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} p = -\rho_o \vec{V} \cdot \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\frac{\rho_o}{2} \frac{\partial V^2}{\partial t} \quad (2.12)$$

or

$$\begin{aligned} \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} p &= \text{div}(p \vec{V}) - p \text{div} \vec{V} \\ &= \text{div}(p \vec{V}) + \frac{1}{\rho_o} p \frac{\partial \rho'}{\partial t} \quad (\text{d'après le théorème de continuité linéarisé}); \\ &= \text{div}(p \vec{V}) + \frac{1}{\rho_o c^2} p \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{d'après la relation (2.7)}); \\ &= \text{div}(p \vec{V}) + \frac{1}{2\rho_o c^2} \frac{\partial p^2}{\partial t} \end{aligned}$$

En faisant intervenir l'expression (2.12), on peut écrire la relation suivante :

$$-\text{div}(p \vec{V}) = \frac{\rho_o}{2} \frac{\partial V^2}{\partial t} + \frac{1}{2\rho_o c^2} \frac{\partial p^2}{\partial t}$$

En intégrant cette expression sur un domaine de volume \mathcal{V} et de surface \mathcal{S} , on a :

$$\int_{\mathcal{V}} -\text{div}(p \vec{V}) d\mathcal{V} = \int_{\mathcal{V}} \left[\frac{\rho_o}{2} \frac{\partial V^2}{\partial t} + \frac{1}{2\rho_o c^2} \frac{\partial p^2}{\partial t} \right] d\mathcal{V}$$

or le premier membre peut être ramené à une intégrale de surface à l'aide de la formule d'Ostrogradski (appelé aussi théorème de la divergence) :

$$\int_{\mathcal{V}} -\text{div}(p \vec{V}) d\mathcal{V} = \int_{\mathcal{S}} -p \vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

D'autre part le deuxième membre peut être transformé par le théorème de transport. Il vient donc :

$$\int_{\mathcal{S}} -p \vec{V} \cdot \vec{n} dS = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \left[\frac{\rho_o}{2} V^2 + \frac{p^2}{2\rho_o c^2} \right] d\mathcal{V} \quad (2.13)$$

Le terme dans l'intégrale du membre de gauche est la puissance par unité de surface des efforts de pression (exprimée en W/m^2), et le terme dans l'intégrale du membre de droite est l'énergie acoustique stockée, notée e_{ac} dans le volume \mathcal{V} par les molécules. Ce terme comprend les densités volumiques d'énergie cinétique (notée e_c) et potentielle (notée e_p), respectivement :

$$e_c = \frac{1}{2}\rho_0 V^2 \quad \text{et} \quad e_p = \frac{p^2}{2\rho_0 c^2} \quad (2.14)$$

De façon pratique, la densité énergétique est peu utilisée. On lui préfère l'intensité acoustique qui permet elle de remonter aisément à la puissance acoustique d'une source sonore. Ces deux notions sont le propos du paragraphe suivant.

2.5 Intensité et puissance acoustiques

Revenons sur le terme dans l'intégrale du membre de gauche de la relation (2.13), $-p \vec{V} \cdot \vec{n}$ est homogène à une intensité (acoustique) définie par l'expression :

$$\vec{I}(\vec{x}, t) = p(\vec{x}, t) \times \vec{V}(\vec{x}, t)$$

Ces deux variables étant variables dans le temps, il s'agit donc d'une intensité instantanée⁴ exprimée en W/m^2 . Cette quantité liée à l'énergie est avant tout une quantité vectorielle et témoigne donc d'une direction locale de la propagation de l'énergie acoustique.

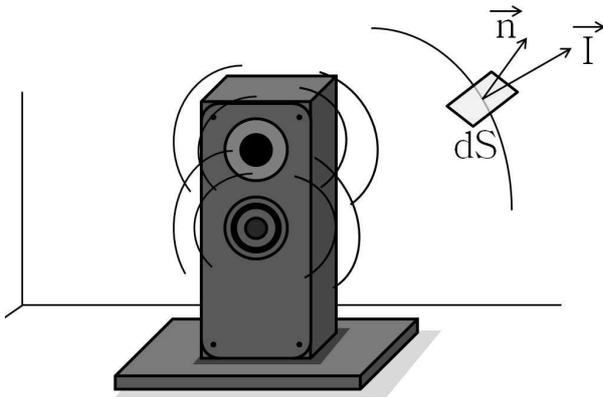


FIGURE 2.3 Représentation schématique de l'intensité générée par une source sonore, ici un haut-parleur.

On peut définir de façon similaire la puissance acoustique correspondant à l'énergie totale émise par la source par unité de temps. Celle-ci est reliée à l'intensité par la relation :

$$W = \int_S \vec{I} \cdot \vec{n} \, dS \quad (2.15)$$

où la surface de l'intégrale (S) englobe totalement la source. La puissance acoustique est exprimée en Watt. On note d'après la relation (2.15) qu'il est possible d'estimer de façon expérimentale la puissance d'une source dès lors que l'on est capable d'estimer l'intensité acoustique sur une série de partitions d'une surface enveloppant la source. La puissance acoustique est estimée par la somme des intensités multipliées par l'aire de la surface S_i associée (*i.e.* $W = \sum_i I_i \times dS_i$). Cette méthode est présentée dans le paragraphe 8.4. Si la source est placée sur le sol, une demi-sphère sera alors utilisée (Fig. 2.4), en tenant compte correctement de la réflexion des ondes sonores sur le sol.

4. Nous verrons plus loin que la valeur moyenne temporelle évaluée sur un temps d'observation sera utilisée en acoustique.

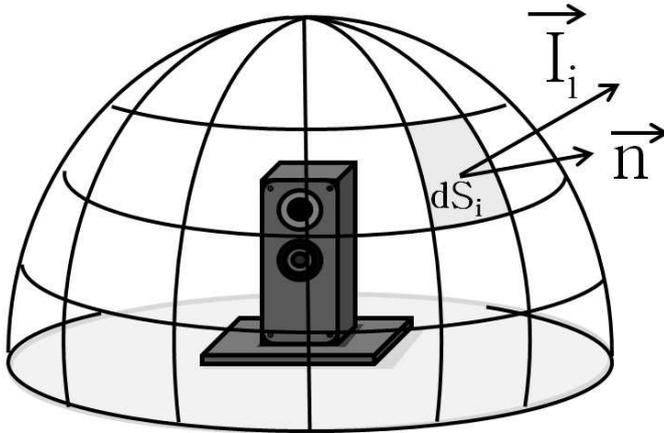


FIGURE 2.4 Estimation expérimentale de la puissance acoustique d'une source sonore à l'aide de la mesure locale de l'intensité acoustique.

2.6 Ondes harmoniques

Le paragraphe 2.3.2 a posé l'équation de propagation des ondes dans un milieu isotrope au repos. Sa solution est de type sinusoïdal. L'utilisation de la notation complexe, repérée dans ce document par le symbole $\tilde{}$, facilite grandement les différents calculs.

La forme complexe d'une solution harmonique pour les ondes de pression s'écrit

$$\tilde{p}(\vec{OM}; t) = \tilde{A}e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})} + \tilde{B}e^{j(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{OM})}$$

avec \vec{k} le vecteur d'onde et \vec{OM} le vecteur construit par la localisation de l'auditeur et l'origine du repère des axes. La dérivée seconde de la pression par rapport au temps intervenant dans l'équation d'onde vaut $\partial^2 \tilde{p} / \partial t^2 = (j\omega)^2 \tilde{p}$. L'équation de propagation s'écrit finalement :

$$\Delta \tilde{p} + k^2 \tilde{p} = 0 \quad (2.16)$$

Cette équation est connue des acousticiens sous le nom d'*Équation de Helmholtz*⁵. Elle est valide pour un régime harmonique et ne dépend que des variables d'espace.

La vitesse acoustique au même point est elle aussi de forme harmonique, et sa dérivée par rapport au temps, intervenant dans l'équation d'Euler linéarisée, vaut donc $\partial \vec{V} / \partial t = j\omega \vec{V}$. L'équation d'Euler linéarisée peut donc s'écrire dans le cadre des ondes harmoniques :

$$\vec{V} = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \overrightarrow{\text{grad}} \tilde{p} \quad (2.17)$$

Nous utiliserons par la suite cette relation pour formuler la vitesse acoustique à partir de l'expression de la pression acoustique.

2.7 Mesures acoustiques

Avant d'entamer la partie concernant les ondes plane et sphérique, il nous faut tout d'abord aborder une partie traitant de la mesure en acoustique. La définition de

5. Hermann von Helmholtz (1821-1894), physicien allemand.

pression efficace, donnée mesurée par les sonomètres (voir chapitre 8), nous permettra de donner une expression simple de l'intensité acoustique moyenne dans le cas des ondes harmoniques. L'expression de la pression efficace s'écrit :

$$\begin{aligned}
 p_{\text{eff}}^2 &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} [\mathcal{R}e(\tilde{p}(u))]^2 du \\
 &= \frac{1}{4T} \int_t^{t+T} [\tilde{p} + \tilde{p}^*]^2 du \\
 &= \frac{1}{4T} \int_t^{t+T} [\tilde{p}^2 + \tilde{p}^{*2} + 2\tilde{p}\tilde{p}^*] du \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

Le premier terme dans le crochet est proportionnel à $e^{2j\omega t}$ et le deuxième à $e^{-2j\omega t}$, l'intégrale de ces deux termes sera nulle. Le dernier terme est quant à lui indépendant de la variable temps, et lui seul contribuera à la valeur efficace du signal. Ainsi,

$$p_{\text{eff}}^2 = \frac{\tilde{p}\tilde{p}^*}{2} = \frac{1}{2}|\tilde{p}|^2$$

L'intensité moyenne peut elle aussi être estimée par la mesure dans le temps :

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} I(u) du = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \mathcal{R}e(\tilde{p}(u)) \times \mathcal{R}e(\tilde{V}(u)) du$$

D'après la définition de l'intensité nous avons :

$$\begin{aligned}
 I &= \mathcal{R}e(\tilde{p}) \times \mathcal{R}e(\tilde{V}) \\
 &= \frac{\tilde{p} + \tilde{p}^*}{2} \times \frac{\tilde{V} + \tilde{V}^*}{2} \\
 &= \frac{1}{4} [\tilde{p}\tilde{V} + \tilde{p}\tilde{V}^* + \tilde{p}^*\tilde{V} + \tilde{p}^*\tilde{V}^*] \\
 &= \frac{1}{4} [(\tilde{p}\tilde{V}^* + \tilde{p}^*\tilde{V}) + (\tilde{p}\tilde{V} + \tilde{p}^*\tilde{V}^*)] \\
 &= \frac{1}{2} [\mathcal{R}e(\tilde{p}\tilde{V}^*) + \mathcal{R}e(\tilde{p}\tilde{V})]
 \end{aligned}$$

À l'examen de ces deux termes, on peut remarquer que dans le cadre des ondes harmoniques, le premier ($\mathcal{R}e(\tilde{p}\tilde{V}^*)$) sera indépendant du temps car il implique le produit des termes $e^{j\omega t}$ et $e^{-j\omega t}$, alors que le deuxième ($\mathcal{R}e(\tilde{p}\tilde{V})$) introduira lui le phaseur $e^{j2\omega t}$ qui donnera une contribution nulle au passage de la moyenne. On retiendra alors la définition suivante de l'intensité acoustique moyenne :

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \mathcal{R}e(\tilde{p}\tilde{V}^*) \quad (2.19)$$

Maintenant qu'une expression simple de l'intensité nous est proposée, nous continuons sur la présentation de deux types d'ondes : l'onde plane et l'onde sphérique. Remarquons aussi que deux écritures pourront être aperçues concernant l'intensité : \vec{I} pour le produit de la pression et de la vitesse acoustiques instantanées, et \bar{I} l'intensité moyenne (ne dépendant plus du temps d'après sa définition).

2.8 Onde plane

Une onde *plane* est caractérisée par des variables acoustiques d'amplitude constante et en phase dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Si les coordonnées du système sont choisies de telle sorte que l'onde se propage dans la direction x , l'équation de propagation (2.10) pour $p = p(x, t)$ devient :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.20)$$

2.8.1 Pression acoustique d'une onde plane

La solution harmonique de cette équation de propagation est la contribution de deux ondes, l'une se propageant selon le sens des x (onde progressive, \tilde{p}_+) et l'autre dans le sens inverse (onde régressive, \tilde{p}_-), respectivement :

$$\tilde{p}(x, t) = \tilde{A}e^{j(\omega t - kx)} + \tilde{B}e^{j(\omega t + kx)} = \tilde{p}_+ + \tilde{p}_-$$

avec $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ où λ est la longueur d'onde, et k le nombre d'onde (*i.e.*, nombre de longueur d'onde dans 2π rad).

2.8.2 Vitesse acoustique d'une onde plane

La vitesse acoustique, valeur vectorielle, aura une unique composante non nulle et selon x , les gradients de pression étant nuls selon les autres directions. Ce terme est obtenu à partir de l'équation d'Euler linéarisée (Eq. 2.17) :

$$\tilde{V}_x = \frac{1}{\rho_0 c} \left[\tilde{A}e^{j(\omega t - kx)} - \tilde{B}e^{j(\omega t + kx)} \right] \quad (2.21)$$

On peut donc décomposer la vitesse acoustique en deux contributions, l'une induite par le passage d'une onde progressive et l'autre générée par le passage d'une onde régressive, respectivement $\tilde{V}_{x+} = \tilde{p}_+/\rho_0 c$ et $\tilde{V}_{x-} = -\tilde{p}_-/\rho_0 c$. On peut réécrire ces relations de façon vectorielle :

$$\vec{\tilde{V}}_{x+} = \frac{\tilde{p}_+}{\rho_0 c} \vec{x} \quad \vec{\tilde{V}}_{x-} = -\frac{\tilde{p}_-}{\rho_0 c} \vec{x}$$

avec \vec{x} le sens de propagation de l'onde progressive et $-\vec{x}$ le sens de propagation de l'onde régressive. Ainsi si on considère ces deux ondes caractérisées chacune par leur vecteur d'onde \vec{k}_+ et \vec{k}_- , on peut construire les vecteurs unitaires $\vec{e}_+ = \vec{k}_+ / \|\vec{k}_+\|$ orienté selon \vec{x} et $\vec{e}_- = \vec{k}_- / \|\vec{k}_-\|$ orienté selon $-\vec{x}$. Les relations précédentes deviennent alors

$$\vec{\tilde{V}}_{x+} = \frac{\tilde{p}_+}{\rho_0 c} \vec{e}_+ \quad \text{et} \quad \vec{\tilde{V}}_{x-} = \frac{\tilde{p}_-}{\rho_0 c} \vec{e}_-$$

Finalement, lorsque l'on considère une onde plane se propageant dans une direction caractérisée par le vecteur $\vec{e} = \vec{k} / \|\vec{k}\|$, la relation entre la vitesse et la pression s'écrit :

$$\vec{V} = \frac{\tilde{p}}{\rho_0 c} \vec{e} \quad (2.22)$$



Il faut utiliser cette formulation avec prudence lorsque l'on souhaite estimer la vitesse acoustique à partir de la pression acoustique. En effet, il faut vérifier en premier lieu être en présence d'ondes planes. Dans le cas pour lequel cette information n'est pas accessible, on pourra dans tous les cas utiliser l'équation d'Euler linéarisée toujours valable quel que soit le type d'onde.

2.8.3 Impédance acoustique spécifique

On appelle *impédance acoustique spécifique* le rapport de la pression acoustique sur la vitesse acoustique associée, celle-ci étant notée \tilde{Z} . Cette notion décrit d'une part les transferts entre les énergies cinétique et potentielle. D'autre part elle caractérise la réaction acoustique (*i.e.* la pression) du milieu de propagation consécutivement à une sollicitation acoustique (*i.e.* la vitesse acoustique). D'après les expressions précédentes, on a

$$\tilde{Z} = \frac{\tilde{p}_+}{\tilde{V}_{x+}} = \rho_0 c \quad \text{et} \quad \tilde{Z} = \frac{\tilde{p}_-}{\tilde{V}_{x-}} = -\rho_0 c$$

Finalement $\tilde{Z} = \pm \rho_0 c$ selon le sens de propagation de l'onde considérée et l'orientation des axes de l'étude. On note ainsi que le rapport entre la pression acoustique complexe et la vitesse acoustique complexe est un réel. De ce fait la pression acoustique et la vitesse acoustique d'une onde plane sont en phase (ce qui ne sera pas forcément le cas pour une onde sphérique).

Si on considère une onde plane se propageant dans l'air, l'impédance acoustique spécifique vaut au signe près $Z = 415 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ à 20°C (nous verrons plus loin la forme généralisée de l'impédance). Finalement le produit $\rho_0 c$ a une signification acoustique plus importante que les paramètres ρ_0 et c pris séparément. Pour ces raisons, $\rho_0 c$ est appelé *impédance caractéristique du milieu*.

2.8.4 Intensité acoustique d'une onde plane

L'intensité moyenne \bar{I}_{x+} de l'onde progressive, $\tilde{p}_+ = \tilde{A}e^{j(\omega t - kx)}$, vaut d'après sa définition :

$$\begin{aligned} \bar{I}_{x+} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\tilde{p}_+ \tilde{V}_{x+}^* \right) \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\tilde{p}_+ \frac{\tilde{p}_+^*}{\rho_0 c} \right) \\ &= \frac{p_{\text{eff}}^2}{\rho_0 c} \end{aligned}$$

La formulation de l'intensité moyenne \bar{I}_{x-} de l'onde régressive s'obtient de façon identique et s'écrit $\bar{I}_{x-} = -p_{\text{eff}}^2 / \rho_0 c$. Le signe négatif rappelle l'orientation de l'intensité acoustique dans le système de coordonnées cartésiennes.

2.8.5 Remarque sur le concept d'ondes planes

L'onde plane est un concept plus qu'une réalité. En effet, sur un plan caractérisé par $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{Cste}$, la densité énergétique y est finie, et donc l'énergie totale infinie (!!). Néanmoins, si on considère un milieu fini, ce concept reste une bonne approximation de l'onde réelle.

Ainsi, loin de la source, une onde sphérique sera représentée par une onde plane. De même, dans une conduite et pour des fréquences plus basses que la fréquence de coupure (section 5.2 page 85), les ondes acoustiques sont bien représentées par ce type d'ondes.

2.9 Onde sphérique

Une onde *sphérique* est caractérisée par des variables acoustiques d'amplitude constante et en phase sur une surface sphérique centrée sur la source ayant généré cette onde. Ceci est le cas lorsque la source est de faible dimension par rapport à la longueur d'onde qu'elle génère. La direction de propagation de l'onde est alors purement radiale. Le champ de pression acoustique dépend alors uniquement de la distance radiale par rapport à la source de bruit et du temps (et non pas de la variation angulaire). Par conséquent, l'opérateur Laplacien exprimé en coordonnées sphériques (Annexe A.2.3) est simplifié à l'expression :

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r}$$

L'équation de propagation d'onde d'un champ de pression à symétrie sphérique s'écrit ainsi

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.23)$$

or

$$\frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial r} \left[p + r \frac{\partial p}{\partial r} \right] = 2 \frac{\partial p}{\partial r} + r \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = r \left[\frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right]$$

La relation (2.23) devient alors :

$$\frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(rp)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.24)$$

2.9.1 Pression acoustique d'une onde sphérique

Si on considère le produit $r\tilde{p}$ comme une unique variable de l'équation (2.24), avec \tilde{p} la solution harmonique, cette équation est identique à celle de l'onde plane

(Eq. 2.20), la solution est donc similaire en remplaçant la variable de propagation précédente x par r :

$$r\tilde{p} = \tilde{A}e^{j(\omega t - kr)} + \tilde{B}e^{j(\omega t + kr)}$$

La solution de l'équation de propagation s'écrit finalement :

$$\tilde{p}(r, t) = \frac{\tilde{A}}{r}e^{j(\omega t - kr)} + \frac{\tilde{B}}{r}e^{j(\omega t + kr)}$$

pour tout $r > 0$.

- Le premier terme représente une onde divergente, c'est à dire une onde s'éloignant du point $r = 0$ à une vitesse c , ceci de façon omnidirectionnelle. La solution est impossible à l'origine car une source sonore est nécessaire à la création de cette énergie s'éloignant de cette région, alors que notre équation d'onde (2.24) ne comporte pas de terme représentant cette source. De façon pratique le domaine de propagation de cette onde exclut alors une région très proche de l'origine contenant la source sonore.
- Le second terme représente une onde convergente, c'est-à-dire une onde se rapprochant du point $r = 0$ à une vitesse c , ceci de façon omnidirectionnelle. L'énergie est alors concentrée en ce point générant alors des amplitudes de pression acoustique importantes. Ceci ne permet plus de ce fait l'approximation des faibles amplitudes (hypothèse de l'acoustique linéaire – voir page 14) et l'équation de propagation devrait alors être adaptée pour considérer ce nouveau comportement acoustique. Ceci sort du cadre de ce cours, et ne sera pas abordé ici. On ne s'intéressera dans la suite de ce cours qu'à l'onde divergente.

La pression acoustique d'une onde sphérique s'écrit simplement :

$$\tilde{p}(r, t) = \frac{\tilde{A}}{r}e^{j(\omega t - kr)} \quad (2.25)$$

Ce résultat est cohérent car l'énergie acoustique évolue avec p^2 . Ainsi, lorsque la surface de l'onde sphérique augmente (avec r^2), l'amplitude de la pression décroît en $1/r$ pour garder une énergie constante avec la propagation de l'onde.

2.9.2 Vitesse acoustique d'une onde sphérique

Dans le cas de l'onde sphérique caractérisée par essence par une symétrie sphérique l'opérateur gradient se résume au premier terme, les dérivées angulaires devenant nulles (Cf. Annexe A.2.3). Il n'y a donc pas de composante selon θ et φ de la vitesse acoustique et la composante radiale de la vitesse acoustique s'écrit :

$$\tilde{V}_r = -\frac{1}{j\omega\rho_o} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} = \frac{\tilde{A}}{\rho_o c} \left[\frac{1}{r} - \frac{j}{kr^2} \right] e^{j(\omega t - kr)} = \left[1 - \frac{j}{kr} \right] \frac{\tilde{p}}{\rho_o c} \quad (2.26)$$

On note d'après cette expression que la vitesse possède deux termes évoluant différemment, en $1/r$ et $1/r^2$. De ce fait on observe ici une relation entre la pression et la vitesse

acoustique totalement différente de celle observée pour l'onde plane car fonction du rapport de la distance radiale sur la longueur d'onde ($k = 2\pi/\lambda$), en plus du fait qu'ils ne sont plus en phase. La composante impliquant la décroissance $1/r$ est appelée composante du *champ lointain*, et celle en $1/r^2$ composante du *champ proche*. Un point sera donc localisé dans le champ lointain si la contribution de la composante du champ lointain domine très nettement celle du champ proche, *i.e.* $1/r \gg 1/kr^2$, entraînant $kr \gg 1$.⁶ Ainsi la région de champ lointain caractérisée par $kr \gg 1$ permet une simplification de l'expression (2.26), $\tilde{V}_r = \tilde{p}/\rho_0 c$, l'onde sonore sphérique se comporte donc comme une onde plane dans cette région.



Il est difficile de déterminer la distance entre la source et la région où débute le champ lointain. En pratique elle reste inférieure à $2L$, avec L la plus grande dimension de la source.

2.9.3 Impédance acoustique spécifique

Les composantes selon θ et φ de la vitesse acoustique étant nulles, l'impédance intégrant la vitesse acoustique radiale sera considérée ici :

$$\tilde{Z} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{V}_r} = \frac{\rho_0 c}{1 - \frac{j}{kr}} = \rho_0 c \frac{1 + \frac{j}{kr}}{1 + \left(\frac{1}{kr}\right)^2} = \rho_0 c \frac{(kr)^2 + jkr}{1 + (kr)^2}$$

soit

$$\tilde{Z} = \rho_0 c \frac{(kr)^2}{1 + (kr)^2} + j\rho_0 c \frac{kr}{1 + (kr)^2}$$

avec comme vu précédemment, le premier terme la résistance et le deuxième la réactance. On note de même ici que pour des valeurs très grandes de kr (*i.e.* en champ lointain) la résistance tend vers $\rho_0 c$, et la réactance est nulle. On observe encore une fois un comportement similaire à celui des ondes planes lorsque l'onde sphérique se trouve loin de la source.

On note que de façon générale la pression acoustique et la vitesse acoustique ne sont pas en phase comme cela était le cas pour une onde plane. Ceci est le cas néanmoins dans le champ lointain comme cela a été évoqué précédemment.

Une application de toutes les formulations vues ici sera donnée dans le chapitre concernant les sources acoustiques élémentaires et tout particulièrement dans le cas du monopôle (paragraphe 4.1.1).

2.9.4 Intensité acoustique d'une onde sphérique

Pour les raisons énoncées plus haut, seule la composante radiale de l'intensité sera non nulle, aucune énergie n'est donc rayonnée dans les autres directions. La relation

6. Dans la pratique, il suffira que $r > 10 \times c/2\pi f$, ou $kr > 10$

(2.19) est appliquée au cas des ondes sphériques :

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_r &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\tilde{p} \tilde{V}_r^* \right) \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\tilde{p} \left[1 + \frac{j}{kr} \right] \frac{\tilde{p}^*}{\rho_0 c} \right) \\
 &= \frac{\tilde{p} \tilde{p}^*}{2 \rho_0 c} \operatorname{Re} \left(1 + \frac{j}{kr} \right) \\
 &= \frac{p_{\text{eff}}^2}{\rho_0 c} \quad (2.27)
 \end{aligned}$$

Cette expression très simple pourra être utilisée dans le chapitre concernant les sources élémentaires du type monopolaire.

Ce chapitre nous a permis d'obtenir, à l'aide des équations de la mécanique des milieux continus, après qu'elles aient été linéarisées, des équations de propagation des ondes. Deux types de solution ont été présentés, les ondes plane et sphérique. D'autre part, l'aspect énergétique a été abordé mettant en évidence un paramètre important, l'intensité acoustique. Le prochain chapitre se propose de présenter la notion de niveau acoustique très utilisé dans l'industrie.

2.10 Exercices

[E1] The characteristics of a spherical wave

In free field a small source of spherical waves in air radiates a 10 W acoustic power at the frequency of 500 Hz. (i) Determine at a distance of 1 m from the source : the intensity, the amplitudes of acoustic pressure, particle speed, and particle displacement. (ii) If far field condition is defined by $kr > 10$, determine the distance from the source where this condition is met.

Solution : (i) 0.80 W/m^2 , 25.70 Pa , 6.2 cm/s , $20 \text{ } \mu\text{m}$; (ii) $r > 1.09 \text{ m}$.

[E2] The characteristics of a plane wave

A plane sound wave of 100 Hz in air has a peak acoustic pressure amplitude of 2 Pa. (i) What is its intensity and intensity level? (see chapter 3 for level definition) (ii) What is its peak particle speed amplitude? (iii) What is its peak particle displacement amplitude? (iv) What is its effectiveness or rms pressure? (v) What is its sound pressure level ref $20 \text{ } \mu\text{Pa}$.

Solution : (i) $4.82 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$, 96.8 dB ; (ii) $7.7 \text{ } \mu\text{m}$; (iii) 4.82 mm/s ; (iv) 1.4 Pa , 97 dB .

[E3] Plane wave in air and in water

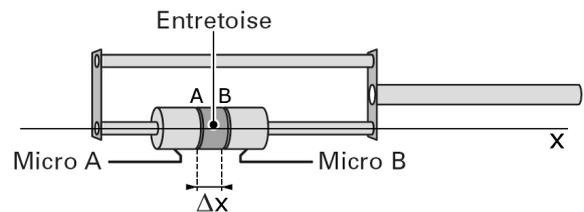
(i) Show that a plane wave having an effectiveness acoustic pressure of $1 \text{ } \mu\text{bar}$ in air has an intensity level of 74 dB ref $20 \text{ } \mu\text{Pa}$. (see chapter 3 for level definition) (ii)

Find the intensity produced by an acoustic plane wave in water of sound pressure level (ref $1 \mu\text{bar}$) 120 dB. (iii) What is the ratio of the acoustic pressure in water for a plane wave to that of a similar wave in air of equal intensity?

Solution : (ii) 6.8 kW/m^2 , 59.7.

[E4] Mesure de l'intensité acoustique d'une onde plane

La mesure d'intensité acoustique est très importante car elle permet la localisation de sources sonores, alors que la mesure de pression est incapable de le faire. Cette mesure a la particularité de pouvoir être effectuée à la fois en laboratoire ou *in-situ*. L'intensité acoustique est estimée à partir de la méthode dite "des deux microphones". Ces derniers sont alignés selon l'axe des x , et distants d'une longueur Δx . Cet espace est complété la plupart du temps par un matériau solide.



Le **but de ce problème** est d'étudier cette méthode expérimentale. Après la mise en place d'une formulation proposée par la théorie, la deuxième partie se propose d'appréhender l'erreur de mesure consécutive à l'approximation de l'intensité par l'approche des différences finies. Une dernière partie revient sur des considérations pratiques de la mesure.

On considère, dans le plan xOy , une onde plane harmonique, dont le vecteur d'ondes \vec{k} fait un angle θ avec l'axe $O\vec{x}$ (Fig. 2.5). Soit $M(x, y)$ un point quelconque de ce plan, la pression acoustique écrite sous forme complexe $\tilde{p}(M, t)$ en ce point est de la forme :

$$\tilde{p}(M, t) = P e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})}$$

avec ω la pulsation et P l'amplitude réelle.

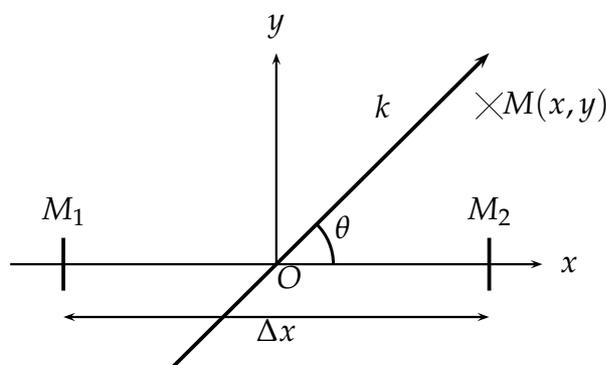


FIGURE 2.5 Configuration de l'exercice [E4].

Expression théorique de l'Intensité Acoustique

Le but de cette partie est de proposer une formulation de l'intensité acoustique en un point $M(x, y)$ de l'espace en fonction des paramètres du problème.

[1.] Écrire la pression acoustique $\tilde{p}(M, t)$ en fonction de $P, \omega, k, x, y, \theta$ et t .

[2.] Calculer la composante $\tilde{u}_x(M, t)$ de la vitesse acoustique. On notera ρ_0 et c respectivement la masse volumique et la vitesse du son dans le fluide au repos.

[3.] Calculer la valeur moyenne de l'Intensité Acoustique par rapport au temps que l'on notera \bar{I}_x . On vérifiera que cette grandeur est indépendante du point M considéré.
Solution : $\bar{I}_x = P^2 \times \cos(\theta) / (2\rho_0 c)$.

Étude d'un estimateur de l'Intensité Acoustique

La partie précédente a permis de donner une expression de l'intensité acoustique moyenne *théorique*, \bar{I}_x . Celle-ci ne peut pas être atteinte de façon exacte par la mesure car la méthode des deux microphones est basée sur une approche par différences finies et génère ainsi des erreurs. Le but de cette partie est d'étudier la contribution des erreurs de mesure par rapport à l'estimation théorique.

On suppose que l'origine des coordonnées O est placée au milieu de $M_1 M_2$ (M_1 et M_2 désignant les positions des deux microphones). Ces microphones vont être utilisés pour l'estimation de I_x en O , notée \bar{I}_{xa} .

[4.] Donner les expressions de \tilde{p}_1 et \tilde{p}_2 de la pression acoustique aux points M_1 et M_2 . Calculer ainsi de manière approchée la pression acoustique $\tilde{p}(O)$ au point O en utilisant la formule classique :

$$\tilde{p}(O) = \frac{\tilde{p}_1 + \tilde{p}_2}{2}$$

[5.] Calculer de manière approchée la composante \tilde{u}_x de la vitesse acoustique au point O , sachant qu'en ce point on peut écrire :

$$\left. \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \right|_O = \frac{\tilde{p}_2 - \tilde{p}_1}{\Delta x}$$

[6.] En déduire une valeur approchée de l'intensité acoustique moyenne, \bar{I}_{xa} .

Solution : $\bar{I}_{xa} = [P^2 / (2\rho_0 c)] \times \sin(k\Delta x \cos\theta) / k\Delta x$.

[7.] Étudier le rapport des intensités acoustiques moyennes mesurée et théorique, $\frac{\bar{I}_{xa}}{\bar{I}_x}$.

La mesure est considérée comme acceptable si ce rapport est supérieur à 0,5. Sachant que $\sin X / X > 0,5$ si $X < 1,9$, déterminer la fréquence limite pour les mesures au-delà de laquelle celles-ci ne sont plus acceptables. A.N. : $\Delta x = 12 \text{ mm}$, $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$.

Solution : $f < 8,6 \text{ kHz}$.

Considérations pratiques

[8.] On pose $\tilde{p}_1 = P_1 e^{j\varphi_1}$, $\tilde{p}_2 = P_2 e^{j\varphi_2}$ les pressions aux deux points M_1 et M_2 . Montrer

que \bar{I}_{xa} peut s'écrire de manière simple et générale en fonction de la partie imaginaire du produit $\tilde{p}_1^* \times \tilde{p}_2$ sous la forme :

$$\bar{I}_{xa} = \frac{\text{Im}(\tilde{p}_1^* \times \tilde{p}_2)}{K}$$

où K est un paramètre fonction de ρ_0 , c , k , et Δx .

Niveaux acoustiques

Ce chapitre présente un concept très utilisé par l'acousticien, le niveau acoustique. Celui-ci permet de compresser sur une échelle adaptée une gamme de pressions acoustiques associée à des sensations auditives très différentes. Différentes méthodes permettant d'ajouter de façon cohérente ces niveaux seront présentées. Enfin puisque l'acoustique se rapporte généralement à l'humain, le document présentera les pondérations nécessaires à l'interprétation des niveaux mesurés de façon objective par les microphones.

3.1 Généralités

L'acoustique est un domaine qui nous est proche *a priori* car le bruit fait parti de notre environnement (le bruit domestique, le bruit de circulation, le bruit industriel, etc.). Les bruits se distinguent entre eux par leur forme, mais en premier lieu par la sensation qu'ils entraînent sur notre appareil auditif. En effet, les sensations produites par le crissement généré lors du ralentissement d'un train et celles produites par le ventilateur de notre ordinateur sont très différentes. Ainsi, l'oreille humaine est capable d'entendre des bruits situés dans une gamme de pression acoustique allant de 2×10^{-5} Pa jusqu'à 200 Pa. La limite basse correspond au seuil d'audition et la limite haute au seuil de douleur. Il y a donc sept ordres de grandeurs entre ces deux extrêmes représentant un interval très grand de bruit (Tableau 3.1). Cela revient à effectuer un trajet dans une gamme de distances comprises entre 1 mm et 10 km. Dans le but de quantifier la pression acoustique, on préférera manipuler des données logarithmiques à la place de la pression acoustique telle quelle. Ceci est d'autant plus avantageux que dans la gamme énoncée plus haut, la sensation auditive évolue de façon logarithmique telle qu'elle est énoncée par la loi de Weber-Fechner [14] établissant le lien entre l'amplitude d'un stimulus physique et celle de la sensation associée. L'utilisation de l'échelle logarithmique a été proposée en 1923 [26] par les laboratoires Bell¹ avec pour objectif d'estimer l'atténuation d'un signal dans un câble téléphonique et remplaçant alors l'ancienne unité *mile of standard cable*. L'échelle logarithmique est en accord avec le fait que la variation de sensation auditive reste indépendante de l'intensité et ne dépende que de la variation relative de l'intensité. Ainsi si un niveau de pression évolue de 0,01 Pa à 0,02 Pa, de 0,1 Pa à 0,2 Pa, ou de 1 Pa à 2 Pa, le bruit semblera être pareillement renforcé. Dans tous les cas, la pression a été doublée. Au contraire, si une pression de 0,1 Pa est ajoutée à une ambiance de 0,01 Pa, la sensation sera très vive ; alors qu'une augmentation sonore identique sur un fond sonore de 1 Pa sera à peine perceptible.

1. Alexander Graham Bell (1847-1922), ingénieur et inventeur canadien, connu pour être l'inventeur du téléphone. Depuis 2002 cette invention a été reconnue à Antonio Meucci (1808-1889).

Tableau 3.1 Relation entre des pressions acoustiques et leurs niveaux acoustiques.

Pression acoustique (Pa, rms)	Niveau sonore (dB)	Type de bruit
2×10^{-5}	0	seuil auditif
2×10^{-4}	20	forêt
2×10^{-3}	40	bibliothèque
2×10^{-2}	60	bureau de travail
2×10^{-1}	80	rue très fréquentée
2×10^0	100	sirène
2×10^1	120	décollement d'avions
2×10^2	140	douleur auditive et limite d'audition

Certaines études se sont aussi intéressées à la résolution fréquentielle [32], c'est à dire la plus petite différence fréquentielle notable. Les expériences montrent que le niveau différentiel de perception en fréquence relative vaut dans les médiums 0,3% soit 3 Hz à 1 kHz et 6 Hz à 2 kHz. Cette perception est donc plus précise qu'un demi-ton musical (par exemple la fréquence de la note LA#₃ est 15,96 Hz au-dessus de celle de la note LA₃, le passage d'une note à l'autre est ainsi très perceptible).



La sensibilité auditive peut être formulée à partir de l'expression généralisée des sens humains proposée par Stevens [33], $\varphi = k(\psi - \psi_0)^t$ où ψ_0 représente le seuil minimum de perception du sens associé. Les valeurs de t pour les sens humains sont rassemblées dans le tableau 3.2. On note que l'oreille humaine constitue donc notre sens le moins excitable physiquement.

Tableau 3.2 Valeur numérique du paramètre t intervenant dans l'expression de Stevens [33].

ouïe	vue	froid (sur le bras)	chaleur (sur le bras)	saveur (sucre)	courant électrique à travers un doigt
0,3	0,33	1,0	1,5	1,3	1,5

3.2 Niveaux de pression, d'intensité et de puissance

Comme nous venons de le voir, les acousticiens caractérisent la pression acoustique par un niveau sonore, le *niveau de pression efficace* (SPL en anglais pour *Sound Pressure Level*) et s'exprimant en déciBel (dB). Ce niveau de pression est la valeur en dB de la pression efficace par rapport à une pression de référence p_{Ref} [5] qui est prise généralement égale à 2×10^{-5} Pa pour l'air et 10^{-6} Pa pour l'eau². La pression de

2. Trois valeurs numériques de la pression ont été utilisées en tant que pression de référence pour la définition du niveau de pression dans l'eau : 20 μ Pa (comme pour l'air), 1 μ bar et 1 μ Pa. La dernière

référence pour l'air correspond à la pression en-dessous de laquelle l'oreille humaine n'entend plus à 1 kHz. Le niveau de pression s'écrit :

$$L_p = 10 \log \left(\frac{p_{\text{eff.}}^2}{p_{\text{Ref}}^2} \right) = 20 \log \left(\frac{p_{\text{eff.}}}{p_{\text{Ref}}} \right) \quad (3.1)$$

où $p_{\text{eff.}}$ est la pression efficace de la pression acoustique, $p_{\text{eff.}}^2 = \overline{p^2} = \tilde{p} \times \tilde{p}^* / 2$.

Application : le seuil d'audition à 1 kHz correspond à une pression efficace égale à 2×10^{-5} Pa. Le niveau sonore vaut donc :

$$L_p = 20 \log \left(\frac{2 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-5}} \right) = 0 \text{ dB}$$



D'autre part le seuil haut d'audition, au-dessus duquel une douleur apparaît, est associé à une pression efficace égale à 200 Pa entraînant alors un niveau sonore :

$$L_p = 20 \log \left(\frac{200}{2 \times 10^{-5}} \right) = 140 \text{ dB}$$

L'acoustique que nous traiterons ici correspondra donc à des niveaux acoustiques compris entre 0 dB et 140 dB, lorsque la pression de référence vaut 2×10^{-5} Pa.

On définit de même un niveau d'intensité, exprimé en dB :

$$L_I = 10 \log \left(\frac{\bar{I}}{I_{\text{Ref}}} \right) \quad (3.2)$$

avec I_{Ref} l'intensité de référence égal à 10^{-12} W/m². Cette intensité correspond au seuil d'audition d'une source monochromatique de 1000 Hz.

Le niveau de puissance acoustique est donné par l'expression :

$$L_W = 10 \log \left(\frac{\bar{W}}{W_{\text{Ref}}} \right) \quad (3.3)$$

avec \bar{W} la puissance moyenne obtenue par intégration de l'intensité acoustique sur une surface sphérique S de référence et centrée autour de la source acoustique et $W_{\text{Ref}} = 10^{-12}$ W. Le niveau de puissance est évidemment différent du niveau d'intensité, et de pression.

Dans certaines situations, on souhaite limiter le rayonnement à un certain niveau, et pour cela la pression doit être estimée. Rappelons que si les paramètres a et b sont reliés par la relation $\log a = b$, alors le paramètre a vaut 10^b . Ainsi, la pression peut être estimée par la relation $p_{\text{eff.}} = p_{\text{Ref}} \times 10^{L_p/20}$. Il en est de même pour les intensités et les puissances.

valeur est actuellement la valeur standard.

3.2.1 Relations entre les niveaux sonores

On s'intéresse dans cette partie aux relations entre les types de niveaux acoustiques définis plus haut. Partons tout d'abord du niveau d'intensité et essayons de mettre en évidence le niveau de pression. Nous nous placerons ici dans le cas des ondes planes et sphériques pour lesquelles la relation entre l'intensité et la pression efficace est connue ($\bar{I} = p_{\text{eff.}}^2 / \rho_0 c$).

$$\begin{aligned}
 L_I &= 10 \log \left(\frac{\bar{I}}{I_{\text{Ref.}}} \right) \\
 &= 10 \log \left(\frac{p_{\text{eff.}}^2}{\rho_0 c \times I_{\text{Ref.}}} \right) \\
 &= 10 \log \left(\frac{p_{\text{eff.}}^2}{p_{\text{Ref.}}^2} \times \frac{p_{\text{Ref.}}^2}{\rho_0 c I_{\text{Ref.}}} \right) \\
 &= 10 \log \left(\frac{p_{\text{eff.}}^2}{p_{\text{Ref.}}^2} \right) + 10 \log \left(\frac{p_{\text{Ref.}}^2}{\rho_0 c I_{\text{Ref.}}} \right) \\
 &= L_p - 0,16 \\
 &\approx L_p
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Ainsi les niveaux de pression et d'intensité sont équivalents. L'acousticien évoquera alors de façon générale un niveau sonore sans préciser s'il s'agit d'un niveau de pression ou d'intensité. D'autre part il sera pertinent d'utiliser une formulation de niveau basée sur la pression ou l'intensité selon le type de problème à résoudre, ou en fonction des données à disposition. Effectuons un travail équivalent avec le niveau de puissance en se plaçant dans le cas d'une onde sphérique pour laquelle $\bar{W} = \bar{I} \times 4\pi R^2$ lorsque l'auditeur se situe à une distance R de l'origine de la source.

$$\begin{aligned}
 L_W &= 10 \log \left(\frac{\bar{W}}{W_{\text{Ref.}}} \right) \\
 &= 10 \log \left(\frac{\bar{I} \times 4\pi R^2}{W_{\text{Ref.}}} \right) \\
 &= 10 \log \left(\frac{\bar{I}}{I_{\text{Ref.}}} \right) + 10 \log R^2 + 10 \log \left(\frac{I_{\text{Ref.}}}{W_{\text{Ref.}}} \times 4\pi \right) \\
 &= L_I + 10 \log R^2 + 11
 \end{aligned}$$

d'où la relation pratique

$$L_I = L_W - 10 \log R^2 - 11 \tag{3.5}$$

Cette relation traduit très bien le lien entre le niveau de puissance d'une source et le niveau d'intensité perçu à une distance éloignée de la source. Elle met d'autre part en évidence la décroissance du niveau sonore au fur et à mesure que l'auditeur s'éloigne de la source, celle-ci n'étant pas principalement liée à une dissipation de l'énergie mais plutôt à sa conservation.

Application : La puissance acoustique d'un orchestre symphonique vaut approximativement 100 W. On souhaite évaluer le niveau sonore à 50 m. On supposera, en première approximation, que l'orchestre a un rayonnement omnidirectionnel laissant alors la possibilité d'utiliser la relation précédente. Le niveau de puissance de l'orchestre vaut :

$$L_W = 10 \log \left(\frac{100}{10^{-12}} \right) = 140 \text{ dB}$$

Le niveau sonore à 50 m vaut donc :

$$L_I = 140 - 10 \log 50^2 - 11 = 95 \text{ dB}$$

Si l'auditeur est placé, cette fois, à 100 m de l'orchestre, le niveau sonore vaut 89 dB d'après la formulation (3.5), soit 6 dB plus bas. Cette différence sonore sera nettement ressentie par l'auditeur puisqu'une différence de niveau est notable au-delà de 5 dB.



3.2.2 Additions de niveaux acoustiques

On ne doit pas additionner de façon triviale des niveaux acoustiques entre eux (deux sources sonores de 70 dB ne créent pas un bruit total de 140 dB!!!). Ce sont les intensités acoustiques ou les puissances acoustiques qui s'additionnent. Les pressions efficaces ne s'additionnent pas non plus car elles sont obtenues par opérations quadratiques. On pourra néanmoins additionner les pressions efficaces élevées au carré.

Considérons n sources décorréées, c'est-à-dire indépendantes et sans relation entre elles³, générant des niveaux d'intensité $L_{I,1}, L_{I,2}, \dots, L_{I,n}$ en un point M de l'espace lorsqu'elles rayonnent seules. Ainsi l'intensité générée en ce point par une source i s'écrit :

$$\bar{I}_i = I_{\text{Ref}} \times 10^{L_{I,i}/10}$$

L'auditeur perçoit alors une sensation auditive consécutive à l'action de chacune des sources, et l'intensité totale est alors obtenue par la somme de toutes les intensités (i.e. $\bar{I}_{\text{tot.}} = \sum_{i=1}^n \bar{I}_i$). Le niveau d'intensité total vaut donc

$$L_{I,\text{tot.}} = 10 \log \left(\sum_{i=1}^n 10^{L_{I,i}/10} \right) \quad (3.6)$$

3. Dans ce cas le rayonnement acoustique produit par une source ne dépend pas de celui généré par une autre source.



Application : *Considérons une source acoustique rayonnant essentiellement à trois fréquences distinctes, 250 Hz, 1000 Hz et 2000 Hz. Une mesure à l'aide d'un microphone relève des niveaux sonores égaux à 96 dB, 95 dB et 92 dB à ces fréquences respectivement. L'application de la relation (3.6) s'écrit :*

$$L_{I,tot.} = 10 \log \left(10^{96/10} + 10^{95/10} + 10^{92/10} \right) = 99,4 \text{ dB.}$$

Cette valeur est celle qui s'affichera sur l'instrument de mesure, appelé sonomètre, utilisé lors des mesures en acoustique, si le niveau global mesuré est souhaité.

Dans le cas, cette fois-ci, de n sources identiques émettant chacune une intensité L , le niveau total d'intensité sera donné par la relation :

$$L_{I,tot.} = L + 10 \log n$$

Dans le cas particulier où $n = 2$, le niveau sonore est, d'après la relation précédente, augmenté d'une valeur égale à

$$\Delta L_I = 10 \log 2 = 3 \text{ dB.}$$



Le fait de mettre deux sources identiques décorréélées l'une à côté de l'autre génère ainsi une augmentation du niveau sonore de l'ordre de 3 dB comparativement à celui observé lorsqu'une seule de ces deux sources émet un rayonnement acoustique.

De même le niveau de puissance total peut s'écrire :

$$L_{W,tot.} = 10 \log \left(\sum_{i=1}^n 10^{L_{W,i}/10} \right)$$

Il existe une méthode graphique simple permettant d'additionner rapidement deux niveaux sonores L_1 et L_2 , tels que $L_1 \geq L_2$. L'augmentation du niveau sonore par rapport à L_1 , soit $L - L_1$, peut être estimée par le graphe de la figure 3.1 en fonction de l'écart de niveaux $L_1 - L_2$. Considérons par exemple deux sources sonores, $L_1 = 86$ dB et $L_2 = 80$ dB. La différence de niveau est de $L_1 - L_2 = 6$ dB, d'où $L - L_1 = 1$ dB d'après la figure 3.1. Le niveau sonore totale sera de 87 dB. Encore une fois, d'après ce graphique cette fois, deux sources sonores rayonnant ensemble dans le même espace et ayant le même niveau acoustique entrainera une augmentation sonore de 3 dB par rapport au niveau d'une des deux sources.

Enfin, ajouter une seconde source de niveau sonore inférieur de plus de 10 dB par rapport à une première source, n'entrainera pas une forte augmentation du niveau total. Par exemple si un bruit de fond extérieur génère dans une pièce un niveau égal à 80 dB et un ventilateur placé dans cette même pièce un niveau sonore égal à 70 dB, le niveau global sera proche du niveau de bruit de fond seul (*i.e.* 80,4 dB) et l'augmentation sonore consécutive à la présence du ventilateur à peine perceptible.

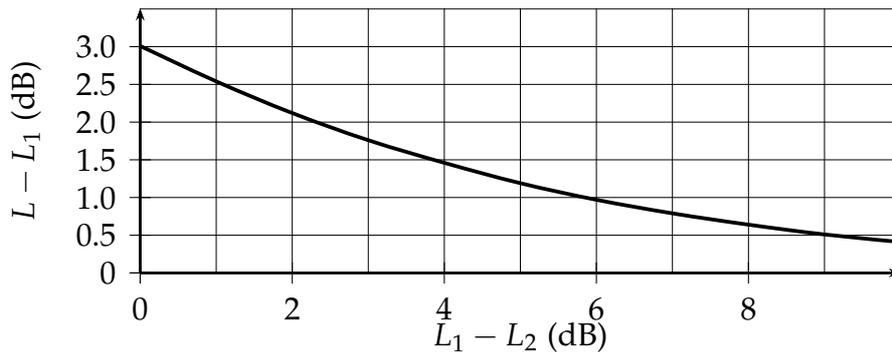


FIGURE 3.1 Graphe d'addition de deux niveaux sonores. L_1 représente le niveau de la source la plus bruyante, $L - L_1$ représente l'augmentation de niveau en dB par rapport à cette source.



Application : Considérons l'application précédente (page 36) pour laquelle une source acoustique rayonne des niveaux sonores 96 dB, 95 dB et 92 dB aux fréquences 250 Hz, 1000 Hz et 2000 Hz respectivement. L'addition graphique des niveaux 96 dB à 250 Hz et 95 dB à 1000 Hz, pour lesquels il existe une différence sonore de 1 dB, conduit à une valeur égale à 98,5 dB. Cette valeur doit enfin être additionnée avec le niveau sonore à 2000 Hz, à savoir 92 dB. La différence valant 6,5 dB le graphique nous indique une augmentation approximativement égale à 0,75 dB. le niveau global ainsi approché vaut 99,3 dB, valeur proche de celle estimée à l'aide de la relation (3.6), à savoir 99,4 dB.

3.3 Sensation auditive

Deux sources émettant la même énergie acoustique, mais répartie différemment dans les fréquences, ne généreront pas la même sensation auditive. Ainsi, et contrairement aux microphones qui doivent avoir la sensibilité fréquentielle la plus plate possible afin d'enregistrer le son tel qu'il a été propagé, la courbe de sensibilité de l'oreille humaine quant à elle n'est pas plate. L'oreille humaine ne perçoit pas toutes les fréquences de façon équitable. Les courbes isosoniques, déterminées expérimentalement par Fletcher et Munson [15], caractérisent cette inhomogénéité (Fig. 3.2). Ces courbes sont obtenues par voie expérimentale : on fait écouter initialement à un auditeur un son monochromatique de fréquence égale à 1 kHz dont le niveau sonore est situé 10 dB au-dessus du seuil d'audibilité. Un second son de même niveau sonore mais de fréquence différente lui est proposé, et l'auditeur a la possibilité de régler le niveau sonore de ce son afin de retrouver les mêmes sensations auditives générées par le premier son. La correction apportée est relevée. L'expérience est répétée pour des niveaux initiaux de plus en plus fort (jusqu'à un niveau plus faible que le niveau de douleur). Chacune des courbes correspond à une même sensation *subjective*, appelée parfois *phone*, à partir d'un bruit émis à des fréquences différentes. La courbe la plus basse correspond au seuil d'audition.

On observe, en premier lieu, que la sensation auditive ne suit pas la courbe du niveau sonore en décibel mesuré de façon *objective* par un sonomètre, les courbes d'isotonie n'étant pas plates. On note que la sensibilité de l'oreille est maximale pour

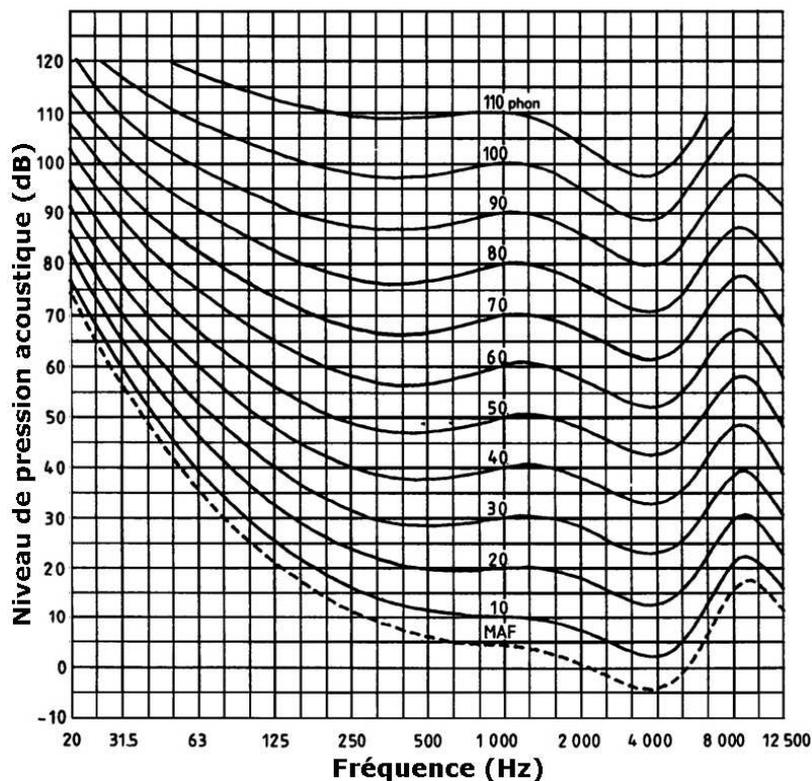


FIGURE 3.2 Courbes d'isophonie (d'après Fletcher et Munson [15]).

des fréquences proches de 4 kHz puisque, lors des expériences, l'auditeur baisse à chaque fois le niveau sonore de la source pour éprouver les mêmes sensations qu'à 1 kHz. Ceci est lié à la résonance du conduit auditif équivalent à un tube acoustique *ouvert-fermé* (Cf. chapitre 7). D'après ces courbes, lorsque la fréquence du son initialement entendu est modifiée, les sensations auditives évoluent. Par exemple, la sensation auditive obtenue à partir d'une source monochromatique de fréquence égale à 1 kHz et de niveau égal à 60 dB serait différente si cette source émettait maintenant à une fréquence plus faible. Par exemple si ce même niveau sonore est généré cette fois à une fréquence égale à 125 Hz, l'auditeur "entend" à 55 dB et doit alors régler le niveau sonore réel à 65 dB pour obtenir la même sensation que le premier son (*i.e.* 1 kHz à 60 dB). Ainsi la sensibilité de l'oreille est 5 dB plus faible à 125 Hz qu'à 1 kHz pour un niveau sonore valant 60 dB. Si ce même son initial est généré cette fois-ci à une fréquence plus basse que 30 Hz, l'auditeur n'entendra plus rien et devra monter le niveau de presque 35 dB pour retrouver les mêmes sensations initiales. De façon générale l'oreille humaine est plus sensible aux fréquences médianes, comprises entre 1 kHz et 5 kHz, qu'aux basses et hautes fréquences.

Nous venons ici de mettre le doigt sur un point important en acoustique, à savoir la différence existant entre la sensation auditive et le niveau sonore réel en un point. L'ingénieur acousticien, travaillant pour des oreilles humaines, doit donc tenir compte de cette différence par l'utilisation d'un filtre, à appliquer sur les mesures, diminuant les niveaux des basses fréquences, pour lesquelles l'oreille est moins sensible, laissant inchangés les niveaux dans les médiums, et diminuant aussi les très hautes fréquences. Ce filtre est appelé **pondération**.



On observe que pour des niveaux sonores faibles, les basses fréquences sont très fortement atténuées par l'oreille humaine. De ce fait le timbre d'un son, i.e. sa composition spectrale, évolue avec le niveau sonore. Les constructeurs d'amplificateurs de puissance haute-fidélité ont alors mis en place une correction physiologique appelée **loudness** relevant le niveau des graves et des aigües pour des écoutes à niveau sonore faible.

3.4 Pondération

Nous venons de voir que l'inhomogénéité de la réponse de l'oreille humaine oblige l'acousticien à mettre en place un système de pondérations. Celles-ci seront différentes si les niveaux mesurés sont faibles, moyens ou forts. Pour cela, trois pondérations normalisées sont utilisées, respectivement aux phones 40, 70 et 100 de la figure 3.2 et correspondant aux pondérations A, B et C (Fig. 3.3 et Tab. 3.3 pour la pondération A). Dans le dernier cas, la pondération est moins accentuée. Ainsi la valeur numérique du niveau sonore mesuré par un sonomètre sera généralement différente de celle correspondant à la sensation auditive. En exemple, l'exercice [E9] traite le cas de deux sources ayant des niveaux sonores objectifs identiques pour des valeurs subjectives différentes. Afin de bien distinguer les valeurs numériques de niveau non-pondérées ou pondérées, on placera le symbole (A) dans l'unité décibel (i.e. db(A)) pour une pondération A. Dans la pratique, la pondération A est généralement utilisée même pour des niveaux sonores élevés. On note tout de même que l'atténuation réalisée par la pondération A est très importante en basse fréquence. Ceci peut être un problème car des études ont montré que cette pondération sous-estime la gêne causé par des bruits basse fréquence [11] et tout spécifiquement dans les environnements intérieurs [17]. Néanmoins l'application de la pondération A semble rendre bien compte, tout de même, de la sensibilité de l'oreille vis-à-vis des bruits environnementaux [9].

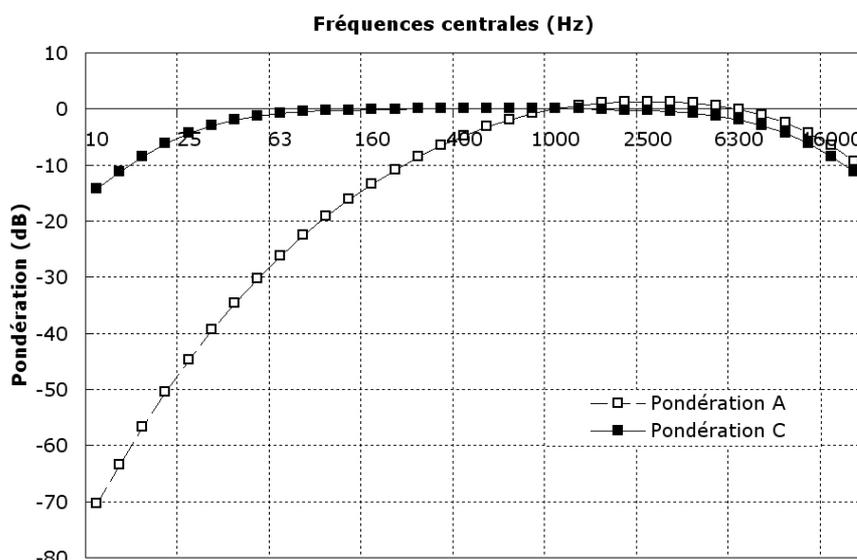


FIGURE 3.3 Courbes de pondération A et C.

Tableau 3.3 Pondération A

f (Hz)	125	250	500	1000	2000	4000
Pondération A (dB)	-15,5	-8,5	-3	0	+1	+1

Application : *Considérons de nouveau l'exemple donné à la page 36 dans lequel une source acoustique rayonne essentiellement à trois fréquences distinctes, 250 Hz, 1000 Hz et 2000 Hz à des niveaux sonores 96 dB, 95 dB et 92 dB respectivement. Nous avons vu que le niveau global mesuré par le sonomètre valait 99,4 dB. D'après ce qu'il a été dit plus haut, l'oreille, contrairement au microphone, peut entendre des niveaux différents à certaines fréquences. Ce sera le cas pour la fréquence 250 Hz pour laquelle l'oreille entendra un niveau égal à*

$$96 - 8,5 = 87,5 \text{ dB(A)}$$

De même, concernant la fréquence 2000 Hz, l'oreille entendra le niveau sonore :

$$92 + 1 = 93 \text{ dB(A)}$$

Il n'y a pas de pondération pour la fréquence 1000 Hz d'après le Tableau 3.3. De ce fait le niveau sonore entendu est estimé par la relation :

$$L_{I,tot.} = 10 \log \left(10^{87,5/10} + 10^{95/10} + 10^{93/10} \right) \approx 98 \text{ dB(A)}$$

Ainsi l'oreille entendra un niveau sonore global inférieur à celui qu'il est réellement.



3.5 Influence du temps

Lorsque le temps d'exposition à un bruit devient important (de l'ordre de la journée, de la semaine, ou plus), plusieurs questions sont soulevées. La quantité d'information à stocker devient très importante, et il est alors préférable de manipuler d'autres notions que le niveau acoustique instantané. D'autre part, si le bruit est caractérisé par un niveau important, il devient nécessaire que le temps d'exposition ne soit pas trop long. En effet, le risque encouru à cause d'un bruit augmente avec le niveau sonore d'une part, mais aussi avec la durée d'exposition. Il est généralement admis de ne pas s'exposer à un bruit de 80 dB pendant une durée supérieure à 8 h. Pour réglementer ces doses reçues, la législation utilisera des notions de niveau sonore équivalent, et niveau d'exposition sonore que nous présentons dans la suite du document.

3.5.1 Niveau d'exposition sonore (SEL)

Le niveau d'exposition sonore représente la quantité (on parlera de dose) d'énergie reçue par un auditeur pendant une durée T . Elle s'exprime sous forme logarithmique :

$$SEL = \frac{1}{T_0} \int_0^T 10^{L_{p,A}(t)/10} dt \quad (3.7)$$

avec $L_{p,A}$ le niveau sonore pondéré A au temps t , et $T_0 = 1$ s une durée de référence (présent pour des raisons d'homogénéité). La durée d'observation T devra être exprimée en seconde. Ce critère est parfaitement adapté aux bruits transitoires tels que des machines, le passage fréquent de voitures, les décollages d'avions, etc.

3.5.2 Niveau d'exposition sonore quotidienne, $L_{Ex,d}$

Le niveau d'exposition sonore peut être estimé sur une durée de référence différente de celle utilisée précédemment et correspondre alors à la durée exprimée en seconde d'une journée de travail comprenant huit heures. La formulation (3.7) devient dès lors :

$$L_{Ex,d} = \frac{1}{T_0} \int_0^T 10^{L_{p,A}(t)/10} dt \quad (3.8)$$

avec $T_0 = 8 \text{ h} = 28\,800$ s la durée de référence, T la durée totale effective de la journée de travail.

3.5.3 Niveau sonore continu équivalent, $L_{eq,T}$

Lorsque le niveau sonore fluctue dans le temps, on utilisera le niveau sonore continu équivalent, noté L_{eq} ou $L_{A,eq}$ pour rappeler la pondération utilisée, et représentant le niveau acoustique moyen sur une durée d'observation $T = t_2 - t_1$:

$$L_{eq,T} = 10 \log \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} 10^{L_{p,A}(t)/10} dt \quad (3.9)$$

où t_1 et t_2 sont les bornes temporelles d'observation. Il s'agit ici d'un critère statistique qui, si l'on veut qu'il soit significatif, doit faire intervenir un grand nombre d'événements, ou que le bruit soit relativement homogène durant la durée de la mesure. Si un acousticien mesure l'évolution temporelle du niveau sonore en un emplacement situé près de la sortie d'une école, le niveau équivalent ne reflétera pas le niveau sonore recueilli pendant le temps (court) de sortie des élèves si la moyenne est effectuée sur la journée entière.

Il est parfois nécessaire de relier la mesure du niveau d'exposition sonore d'un bruit transitoire observé durant dans un intervalle de temps et le niveau acoustique équivalent. Ceci est donné par la relation suivante :

$$SEL = L_{eq,T} + 10 \log \left(\frac{T}{T_0} \right) \quad (3.10)$$

avec T le temps d'intégration pour l'estimation du niveau équivalent, et T_0 le temps de référence égal à 1 s. D'autre part, si l'intervalle de temps vaut huit heures, $L_{eq,8h} = L_{Ex,d}$.

3.5.4 Niveau de pression acoustique de crête pondéré C ($L_{p,c}$)

Nous l'avons vu plus haut, une durée importante d'exposition fragilise l'oreille humaine. Un bruit bref peut tout de même générer les mêmes conséquences dès lors que son niveau est important. Les deux critères doivent alors être pris en compte par la législation (Cf. paragraphe 3.6). Pour cela on définit le niveau de pression acoustique de crête pondéré C tel que :

$$L_{p,c} = 10 \log \left(\frac{p_c^2}{p_{Ref.}^2} \right) \quad (3.11)$$

avec p_c la valeur maximale de la pression acoustique instantanée.

3.5.5 Niveaux de dépassement

Lorsque le bruit fluctue sur une gamme d'amplitudes importante, l'utilisation des niveaux de dépassement, noté L_n , s'avère intéressante. Ils désignent le niveau sonore qui est dépassé pendant $N\%$ du temps de mesure. Parmi les valeurs admissibles de N (de 0,1% à 99,9%) les valeurs $N = 1, 10, 50$, et 99 sont généralement utilisées. Ainsi L_{99} représente assez bien le niveau du bruit de fond alors que L_1 représente les bruits de fort niveau et rare. Finalement, la différence de niveaux entre L_1 et L_{99} est plus réaliste de la gêne causé par un bruit que le critère L_{eq} .

3.6 Conditions de travail en entreprise

Le bruit en entreprise peut être un facteur dérangent pour un travail intellectuel (si son niveau sonore est supérieur à 50 dB(A)), fatigant si l'activité si le niveau équivalent sur huit heures approche 75 dB(A), voire dangereux pour un travail nécessitant la présence de l'opérateur auprès de machines très bruyantes (85 dB(A)). Dans ce dernier cas, le décret n°88-405 du 21 avril 1988 mis en place par les pouvoirs publics protège le travailleur contre le bruit. Il s'appuie sur le fait que l'employeur doit rendre le niveau acoustique le plus bas possible en tenant compte des matériels de travail, et que la durée d'exposition doit être compatible avec l'état de santé du personnel. Il est d'autre part précisé qu'une protection auditive doit être mise en place dès lors qu'un employé est soumis à un niveau sonore équivalent à 85 dB(A) quotidiennement et un niveau de pression de crête égal à 135 dB.

Les valeurs limites réglementaires sont les suivantes :

- $L_{eq,8h} \geq 85$ db(A) : la protection individuelle doit être mise à disposition du personnel et la surveillance audiométrique instaurée ;

- $L_{eq,8h} \geq 85$ db(A) et $L_{p,crête} \geq 135$ db : identification du personnel concerné par ces critères, examen médicale avant l'affectation, et surveillance médicale dans l'année de l'affectation puis tous les trois ans, information et formation du personnel ;
- $L_{eq,8h} \geq 90$ db(A) et $L_{p,crête} \geq 140$ db : mise en place d'un programme de réduction de bruit, augmentation de la fréquence du suivi médical (tous les deux ans), utilisation obligatoire des protections individuelles.

3.6.1 Actions à la conception

La qualité du niveau sonore doit être intégrée dans le cahier des charges lors de l'implantation d'une usine ou d'un atelier. Celle-ci peut être améliorée en respectant quelques points de base. Les sources sonores bruyantes doivent tout d'abord être recensées afin d'adapter les locaux qui les accueillent. Les parois de ces locaux devront limiter par exemple la réverbération susceptible d'augmenter le niveau sonore. L'isolement de ces locaux devra aussi favorisé afin d'éviter toute propagation du bruit, par voies aérienne ou solidienne. La disposition des bureaux et des locaux bruyants devra être optimisée afin de ne pas les mettre les unes à côté des autres. Des pièces intermédiaires peuvent alors jouer le rôle d'absorbant (pièce de stockage par exemple). Les matériaux des parois doivent être caractérisés par des coefficients d'absorption les plus élevés possibles et tout spécialement dans le domaine spectral du rayonnement acoustique. La structure du bâtiment est d'un grand intérêt car s'il est mal dimensionné une grande partie des vibrations des machines peut être propagé et être alors transmis aux pièces adjacentes.

3.6.2 Actions de correction

Les actions de correction du niveau de bruit sont moins systématiques car elles dépendent grandement du type de bruit. Néanmoins, la première étape consiste à identifier la source sonore. Un encoffrement de celle-ci peut alors être possible. Dans le cas échéant, un écran acoustique ou la mise en place d'une cabine de manipulation peuvent limiter la propagation de bruit. Dans ce dernier cas, la ventilation ainsi que la visibilité vers l'extérieur sont nécessaires. Enfin, la durée d'exposition peut être réduite afin de diminuer le niveau sonore équivalent.

3.7 Exercices

[E5] Efficiency of a loud speaker

- (i) If one considers a loud speaker as a source of spherical wave with 1 W power consumption and an efficiency of 1, determine the sound level at 1 m from the source.
- (ii) The real sound level at this distance equals 90 dB (*ref* 20 μ Pa) for a consumption equal to 1 W. Determine the efficiency of the loud speaker.

Solution : (i) 109 dB ; (ii) 1.26%.

[E6] First and last rows

The first and the last rows of a public during a concert are located 5 m and 45 m respectively from the stage, what is the sound level variation between these two rows ?

Solution : 19 dB.

[E7] Choir

A choir is composed of 6 singers having the same acoustic power (*i.e.* 1 mW). The sound level is too low when people are seated 50 m from the stage. It's possible to get closer to the stage or to increase the number of singers if one wants to double the sound sensation for these people. What would be the new distance in the first case, and the number of singers in the latter ? The sound sensation is doubled when the sound level increase equals 10 dB.

Solution : (i) 16 m ; (ii) 60 singers.

[E8] Speech

A speaker is giving a talk and you want to record it. As you are disturbed by other people, you cannot get closer than 5 m. In order to have more closeness, you stretch out your arm so that the microphone moves forward by one meter. (i) How many dB can you increase by stretching out your arm when you are located at 5 m ? (ii) Same question when you are located 12 m from the speaker. (iii) What is the critical location where stretching out your arm results in an increase of less than 1 dB ?

Solution : (i) 2 dB ; (ii) 0.8 dB ; (iii) $r < 9.2$ m.

[E9] Weighting

An engineer measures the sound spectrum of two sources using a microphone. All the data are given in figure 3.4. Determine the global sound level of these two sources with and without considering A-weighting.

Solution : without A-weighting : $L_1 = 86.4$ dB and $L_2 = 86.4$ dB ; with A-weighting : $L_1 = 87.0$ dB and $L_2 = 78.4$ dB.

[E10] Rocket

The acoustic power produced by Saturn V rocket equalled 350 MW during lift-off. The sound level in a region near the rocket launchpad has then reached high value likely to cause ear damage. According to the statutory working conditions a protection must be used if, among others, an employee is exposed to a short-term sound event of a level at least equal to 135 dB. What is thus the distance below which (i) a pain appears and (ii) a ear protection must be used ?

Solution : (i) 500 m ; (ii) 890 m.

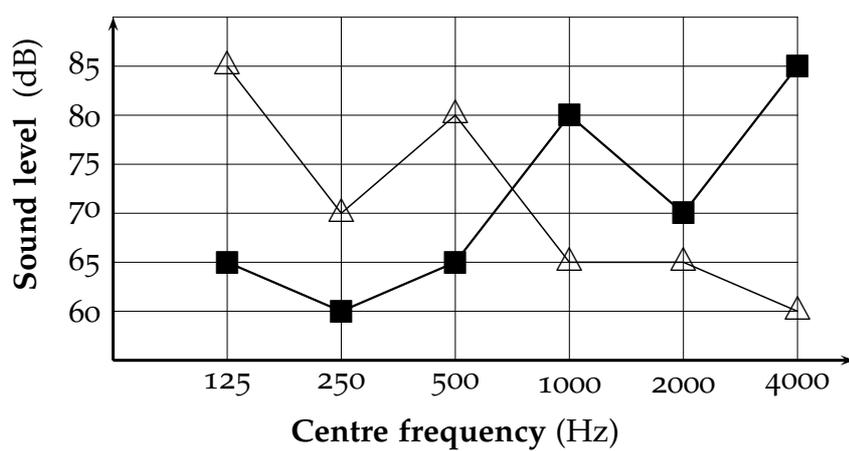


FIGURE 3.4 Distribution of sound level for the two sources of exercice [E9] (source 1, ■ et source 2, △).

Sources acoustiques élémentaires

On a vu plus haut la propagation des ondes acoustiques (planes et sphériques). Nous allons examiner maintenant différents types de sources de bruit à l'origine de ces ondes. On cherchera essentiellement à caractériser chacune de ces sources élémentaires par la pression, la vitesse, l'intensité et la puissance (toutes acoustiques) afin d'étudier les contributions relatives entre elles. On essaiera dans la plupart des cas pratiques d'associer une source de bruit réelle à ces modèles. Notons dès à présent que l'on s'intéresse au champ rayonné, c'est-à-dire la propagation d'une onde dans une région dépourvue de source (l'équation de propagation serait à modifier par la présence d'un terme dans le membre de droite).

4.1 Sources élémentaires

Cette partie se propose de décrire des modèles de sources réelles. La plupart des sources de bruit qui intéressent l'acousticien (*i.e.* les véhicules, les machines industrielles, les bruits dans les conduites, etc.) peuvent en effet être modélisées en terme de sources élémentaires. Il est très important dès lors de bien comprendre les rayonnements acoustiques de ces sources idéales.

4.1.1 Champ acoustique créé par un monopôle

La source appelée *monopôle* correspond à un point-source élémentaire rayonnant un champ acoustique omnidirectionnel en raison de la symétrie sphérique du problème (Fig. 4.1). Cette propriété entraîne une intensité évoluant en $1/r^2$ consécutivement à la définition de la puissance acoustique (relation 2.15).

Afin de proposer les expressions de l'ensemble des paramètres acoustiques d'un monopôle, considérons en premier lieu une sphère de rayon a animée d'une vitesse vibratoire surfacique purement radiale et pulsant à une fréquence donnée et constante $\tilde{V}(t) = V_a e^{j\omega t}$. Le concept de monopôle sera ensuite atteint en faisant tendre le rayon de cette sphère vers zéro.

Bien qu'un point-source de ce type n'existe pas, il représente un modèle théorique permettant de décrire le rayonnement de sources plus complexes. Par exemple, plusieurs cas pratiques sont rassemblés dans le cadre des monopôles : plaque et haut-parleur en basses fréquences, tables d'instruments à corde, bulle d'air dans l'eau.

Pression acoustique

La symétrie de la source entraîne un rayonnement acoustique ayant une symétrie sphérique. De ce fait, comme nous l'avons vu dans la section 2.9.1 (p. 23) la pression

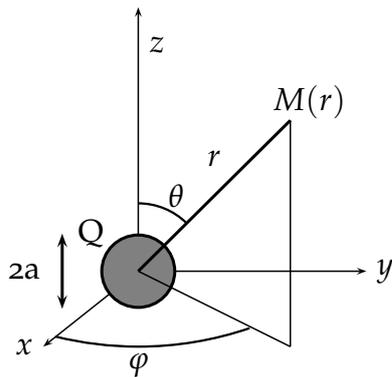


FIGURE 4.1 Monopôle acoustique (Rappel : l'angle θ varie de 0 à π , et l'angle φ de 0 à 2π).

d'une telle onde en un point M situé à une distance r de la source vaut

$$\tilde{p}(r, t) = \frac{\tilde{A}}{r} e^{j(\omega t - kr)}$$

avec \tilde{A} une constante à déterminer. Cela n'est pas possible directement à l'aide de la pression acoustique. Par contre, dès lors que le fluide traité est visqueux (ici c'est le cas car le fluide étudié est de l'air) les particules fluides en contact avec la sphère adhèrent à sa surface (Figure 4.2). Ainsi la vitesse d'agitation (ou vitesse acoustique) de ces particules fluides placée en $r = a$ est identique à la vitesse vibratoire surfacique, $\tilde{V}_r(r = a, t) = V_a e^{j\omega t}$.

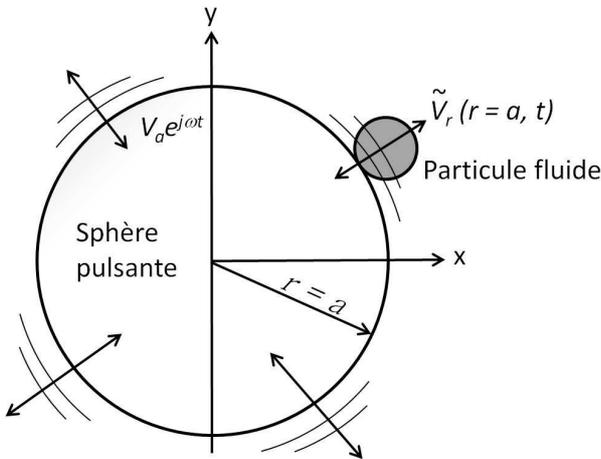


FIGURE 4.2 Mise en évidence de l'égalité des vitesses vibratoire et acoustique sur la surface de la sphère pulsante.



L'égalité des vitesses, acoustique et vibratoire, en paroi est généralement utilisée dans le cas d'étude du rayonnement acoustique généré par une surface vibrante. Dans ce cas, la vitesse acoustique est remplacée par une expression faisant intervenir la pression acoustique (comme cela est le cas dans cette section, voir plus bas).

La vitesse acoustique en $r = a$ peut en premier lieu être exprimée à l'aide de la relation (2.26) :

$$\tilde{V}_r(r = a, t) = \left[1 - \frac{j}{ka} \right] \frac{\tilde{p}(r = a, t)}{\rho_0 c} = [ka - j] \frac{1}{\rho_0 \omega a^2} \tilde{A} e^{j(\omega t - ka)}.$$

L'égalité de cette vitesse acoustique avec la vitesse vibratoire permet d'atteindre l'identification de la constante \tilde{A} :

$$\tilde{A} = \frac{\rho_0 \omega a^2 V_a}{ka - j} e^{jka} = \frac{j\omega \rho_0 a^2 V_a}{1 + jka} e^{jka}$$

En acoustique, on introduit généralement à ce stade le concept de *débit volumique acoustique* de la source témoignant du flux d'énergie acoustique sortant de la surface de la source par unité de temps :

$$Q(t) = Q_0 e^{j\omega t} = \int_S \vec{V}(t) \cdot \vec{n} dS \quad (4.1)$$

Dans le cas de la sphère pulsante, pour laquelle tous les points de sa surface vibrent radialement en phase : $\vec{V}(t) \cdot \vec{n} = \tilde{V}_r(r = a, t) = V_a e^{j\omega t}$. Ainsi $Q(t) = 4\pi a^2 V_a e^{j\omega t}$ et $Q_0 = 4\pi a^2 V_a$. De plus, comme nous l'avons dit dans l'introduction de cette section, il faut faire tendre le rayon de la sphère vers zéro afin d'obtenir les caractéristiques du monopôle. L'expression de la pression acoustique en un point M situé à une distance radiale r de la source devient alors :

$$\tilde{p}(r, t) = \frac{j\omega \rho_0 Q_0}{4\pi} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} \quad (4.2)$$

L'amplitude de la pression acoustique en tout point M de l'espace s'écrit donc

$$|\tilde{p}(r)| = \frac{\omega \rho_0 Q_0}{4\pi r}$$

L'évolution de la pression lors de la propagation de l'onde est donc en $1/r$ et ne fait pas apparaître de directions particulières pour laquelle le rayonnement acoustique serait plus important ou plus faible. On dit alors que le rayonnement est omnidirectionnel, ce qui caractérise fortement le monopôle acoustique. Ainsi un auditeur se déplaçant sur la surface d'une sphère de rayon R et centrée sur le monopôle (Fig. 4.3) percevra un niveau sonore inchangé $L(r = R) = 20 \times \log(p_{\text{eff}}/p_{\text{Ref}})$, avec pour rappel $p_{\text{eff}} = |\tilde{p}(r)|/\sqrt{2}$. Soit :

$$L(r = R) = 20 \log \left(\frac{\omega \rho_0 Q_0}{4\sqrt{2}\pi R \times p_{\text{Ref}}} \right)$$

Vitesse acoustique

La (seule) composante radiale de la vitesse acoustique est estimée à l'aide de la relation (2.26) :

$$\tilde{V}_r(r, t) = \left[1 - \frac{j}{kr} \right] \frac{\tilde{p}(r, t)}{\rho_0 c} = [kr - j] \frac{1}{\rho_0 \omega r} \frac{j\omega \rho_0 Q_0}{4\pi} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r}$$

soit

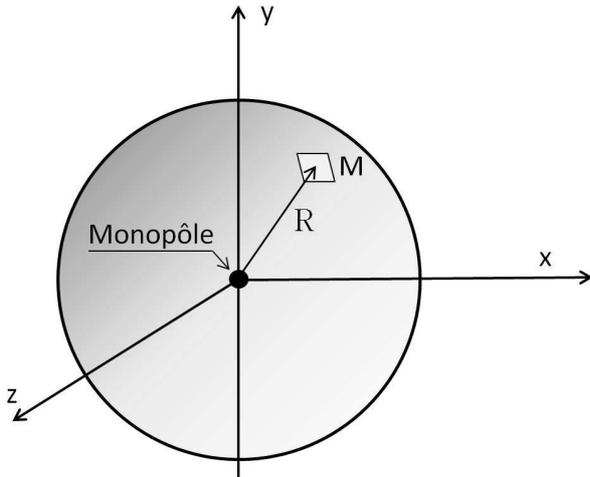


FIGURE 4.3 Représentation d'une surface sphérique centrée autour du monopôle (identifié par le point noir) sur laquelle l'amplitude de la pression acoustique est identique.

$$\tilde{V}_r(r, t) = [1 + jkr] \frac{Q_0 e^{j(\omega t - kr)}}{4\pi r^2} \quad (4.3)$$

Intensité et puissance acoustiques

Nous reprenons la relation (2.27), utile à l'estimation de l'intensité moyenne, à partir de la pression acoustique et des propriétés des ondes sphériques :

$$\begin{aligned} \bar{I}_r(r) &= \frac{1}{2\rho_0 c} \left[\frac{\omega \rho_0 Q_0}{4\pi r} \right]^2 \\ &= \frac{\rho_0 c}{2} \left(\frac{Q_0 k}{4\pi r} \right)^2 \end{aligned} \quad (4.4)$$

L'intensité acoustique est donc inversement proportionnelle au carré de la distance radiale, ce qui est cohérent avec une puissance constante sur des surfaces sphériques de rayons différents. Cette intensité est purement radiale, du fait de la symétrie sphérique du problème. La puissance acoustique peut ensuite être estimée à partir de l'expression des relations (2.15) et (4.4). Plaçons-nous pour cela sur une sphère de référence de rayon R , sur laquelle l'intensité est homogène. Il vient alors :

$$\begin{aligned} W &= \int_{(S)} \vec{I} \cdot \vec{n} dS \quad \text{avec } dS = R^2 \sin\theta d\theta d\varphi \\ &= \frac{\rho_0 c}{2} \left(\frac{Q_0 k}{4\pi R} \right)^2 \int_{(S)} dS \\ &= \frac{\rho_0 c}{2} \left(\frac{Q_0 k}{4\pi R} \right)^2 4\pi R^2 \\ &= \frac{\rho_0 \omega^2 Q_0^2}{8\pi c} \end{aligned} \quad (4.5)$$

On vérifie bien le fait que la puissance acoustique est indépendante de la distance radiale. On remarque d'autre part que la puissance d'un monopôle croît comme le carré de la fréquence. Ceci reste valable pour toute source ponctuelle possédant une symétrie sphérique. D'autre part on note maintenant le lien entre l'intensité acoustique et la puissance acoustique dans ce cas particulier. Si on isole par exemple une direction de propagation de l'onde sphérique (Fig. 4.4), on note que doubler la distance à la source quadruple l'aire de la surface de la sphère de propagation. Ceci entraîne une intensité quatre fois plus faible que celle à la distance deux fois plus courte.

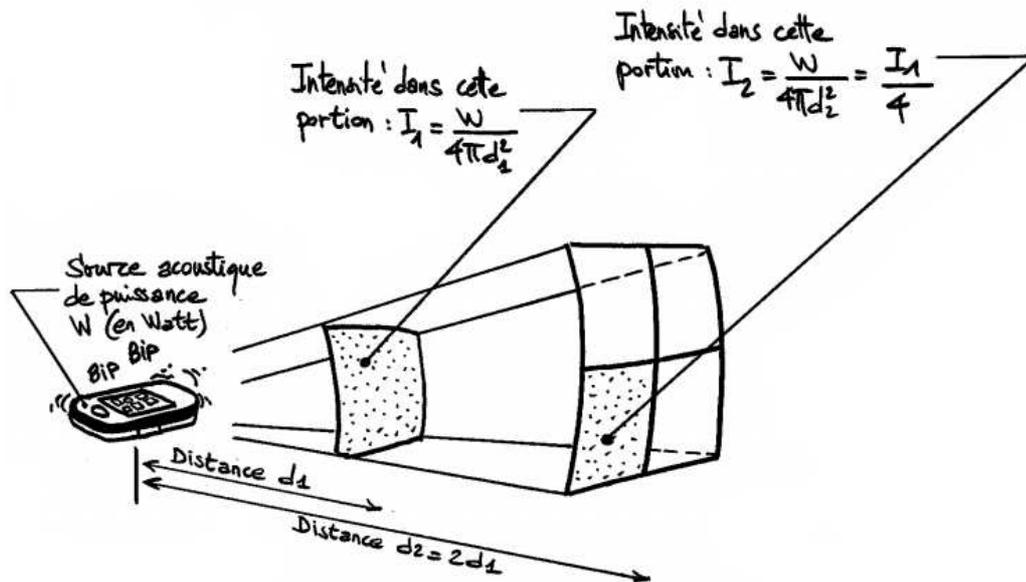


FIGURE 4.4 Décroissance de l'intensité acoustique d'une source rayonnant une onde sphérique.

4.1.2 Champ acoustique créé par un dipôle

Un nombre important de sources réelles ne peuvent pas être modélisées par un monopôle, par exemple les sources *oscillantes* pour lesquelles le débit global dans un demi-espace est égal et opposé au débit global sur l'autre demi-espace. Le type même d'une telle source est l'interaction entre un écoulement et un obstacle. Une autre source de type est un haut-parleur dépourvue de caisson. Le rayonnement acoustique perd dans ce cas toute symétrie sphérique, l'orientation angulaire par rapport à l'axe des demi-espaces devient alors un paramètre du problème. Une description élémentaire de ces sources peut être effectuée à partir du concept de *dipôle*. Cette source élémentaire est obtenue en considérant deux monopôles séparés d'une distance L très faible avec des débits acoustiques en opposition de phase (Fig. 4.5), et répondant au critère $L \ll \lambda$ (ou $kL \ll 1$, source appelée *source compacte*), avec λ la longueur d'onde du rayonnement acoustique de la source.

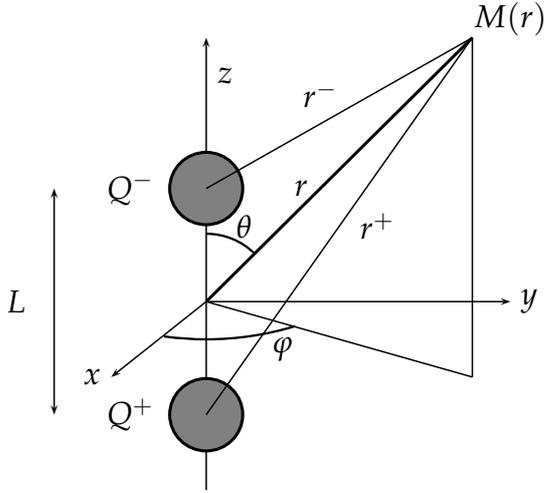


FIGURE 4.5 Dipôle acoustique (l'échelle n'est pas respectée pour des raisons de visibilité).

Pression acoustique

On considère ici deux monopôles séparés d'une distance L (Fig. 4.5) et caractérisés par des débits acoustiques $Q^+(t)$ et $Q^-(t)$ en opposition de phase, ainsi $Q^+(t) = Q_0 e^{j\omega t}$ et $Q^-(t) = Q^+(t) e^{j\pi} = -Q_0 e^{j\omega t}$. Le champ acoustique reçu par un observateur est composé des ondes issues des deux monopôles. Lorsque celui-ci est situé à un angle égal à 90° par rapport à l'axe du dipôle ce champ acoustique sera donc nul car l'observateur est situé à égale distance des deux monopôles. De même, le maximum de bruit sera perçu lorsque l'observateur sera situé sur l'axe du dipôle. On notera r^+ et r^- respectivement les distances entre les sources de débit $Q^+(t)$ et $Q^-(t)$ et l'observateur. On fera l'hypothèse que $L \ll r$, on gardera alors que les termes du premier ordre dans les développements limités en L/r . La pression acoustique générée, en tout point M de l'espace, par un dipôle acoustique est alors donnée, par l'addition des pressions générées par les deux monopôles en ces points :

$$\begin{aligned} \tilde{p}(M, t) &= \frac{j\omega\rho_0}{4\pi} \left[\frac{Q^+(t)e^{-jkr^+}}{r^+} + \frac{Q^-(t)e^{-jkr^-}}{r^-} \right] \\ &= \frac{j\omega\rho_0 Q_0}{4\pi} \left[\frac{e^{-jkr^+}}{r^+} - \frac{e^{-jkr^-}}{r^-} \right] e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (4.6)$$

On peut effectuer un développement de Taylor de la fonction entre crochets autour de r , avec :

$$\frac{e^{-jkr^+}}{r^+} = \frac{e^{-jkr}}{r} + (r^+ - r) \frac{\partial}{\partial r^+} \left(\frac{e^{-jkr^+}}{r^+} \right) \Big|_{r^+=r}$$

et

$$\frac{e^{-jkr^-}}{r^-} = \frac{e^{-jkr}}{r} + (r^- - r) \frac{\partial}{\partial r^-} \left(\frac{e^{-jkr^-}}{r^-} \right) \Big|_{r^-=r}$$

Il vient donc

$$\left[\frac{e^{-jkr^+}}{r^+} - \frac{e^{-jkr^-}}{r^-} \right] = (r^+ - r^-) \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{jk}{r} \right) e^{-jkr}$$

Essayons d'exprimer le terme $(r^+ - r^-)$ à partir des paramètres L et θ . Utilisons pour cela les relations trigonométriques pour un triangle quelconque en utilisant les notations de la figure 4.6 :

$$\begin{aligned}(r^+)^2 - (r^-)^2 &= h^2 + \left[x + \frac{L}{2}\right]^2 - \left(h^2 + \left[x - \frac{L}{2}\right]^2\right) \\ &= 2Lx \\ &= 2rL \cos \theta\end{aligned}$$

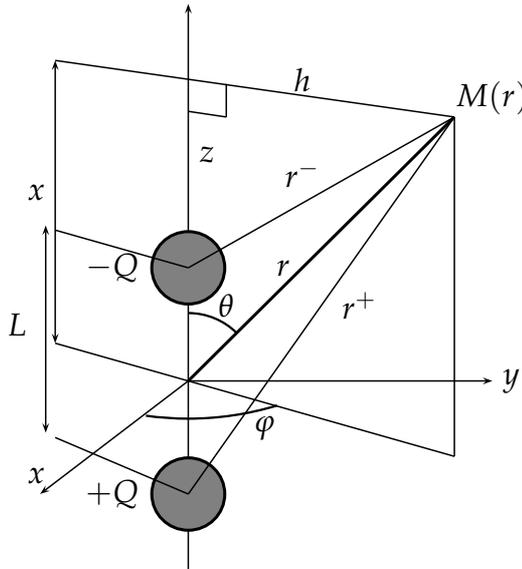


FIGURE 4.6 Notation de la démonstration du champ de pression acoustique rayonné par un dipôle.

D'autre part, $(r^+)^2 - (r^-)^2 = (r^+ - r^-)(r^+ + r^-) \approx 2r(r^+ - r^-)$, d'où la relation $r^+ - r^- = L \cos \theta$. La pression acoustique (4.6) devient alors :

$$\begin{aligned}\tilde{p}(r, \theta, t) &= -\frac{j\omega\rho_0 Q_0}{4\pi} L \cos \theta \left(\frac{1}{r^2} + \frac{jk}{r} \right) e^{j(\omega t - kr)} \\ &= -\frac{j\omega\rho_0 Q_0}{4\pi} L \cos \theta \frac{jk}{r} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) e^{j(\omega t - kr)}\end{aligned}$$

On obtient l'expression finale de la pression acoustique d'un dipôle en un point M situé à une distance r du centre du dipôle et caractérisé par un angle θ avec son axe :

$$\tilde{p}(r, \theta, t) = \frac{k^2 Q_0 L \rho_0 c}{4\pi r} \cos \theta \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) e^{j(\omega t - kr)} \quad (4.7)$$

Comme nous l'avons vu précédemment au paragraphe 2.9.2, on note deux contributions différentes du champ rayonné : un champ acoustique décroissant avec le carré de la distance radiale ($1/r^2$) alors que le deuxième est inversement proportionnel à la distance ($1/r$). Le premier dominera le champ acoustique pour une région proche de la source (*champ proche* vérifiant $kr \ll 1$). Le deuxième aura une contribution supérieure pour des distances importantes de la source (*champ lointain* vérifiant $kr \gg 1$). Ceci diffère d'un monopôle dont le champ acoustique est fonction de $1/r$ dans tout l'espace, un dipôle possède un champ proche alors qu'un monopôle en est dépourvu.

D'autre part du fait de la présence de deux sources, ici en opposition de phase, il existe des annulations du champ acoustique (interférences destructives). Dans le cas du dipôle, ceci est observé pour une valeur angulaire annulant la fonction cosinus dans l'expression (4.7), c'est à dire $\theta_0 = \pi/2$. Si un déphasage différent cette fois de π est appliqué entre les débits des deux sources Q_1 et Q_2 , les valeurs angulaires pour lesquelles l'amplitude de pression reçue est nulle seront différentes de $\pi/2$.

L'amplitude du champ de pression rayonné par le dipôle s'écrit :

$$|\tilde{p}(r, \theta)| = \frac{k^2 Q_0 L \rho_0 c}{4\pi r} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{kr}\right)^2} |\cos \theta| \quad (4.8)$$

qui peut être écrit de la façon suivante :

$$|\tilde{p}(r, \theta)| = P_{\text{axe}}(r) \times D(\theta) \quad (4.9)$$

où

- $P_{\text{axe}}(r) = (k^2 Q_0 L \rho_0 c / [4\pi r]) \times (1 + (1/[kr])^2)^{1/2}$ est une fonction ne dépendant que de la distance radiale à la source ;
- $D(\theta) = |\cos \theta|$ une fonction ne dépendant que de l'angle construit par l'auditeur avec l'axe du dipôle (Fig. 4.7). Comme il a été dit plus haut, cette dernière fonction s'annule pour un angle égal à $\pi/2$ suite à l'opposition de phase de Q^+ et Q^- .

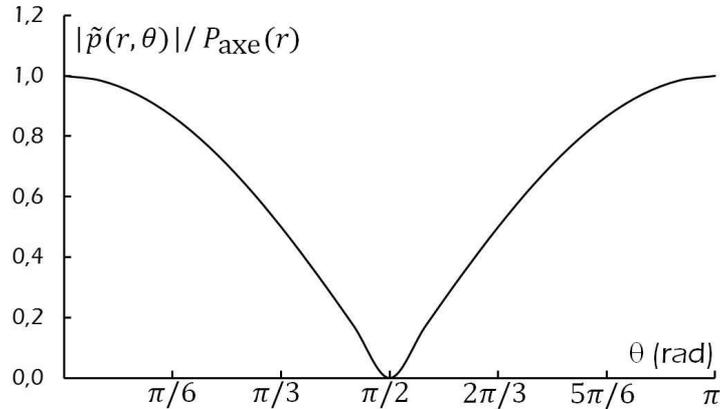


FIGURE 4.7 Évolution de la fonction $D(\theta)$ présente dans l'amplitude de pression d'un dipôle.

Ainsi le rayonnement acoustique en champ proche, obtenu en appliquant l'hypothèse $kr \ll 1$ dans la formulation (4.8), devient

$$|\tilde{p}(r, \theta)|_{\text{CP}} = \frac{k Q_0 L \rho_0 c}{4\pi r^2} |\cos \theta|$$

et en champ lointain, obtenu en appliquant l'hypothèse $kr \gg 1$ cette fois, :

$$|\tilde{p}(r, \theta)|_{\text{CL}} = \frac{k^2 Q_0 L \rho_0 c}{4\pi r} |\cos \theta|$$

Le rapport des amplitudes en champs lointain et proche vaut donc

$$\frac{|\tilde{p}(r, \theta)|_{\text{CL}}}{|\tilde{p}(r, \theta)|_{\text{CP}}} = \frac{k^2 / r}{k / r^2} = kr$$

Lorsque $kr \gg 1$, l'amplitude du champ lointain domine, tandis que pour l'inégalité $kr \ll 1$, l'amplitude du champ proche domine. Ce critère confirme les définitions données à la page 25.

Vitesse acoustique

Le problème n'ayant pas de symétrie sphérique, la vitesse acoustique aura donc deux composantes (radiale et orthoradiale) obtenues à partir de l'équation d'Euler linéarisée écrite cette fois en coordonnées polaires. Les différents termes valent :

$$\begin{aligned}\tilde{V}_r &= -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} \\ &= \frac{k^2 Q_0 L}{4\pi r} \cos \theta \left[1 + \frac{2}{jkr} - \frac{2}{(kr)^2} \right] e^{j(\omega t - kr)}\end{aligned}\quad (4.10)$$

$$\begin{aligned}\tilde{V}_\theta &= -\frac{1}{j\omega\rho_0 r} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \\ &= j \frac{k Q_0 L}{4\pi r^2} \sin \theta \left[1 + \frac{1}{jkr} \right] e^{j(\omega t - kr)}\end{aligned}\quad (4.11)$$

et font apparaître plusieurs termes associés aux champs proche et lointain. Ces expressions vont nous être utiles pour exprimer l'intensité acoustique.

Intensité acoustique

L'intensité acoustique présente deux composantes, une composante radiale et une composante orthoradiale, \bar{I}_r et \bar{I}_θ telles que :

$$\begin{aligned}\bar{I}_r &= \frac{1}{2} \mathcal{R}e \left(\tilde{p} \tilde{V}_r^* \right) = \frac{\rho_0 c}{2} \left(\frac{k^2 L Q_0}{4\pi r} \right)^2 \cos^2 \theta \\ \bar{I}_\theta &= \frac{1}{2} \mathcal{R}e \left(\tilde{p} \tilde{V}_\theta^* \right) = 0\end{aligned}$$

Ainsi la composante radiale du rayonnement acoustique du dipôle est non-nulle contrairement à la composante orthoradiale. Celle-ci peut être écrite selon la formulation $\bar{I}_r(r) = \bar{I}_{r,\text{axe}}(r) \times \cos^2 \theta$, avec $\bar{I}_{r,\text{axe}}(r) = \bar{I}_r(\theta = 0) = \rho_0 c / 2 \times (k^2 L Q_0 / 4\pi r)^2$, cette composante étant décroissante selon $1/r^2$. Comme cela avait été montré pour la pression acoustique de cette source, lorsque l'auditeur est placé dans le plan perpendiculaire à l'axe du dipôle et passant par son centre (*i.e.* $\theta = 0$), l'intensité acoustique reçue est nulle. Ce plan est généralement appelé *plan nodal*. D'autre part, l'évolution de l'intensité acoustique reçue dès lors que la distance à la source est maintenue constante ($r = \text{constante}$), peut être tracée par des lobes caractérisant les directions recevant le plus d'énergie acoustique (Fig. 4.8). On note un rayonnement quasiment indépendant de l'angle pour la gamme d'angle $-45^\circ < \theta < +45^\circ$ et ceux similaires vers l'arrière.

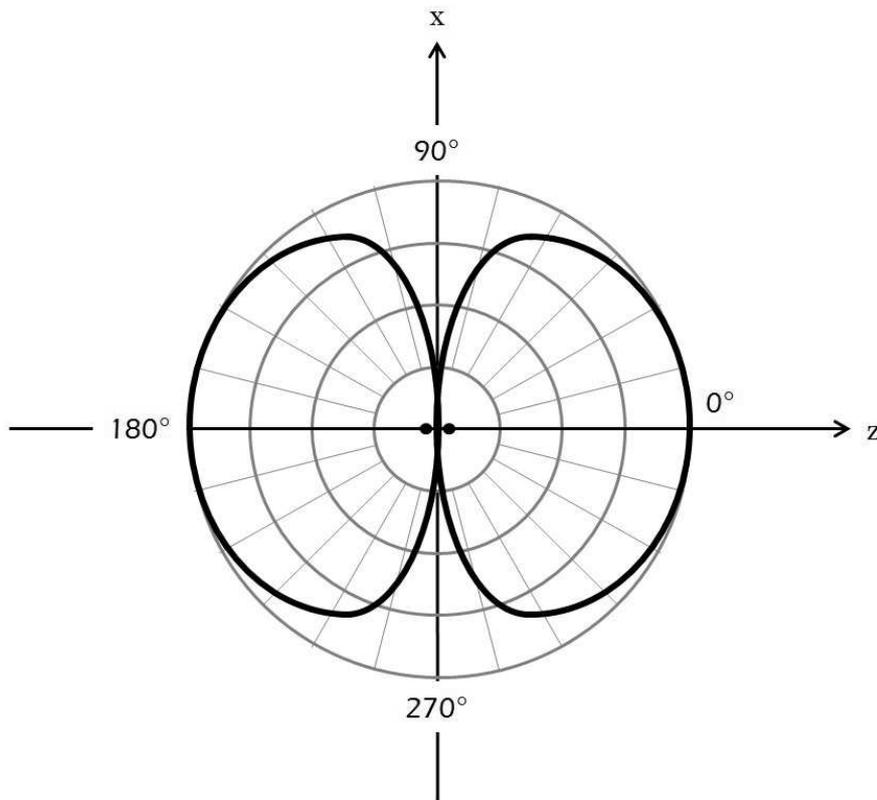


FIGURE 4.8 Lobes de directivité d'un dipôle aligné selon l'axe z.

Puissance acoustique

La puissance acoustique peut ensuite être estimée aisément à partir de l'intégrale de l'intensité sur une sphère de rayon R :

$$\begin{aligned}
 W &= \int_S \vec{I} \cdot \vec{n} \, dS && \text{avec } dS = 2\pi R^2 \sin \theta d\theta \\
 &= 2\pi R^2 \int_0^\pi \bar{I}_r \sin \theta d\theta \\
 &= \frac{\rho_0 \omega^4}{24\pi c^3} (LQ_0)^2 && (4.12)
 \end{aligned}$$

On remarque cette fois que la puissance acoustique est proportionnelle à la puissance 4 de la fréquence, alors que celle du monopôle évolue selon le carré de la fréquence (relation 4.5).

4.1.3 Importance relative du monopôle et du dipôle

Maintenant que nous avons défini les propriétés des champs acoustiques des deux sources élémentaires, monopôle et dipôle, il est intéressant de comparer leurs contributions en fonction de la position de l'observateur, en supposant ces deux sources comme ayant les mêmes débits acoustiques, Q_0 .

Le rapport des amplitudes de pression pour le monopôle et le dipôle est obtenu à partir des expressions (4.2) et (4.7) :

$$\frac{|\tilde{p}_m(r)|}{|\tilde{p}_d(r, \theta)|} = \frac{1}{kL |\cos \theta| \sqrt{1 + (1/kr)^2}} \quad (4.13)$$

cette relation se simplifiant lorsque l'on considère des champs proche et lointain. La région de champ proche est caractérisée par l'inégalité $kr \ll 1$, le rapport (4.13) devient alors :

$$\frac{|\tilde{p}_m(r)|}{|\tilde{p}_d(r, \theta)|_{\text{CP}}} = \frac{r}{L |\cos \theta|} \quad (4.14)$$

avec $L \ll r$ d'après les hypothèses précédentes, *la contribution du monopôle domine celle du dipôle en champ proche*. Dans le cadre du champ lointain ($kr \gg 1$), la relation (4.13) s'écrit :

$$\frac{|\tilde{p}_m(r)|}{|\tilde{p}_d(r, \theta)|_{\text{CL}}} = \frac{1}{kL |\cos \theta|} \quad (4.15)$$

avec $kL = 2\pi L/\lambda$. On a fait l'hypothèse dans ce cours que $L \ll \lambda$ (ou $kL \ll 1$, hypothèse d'une source compacte, la dimension de cette source restant très faible devant la longueur d'onde qu'elle génère). De ce fait, *la contribution du monopôle domine celle du dipôle en champ lointain*.

Nous remarquons finalement que le monopôle rayonne un champ acoustique d'une plus forte contribution par rapport au dipôle quelle que soit la région où se situe l'observateur, le dipôle étant pénalisé par la présence de ses sources en opposition de phase.

De même, on peut regarder le rapport des puissances des deux sources (relations 4.5 et 4.12) :

$$\frac{W_{\text{Monopôle}}}{W_{\text{Dipôle}}} = \frac{3}{(kL)^2}$$

Ainsi pour de faibles fréquences (*i.e.*, $kL \ll 1$), le dipôle est beaucoup moins efficace qu'aux hautes fréquences par comparaison avec un monopôle de force équivalente.

4.2 Sources acoustiques linéaires

On s'intéresse dans cette partie au rayonnement acoustique de sources dites linéaires. Les calculs ne seront pas développés dans ce paragraphe, l'exercice [E12] se proposant de détailler les étapes principales à l'obtention du champ acoustique.

Considérons une source cylindrique de longueur L de section circulaire de rayon a (Fig. 4.25), et supposons que cette source soit caractérisée par une vibration purement radiale de vitesse $U_0 e^{j\omega t}$. La source est d'autre part assimilée à une succession de surfaces élémentaires de longueur dx se comportant comme une source de débit acoustique $dQ_0 = U_0 2\pi a dx$ générant chacune une pression acoustique au point M égale à

$$\widetilde{dp}(M, t) = \frac{j\omega\rho_0}{4\pi} dQ_0 \frac{e^{j(\omega t - kr')}}{r'} \quad (4.16)$$

où r' est la distance entre le point M et l'élément dx , placé à une distance x du centre de la source. Le point M est situé suffisamment loin pour considérer uniquement un champ lointain ($r \gg x$).

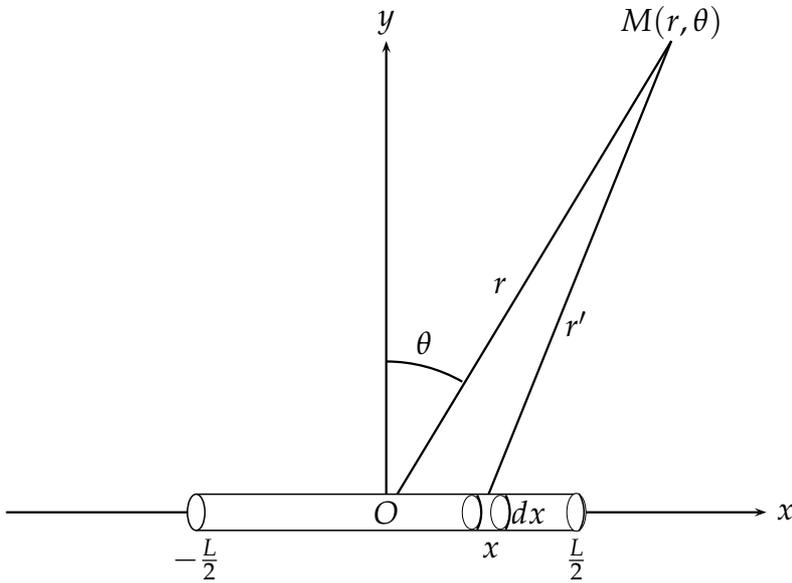


FIGURE 4.9 Source acoustique linéaire de longueur L et de rayon a .

Les paramètres principaux de cette configuration sont (1) la distance de l'observateur avec le centre O et (2) la valeur angulaire θ . On cherchera donc à exprimer ici la pression acoustique en fonction de ces deux paramètres. Le champ acoustique est obtenu par intégration de la pression $\tilde{d}p$ sur le cylindre entier :

$$\tilde{p}(M, t) = \frac{j\omega\rho_0 Q_0}{4\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \frac{\sin\left(\frac{kL}{2} \sin\theta\right)}{\frac{kL}{2} \sin\theta} \tag{4.17}$$

dont la norme vaut

$$|\tilde{p}(M, t)| = \frac{\omega\rho_0 Q_0}{4\pi r} \left| \frac{\sin\left(\frac{kL}{2} \sin\theta\right)}{\frac{kL}{2} \sin\theta} \right| \tag{4.18}$$



Le champ rayonné par cette source linéaire est similaire à celui du monopôle et présente un terme en $1/r$ mais diffère de celui par la présence d'un terme de directivité fonction de la valeur angulaire θ . Ce terme caractérise les interférences possibles entre toutes les sources élémentaires composant la source entière.

Le premier terme correspond à la pression observée sur l'axe (Oy) (i.e., $\theta = 0$) et inversement proportionnelle à la distance radiale, alors que le deuxième terme, représenté sur la figure 4.10, caractérise l'évolution du champ perçu vis à vis de l'orientation de l'observateur. On écrira finalement

$$|\tilde{p}(M, t)| = P_{\text{axe}}(r) \times D(\theta)$$

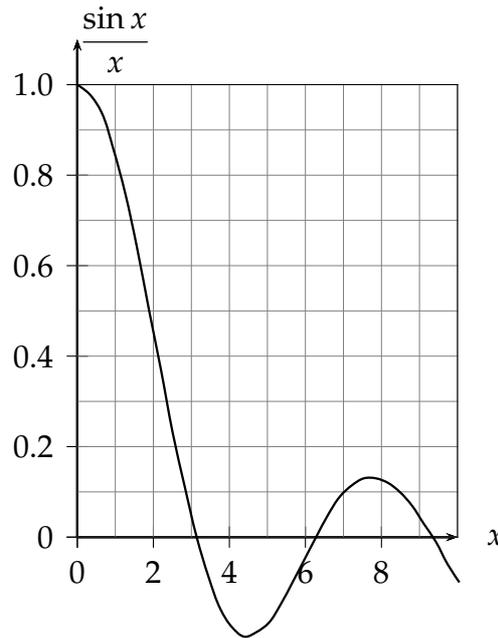


FIGURE 4.10 Évolution du sinus cardinal.

Il existe donc des directions θ_i pour lesquelles l'amplitude de pression est nulle, celles-ci valent d'après l'expression précédente :

$$\theta_i = \sin^{-1} \left[\frac{i2\pi}{kL} \right] \quad i = 1, 2, \dots$$

Ces directions caractérisent la présence de lobes (de directivité) entre deux valeurs angulaires annulant la pression (Fig. 4.11). Le nombre n de ces directions est guidé par la relation imposée par le sinus :

$$\frac{n2\pi}{kL} \leq 1$$

n est alors le nombre d'entier le plus grand satisfaisant la relation :

$$n \leq \text{Ent} \left[\frac{kL}{2\pi} \right]$$

On peut d'autre part s'intéresser aux valeurs angulaires des extremas de la pression. Ces valeurs sont liées aux extremas de la fonction sinus cardinal (Tab. 4.1). On peut ainsi estimer la diminution du niveau sonore des lobes secondaires par rapport au lobe principal (en se déplaçant autour de la source en maintenant la distance r) :

$$\Delta L_{p,m} = 20 \log \frac{p_{\text{Lobe principal}}}{p_{\text{Lobe secondaire } m}}$$

Tableau 4.1 Abscisses et valeurs des extremas de la fonction sinus cardinal.

x	0	4,493	7,726	10,904	14,067
$\sin(x)/x$	0	-0,217	0,128	-0,091	0,071

On obtient alors les diminutions sonores du tableau 4.2. Ainsi la baisse du niveau sonore du premier lobe secondaire par rapport au lobe principal est de $-13,26$ dB. On note que cette diminution est très importante pour le premier lobe secondaire. Les diminutions sonores avec les lobes secondaires suivants sont de moindre amplitude.

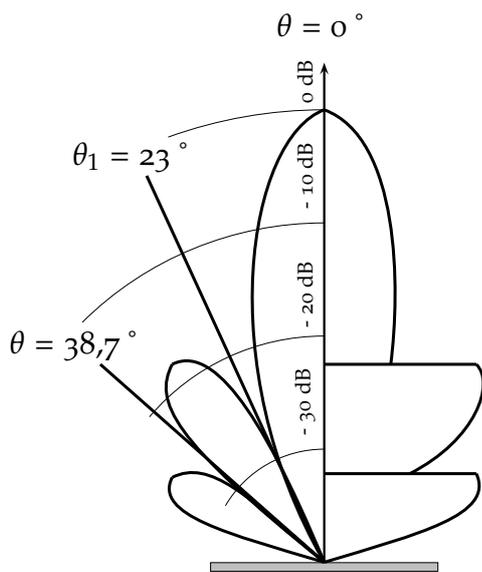


FIGURE 4.11 Motif de la fonction $D(\theta)$ pour une source acoustique linéaire rayonnant à $kL = 2,45$.

Tableau 4.2 Diminution du niveau sonore des lobes secondaires par rapport au lobe principal.

m	1	2	3	4	5
$\Delta L_{p,m}$ (dB)	-13,26	-17,83	-20,79	-22,99	-24,74

4.3 Sources acoustiques étendues

On s'intéresse dans cette partie au rayonnement acoustique généré par des surfaces vibrantes. Nous nous intéresserons uniquement aux pressions rayonnées par ces surfaces. Pour cela, ces surfaces seront considérées comme étant constituées de surfaces élémentaires rayonnant chacune comme des monopôles. La pression résultante rayonnée par la surface entière s'obtient ensuite par sommation des contributions élémentaires. Avant d'entamer ces calculs nous présenterons un critère très important dans la qualité du rayonnement acoustique, le facteur de rayonnement. Celui-ci rend compte du "rendement" mécanique-acoustique de la source.

4.3.1 Facteur de rayonnement

Lorsqu'un guitariste veut accorder son instrument, il peut utiliser son oreille lorsqu'elle est "absolue", un accordeur lui proposant une représentation sonore de chacune des cordes vibrantes, ou enfin un diapason. Ce dernier, constitué de deux lames épaisses et parallèles (Fig. 4.12), donne la hauteur d'une note référence, pour le guitariste le La_3 dont la fréquence vaut 440 Hz, afin que le musicien étalonne son instrument sur la corde de même fréquence. Une fois ce diapason mis en mouvement, par une percussion sur une table par exemple, le son n'est audible que pour des distances très proches. Il devient alors nécessaire pour l'utilisateur de le poser sur une surface qui reproduit dès lors cette vibration et rayonne plus grandement à son tour cette même fréquence. Ainsi le rayonnement acoustique du diapason n'est pas "efficace" puisqu'il est inaudible à grande distance. Le but de ce paragraphe est d'introduire un

critère permettant de quantifier cette efficacité.



FIGURE 4.12 Diapason (La hauteur du rayonnement du diapason a été fixée à 440 Hz lors de la conférence internationale de Londres en 1953.)

La pression acoustique et la puissance acoustique sont généralement les deux paramètres utilisés pour quantifier les effets locaux et globaux d'une structure vibrante sur le milieu environnant. Ils sont généralement reliés au niveau de vibration de la surface. Dans certaines configurations, de grandes vibrations n'entraînent pas forcément de grands niveaux acoustiques. De ce fait, la conversion des niveaux de vibrations vers des niveaux acoustiques est d'un très grand intérêt. La définition généralement utilisée pour traduire cette fonction de transfert mécano-acoustique est le facteur de rayonnement, donné par la relation :

$$\sigma = \frac{W}{\rho_0 c S \langle \overline{V^2} \rangle}$$

où W est la puissance acoustique rayonnée par la structure, $\rho_0 c$ l'impédance spécifique du milieu, S la surface de la structure vibrante, et $\langle \overline{V^2} \rangle$ la moyenne sur cette surface de la vitesse au carré moyennée dans le temps :

$$\langle \overline{V^2} \rangle = \frac{1}{S} \int_S \left[\frac{1}{T} \int_0^T V^2(M, t) dt \right] dS \quad (4.19)$$

avec T un temps d'observation adapté pour le calcul de la moyenne de la vitesse de vibration au carré au point M , et S la surface totale vibrante. Il apparaît donc dans cette expression la valeur efficace de la vitesse de vibration. Le facteur de rayonnement devient dans ce cas :

$$\sigma = \frac{W}{\rho_0 c S \langle V_{\text{eff}}^2 \rangle} \quad (4.20)$$

4.3.2 Couplage fluide-structure

Lorsqu'une surface vibre dans un fluide tel que l'air, le déplacement de ce dernier induit des efforts liés à la pression acoustique sur la surface. Ces efforts peuvent modifier la dynamique de la surface vibrante. On parlera de couplage fluide-structure. Le but de cette partie est de présenter très brièvement l'implication de la prise en compte du fluide sur la vibration de la structure.

Considérons pour cela un système à un degré de liberté (Fig. 4.13) pourvu d'un piston circulaire de rayon a et de masse M , d'un ressort de raideur k , et d'un système

d'amortissement caractérisé par son coefficient λ . Le système est excité par une force harmonique dirigée selon x de la forme $\tilde{F} = F_0 e^{j\omega t}$. La position d'équilibre de la masse est donnée par $x = 0$. En ce point, le système est bafflé, c'est à dire que les vitesses vibratoires sont nulles en dehors de l'aire du piston.

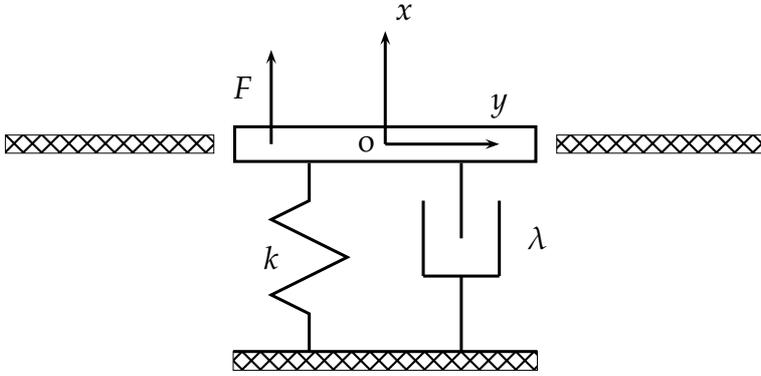


FIGURE 4.13 Système à un degré de liberté.

L'application du Principe Fondamental de la Dynamique sur ce système s'écrit :

$$M\ddot{\tilde{x}} = -k\tilde{x} - \lambda\dot{\tilde{x}} + F_0 e^{j\omega t} - 2\tilde{p}(x = 0, t)\pi a^2$$

Cette relation est généralement modifiée en tenant compte des propriétés des paramètres harmoniques, $\ddot{\tilde{x}} = -\omega^2\tilde{x}$ et $\dot{\tilde{x}} = j\omega\tilde{x}$. Il vient donc :

$$-M\omega^2\tilde{x} + k\tilde{x} + j\omega\lambda\tilde{x} = F_0 e^{j\omega t} - 2\tilde{p}(x = 0, t)\pi a^2$$

On introduit à cette étape l'impédance de rayonnement, \tilde{Z}_R , caractéristique locale du rayonnement d'un objet vibrant animé d'une vitesse vibratoire normale V , telle que

$$\tilde{Z}_R = \left(\frac{P}{V} \right)_{x=0} = R_F + j\omega M_F = \frac{\tilde{p}}{\tilde{x}} \tag{4.21}$$

avec P l'amplitude de la pression. Dans ce cas, la relation précédente devient

$$\tilde{x} \left[-\omega^2 \left(M + 2M_F\pi a^2 \right) + j\omega \left(\lambda + 2R_F\pi a^2 \right) + k \right] = F_0 \tag{4.22}$$

Cette expression est simplifiée si on considère du vide en lieu et place du fluide :

$$-M\omega^2\tilde{x} + j\omega\lambda\tilde{x} + k\tilde{x} = F_0 \tag{4.23}$$

On note ainsi d'après les relations (4.22) et (4.23) l'influence du fluide sur le système vibratoire. La partie imaginaire de l'impédance de rayonnement agit comme une masse ajoutée, qui diminue donc la pulsation propre, $\omega_F = k / (M + 2M_F\pi a^2)$, au lieu de $\omega_o = k/M$. La partie réelle de l'impédance de rayonnement agit comme un terme d'amortissement qui s'ajoute à celui de la structure.

4.3.3 Champ de pression rayonné par une source étendue

Considérons une source ponctuelle (monopôle) de débit acoustique Q et située à une distance h d'une paroi parfaitement rigide (i.e., réflexion totale de l'onde sonore).

Le champ acoustique au point M correspond donc à la superposition des contributions d'une onde sonore directe (parcourant une distance r') et d'une onde sonore issue de la réflexion en A d'une autre onde sur la paroi (Fig. 4.14). Ainsi la présence de la paroi modifie grandement la directivité du rayonnement dans le demi-espace contenant la source. La méthode des *sources images* permet alors de considérer une seconde source située de façon symétrique à la première par rapport à la paroi située, elle, à une distance plus élevée de l'observateur, r'' .

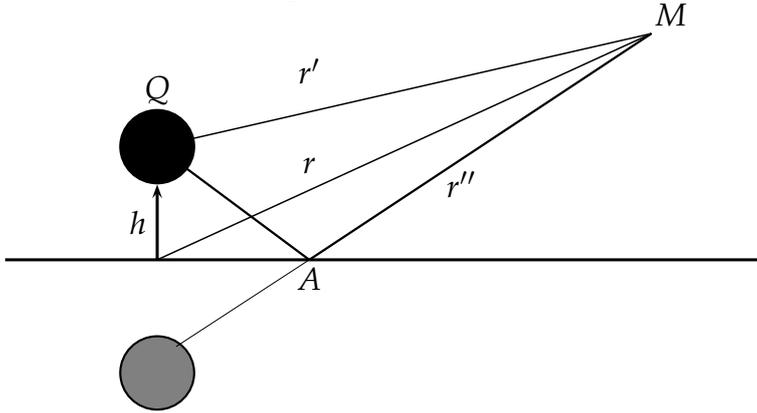


FIGURE 4.14 Monopôle au voisinage d'une paroi parfaitement rigide.

La pression au point M s'écrit alors :

$$\tilde{p}(r, t) = \frac{j\omega\rho_0 Q_0}{4\pi} \left[\frac{e^{-jkr'}}{r'} + \alpha \frac{e^{-jkr''}}{r''} \right] e^{j\omega t}$$

avec α une constante traduisant les propriétés de réflexion de la surface plane. Dans le cas d'une surface plane parfaitement rigide, la vitesse acoustique s'annule en surface et $\alpha = 1$. Pour les cas d'une surface plane "souple" cette fois-ci la pression s'annule entraînant alors $\alpha = -1$. Si on rapproche la source ponctuelle jusqu'à l'encastrement dans la paroi (i.e., r' et r'' tendent vers r), l'expression précédente devient :

$$\tilde{p}(r, t) = \frac{j\omega\rho_0 Q_0}{2\pi} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r}$$

On remarque dès lors que la présence de la source sur la paroi entraîne un doublement du champ acoustique par rapport à un monopôle dans un milieu infini (relation 4.2).

Considérons maintenant cette source ponctuelle en P comme étant une source de surface élémentaire dS parmi celles constituant la surface S (Fig. 4.15). Cette surface élémentaire possède alors un débit élémentaire $dQ = V_o(P)dS$, et génère un champ de pression en M :

$$\tilde{d}p(r, t) = \frac{j\omega\rho_0 V_o}{2\pi} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} dS$$

Dans le cas général, les sources élémentaires peuvent être déphasées entre elles, et la superposition de chacune de leur contribution vaut

$$\tilde{p}(M, t) = \frac{j\omega\rho_0}{2\pi} \int_S V_o(P) \frac{e^{j(\omega t - kr + \varphi(P))}}{r} dS \quad (4.24)$$

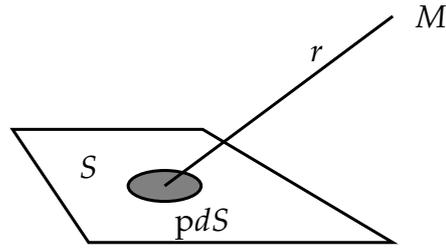


FIGURE 4.15 Étude du champ rayonné par une surface vibrante.

4.3.4 Application au rayonnement acoustique d'un piston circulaire plan encastré dans un écran infini

Pour illustrer l'utilisation de la relation (4.24), nous allons estimer le champ acoustique rayonné par un haut-parleur, que nous supposons vibrer comme un piston plan (Fig. 4.16). Nous supposons d'autre part que son état de vibration est caractérisé par des fréquences assez basses afin que tous les points du piston soient en phase ($\varphi(P) = 0$). Tous les points du piston auront des amplitudes de vitesses de vibration identiques (i.e. $V_o(P) \equiv V_o$). Enfin, on s'intéressera au rayonnement acoustique dans le champ lointain du piston ($r \gg a$).

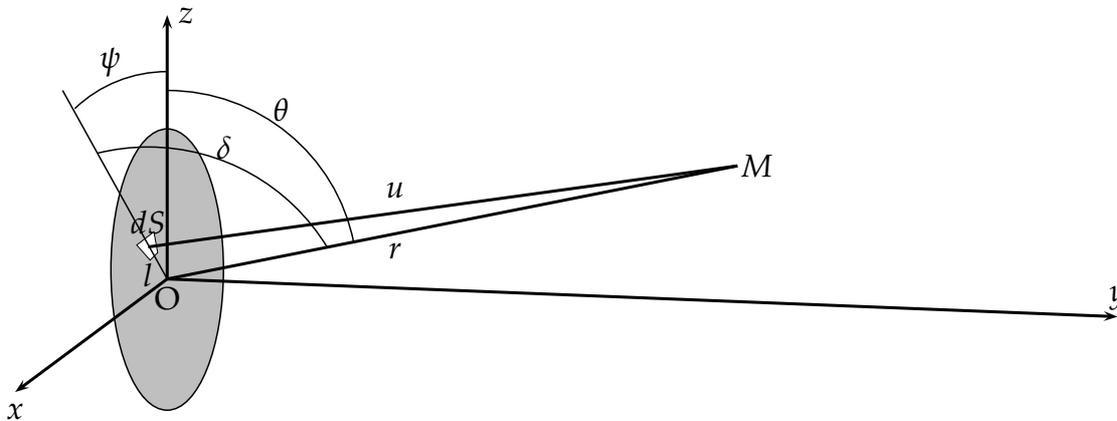


FIGURE 4.16 Géométrie du piston encastré dans un écran infini.

Le rayonnement possède une révolution par rapport à l'axe (Oy), on calculera alors le champ acoustique en un point M placé dans le plan zOy . Le champ de pression en ce point s'écrit donc de façon généralisée :

$$\tilde{p}(M, t) = \frac{j\omega\rho_0 V_o}{2\pi} e^{j\omega t} \int_S \frac{e^{-jku}}{u} l dl d\psi \tag{4.25}$$

Il faut en premier lieu calculer la distance u à l'aide des conditions de champ lointain, soit après calculs :

$$u \approx r - l \cos \delta$$

D'autre part, le calcul étant effectué en champ lointain, $u \approx r$, et le dénominateur u peut alors être remplacé par r . L'angle δ peut ensuite être relié aux deux autres, θ et ψ , à partir des relations trigonométriques dans un triangle sphérique (Fig. 4.17) :

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \hat{A}$$

pour lequel on a les équivalences angulaires suivantes : $a \equiv \delta$, $b \equiv \theta$, $c \equiv \psi$, et $\hat{A} = 90^\circ$, il vient donc

$$\cos \delta = \cos \theta \cos \psi$$

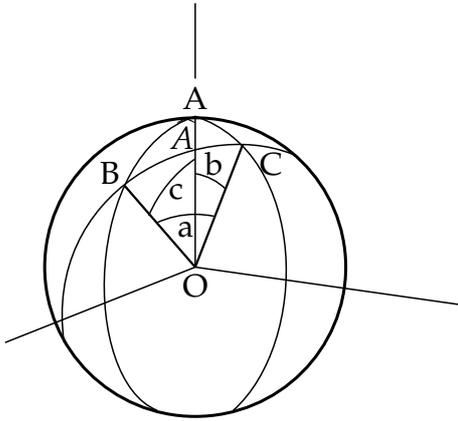


FIGURE 4.17 Définition des angles, a , b , c , et \hat{A} dans un triangle sphérique.

La pression s'écrit ainsi :

$$\tilde{p}(M, t) = \frac{j\omega\rho_0 V_0}{2\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \int_0^a l \left[\int_0^{2\pi} e^{jkl \cos \theta \cos \psi} d\psi \right] dl \quad (4.26)$$

L'intégrale peut être résolue à partir des relations suivantes impliquant les fonctions de Bessel :

$$J_0(X) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{jX \cos \psi} d\psi \quad \text{et} \quad \int_0^X u \times J_0(u) du = J_1(X) X$$

La pression acoustique s'écrit finalement :

$$\tilde{p}(M, t) = \frac{j\omega\rho_0 Q_0}{2\pi r} \left[\frac{2J_1(ka \cos \theta)}{ka \cos \theta} \right] e^{j(\omega t - kr)} \quad (4.27)$$

Il apparaît donc dans l'expression de la pression un terme fonction de l'angle d'observation, situé entre crochets et noté $D(ka, \theta)$ dont l'allure de la variation de directivité, après avoir posé $u = ka \cos \theta$, est donnée sur la figure A.1. Pour une distance radiale fixée, cette fonction présente un maximum égal à 1 pour une direction perpendiculaire au piston ($\theta = \pi/2$) quelle que soit la fréquence considérée, l'amplitude de la pression peut ainsi être formulée à partir de la pression sur l'axe, $P_{\text{axe}}(r, t)$:

$$|\tilde{p}(M, t)| = P_{\text{axe}}(r, t) D(ka, \theta)$$

Comme dans le cas de la source linéaire, il existe des valeurs angulaires θ_m annulant la fonction $D(ka, \theta)$. Ces valeurs sont liées aux zéros de la fonction de Bessel de première espèce de premier ordre, notés j_{1m} , tels que

$$ka \cos \theta_m = j_{1m} \quad \text{ou} \quad \theta_m = \arccos \left(\frac{j_{1m}}{ka} \right)$$

Ces directions sont des directions pour lesquelles le champ de pression devient donc nul. Entre ces valeurs, le champ de pression est non nul, il existe alors un système de lobes, caractéristique de la directivité de la source pour des valeurs ka fixées (Fig. 4.19). Ces lobes ont une contribution d'autant moins importante que l'angle d'observation est faible. Ainsi, si on pose le niveau de bruit dans l'axe égal à 0 dB, alors le niveau de bruit du deuxième lobe est situé à -17,5 dB en-dessous le premier.

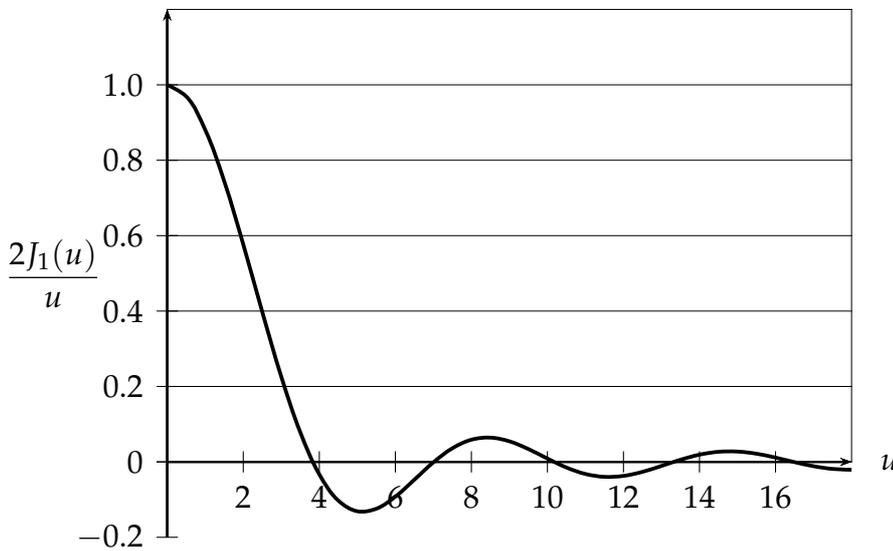


FIGURE 4.18 Comportement de la fonction $\frac{2J_1(u)}{u}$ intervenant dans la relation (4.27).

Pour des longueurs d'onde bien inférieures aux dimensions du piston ($ka \gg 1$), le rayonnement fait apparaître de nombreux lobes et l'épaisseur du lobe principal est faible (Fig. 4.19.b). Si la longueur d'onde assez grande ($ka < 3,9$), le facteur directionnel est proche de l'unité et seul le lobe principal sera présent avec une grande épaisseur (Fig. 4.19.a). Dans ce cas, le piston peut être considéré comme un source simple de débit Q_0 .

On peut montrer après de longs calculs que le facteur de rayonnement dans le cas des hypothèses énoncées plus haut s'écrit :

$$\sigma = 1 - \frac{2J_1(2ka)}{2ka}$$

Cette fonction est tracée sur la figure 4.20. On note d'après cette expression que plus le rayon du piston est faible, plus la source est inefficace. Si on s'intéresse uniquement aux longueurs d'onde importantes, $ka \ll 1$, cette expression devient :

$$\sigma = \frac{(ka)^2}{2} - \frac{(ka)^4}{12} + \frac{(ka)^6}{144} - \dots$$

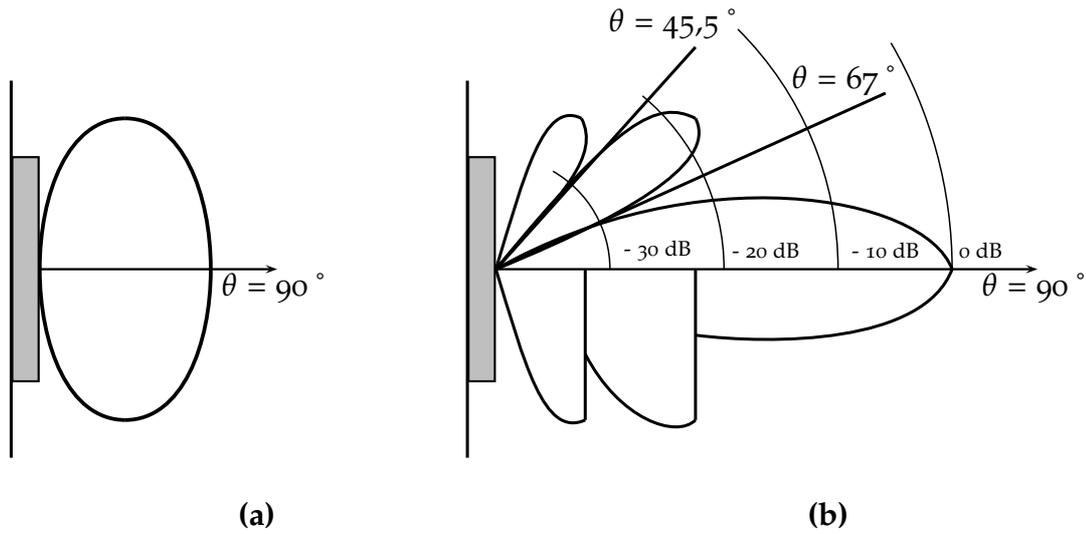


FIGURE 4.19 Motif de la fonction $D(\theta)$ pour une source étendue de type piston de rayon a rayonnant à $ka = 3,9$ (a) et $ka = 10$ (b).

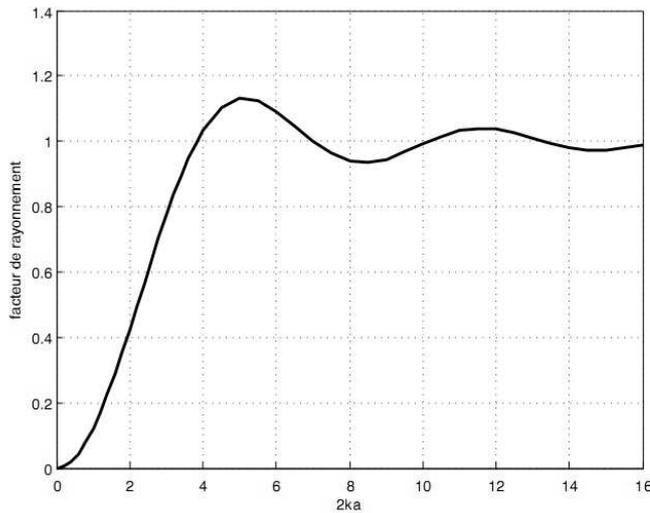


FIGURE 4.20 Facteur de rayonnement d'un piston plan circulaire.)

Ainsi dans les basses fréquences, le facteur de rayonnement du piston circulaire plan représente la moitié de celui d'une sphère pulsante de dimension similaire (Cf. exercice [E11]).

4.4 Directivité des sources

Les paragraphes précédents ont présenté des sources élémentaires représentant une modélisation simple de sources réelles. Le dipôle a introduit le concept de directivité acoustique. En effet, dans le cas des sources réelles, l'énergie n'est pas uniformément répartie autour de la source. Ceci est d'autant plus vrai que les fréquences sont élevées. La notion de directivité est très importante car dans la plupart des cas les caractéristiques acoustiques d'une source sont limitées à un niveau de pres-

sion. Cependant la connaissance de la distribution spatiale de l'émission acoustique d'une source acoustique est utile à la mise en place d'un système de réduction sonore adapté.

Étudions une source qui nous est très familière : la voix. Lors d'un récital, la grande majorité de l'énergie acoustique est propagée devant le chanteur d'une part, et vers le bas d'autre part [25] (Fig. 4.21). Ceci est évidemment pénalisant pour les auditeurs placés au fond de la salle. Il convient alors de traiter le sol afin d'optimiser les réflexions au sol. L'utilisation de la pierre au sol dans les théâtres antiques, en lieu et place de bois plus confortable, en est une parfaite illustration.

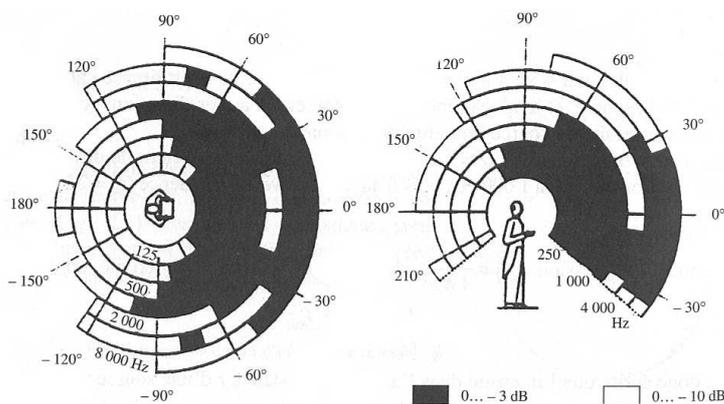


FIGURE 4.21 Rayonnement de la voix. Les cercles concentriques représentent des fréquences, et les zones noires représentent des zones pour lesquelles le niveau n'est pas inférieur de plus de 3 dB du maximum (d'après Marshall et al. [25]).

Des études de directivité acoustique d'instruments plus particulièrement ont été menées, par Meyer en 1972 entre autres [27]. Il montre à partir de mesures effectuées *in-situ* que l'intensité du rayonnement direct d'un violon dépend fortement d'une part de la direction de l'observateur par rapport à l'instrument et de la fréquence d'autre part, pour les hautes fréquences essentiellement. Les basses fréquences (celles inférieures à 500 Hz), quant à elles, sont diffusées de façon omnidirectionnelle (Fig. 4.22). Meyer suggère donc à partir de ses observations une optimisation de la disposition de l'orchestre afin d'améliorer la qualité du son perçu par l'audimat. Lors d'enregistrements en concert, l'emplacement des microphones est déterminant dans la reproduction du rayonnement.

Étudions maintenant le cas d'une source issue d'un jet d'air supersonique¹ pour laquelle le rayonnement acoustique provient d'une part de la turbulence se développant dans la couche de mélange (type quadripole) et des instabilités convectées à des vitesses très importantes d'autre part. Ces dernières sont caractérisées par une direction du bruit émis proche de 45° par rapport à l'axe du jet (Fig. 4.23.b). Un observateur immobile au passage d'un avion se déplaçant à une telle vitesse entendra donc un niveau sonore grandissant, pour atteindre un maximum quand il est placé sur la ligne des 45°, puis entendra un niveau sonore décroître du fait de l'éloignement constant de la source mais surtout du dépassement de la zone de grande émission

1. La vitesse d'éjection du fluide en sortie de buse est supérieure à la célérité du fluide.

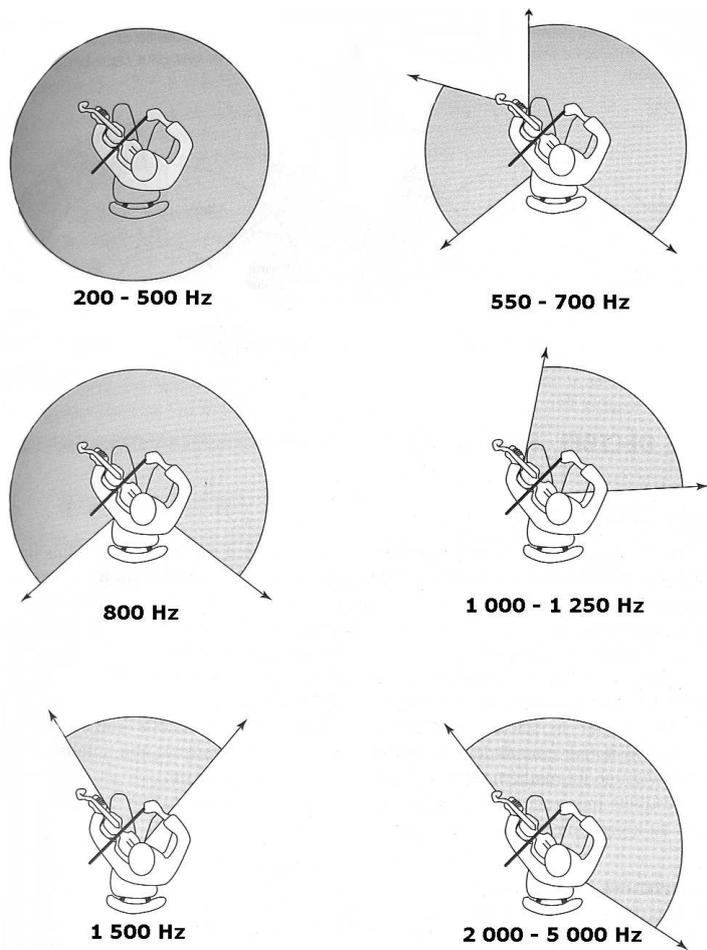


FIGURE 4.22 Rayonnement acoustique d'un violon (d'après Meyer [27]).

sonore.

Le développement des parcs éoliens permet la génération d'électricité *verte* et renouvelable. Cependant le bruit associé à ces machines est de plus en plus discuté et pourrait être un frein à ce développement. De nombreuses études visent à mieux comprendre la génération du bruit et sa propagation dans l'environnement. La figure 4.24 illustre par exemple la directivité d'une éolienne et met en évidence le fait que le bruit est émis principalement lors de la phase descendante des pales. La conséquence de cela est la présence d'une modulation en amplitude qui peut être à l'origine d'une gêne.

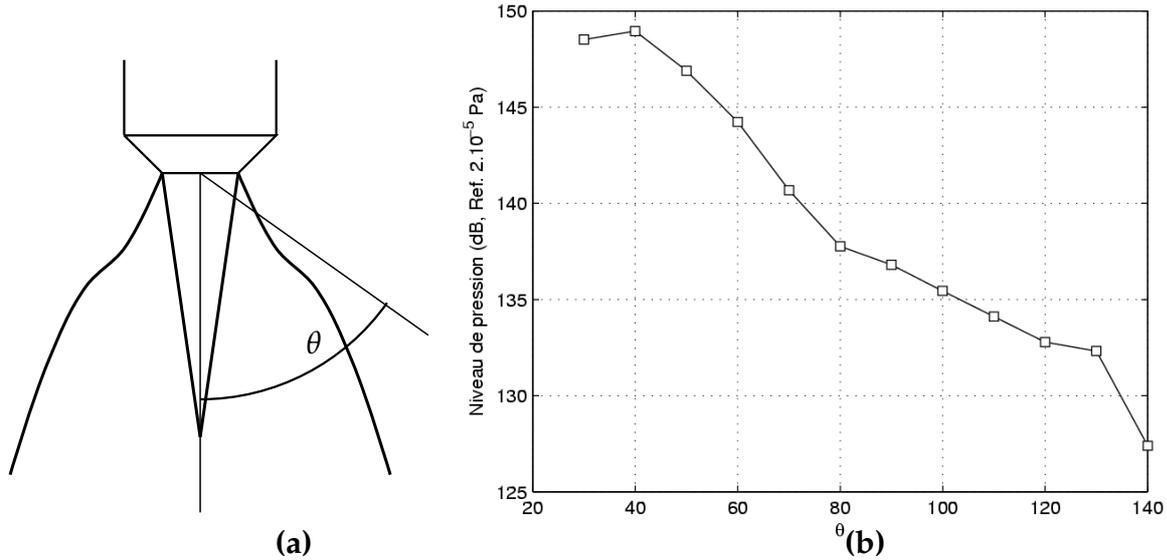


FIGURE 4.23 Directivité d'un jet supersonique. a, description du jet et définition de l'angle d'observation ; b, évolution des niveaux de pression en fonction de l'angle d'observation (Vitesse d'éjection = 1700 m/s, Température d'éjection = 860 K). (d'après Marchesse et al. [24]).

4.5 Exercices

[E11] Efficacité acoustique d'une sphère pulsante

Le but de cet exercice est de caractériser la qualité de rayonnement d'une structure simple, une sphère. Ce critère apparaît comme le rapport de la puissance acoustique et de la puissance mécanique injectée dans la source. Pour cela, on considère une sphère pulsante de rayon a et de surface S (Fig. 4.1 - page 48). Tous les points de sa surface sont en phase et animés d'une vitesse vibratoire purement radiale, $\tilde{U}(t) = U_a e^{j\omega t}$, avec U_a l'amplitude réelle et ω la pulsation. En un point P situé à une distance r du centre de la sphère, l'onde acoustique produite est telle que la pression peut s'écrire :

$$\tilde{p}(r, t) = \frac{\tilde{A}}{r} e^{j(\omega t - kr)}$$

[1.] Montrez que la pression acoustique peut s'écrire alors sous la forme :

$$\tilde{p}(r, t) = \frac{\rho_0 \omega Q e^{jka}}{4\pi [ka - j] r} e^{j(\omega t - kr)}$$

avec Q le débit acoustique de la source sonore.

[2.] Déterminez la puissance acoustique \mathcal{W} rayonnée par la sphère pulsante.

L'efficacité d'une source à produire un rayonnement suite à la vibration de sa surface est caractérisée par le *facteur de rayonnement*, σ , et défini par la relation :

$$\sigma = \frac{W}{\rho_0 c S \langle \overline{V^2} \rangle}$$



FIGURE 4.24 Directivité d'une éolienne estimée sur plusieurs tours (d'après Oerlemans [7]). La région grise, localisée à droite des pales, représente la région produisant le plus de bruit lors de leur mouvement circulaire. Ce phénomène a lieu lors de la descente des pales.

où W est la puissance acoustique rayonnée par la structure, $\rho_0 c$ l'impédance spécifique du milieu, S la surface de la structure vibrante, et $\langle \overline{V^2} \rangle$ la moyenne sur cette surface de la vitesse au carré moyennée dans le temps :

$$\langle \overline{V^2} \rangle = \frac{1}{S} \int_S \left[\frac{1}{T} \int_0^T V^2(M, t) dt \right] dS \quad (4.28)$$

avec T un temps d'observation adapté pour le calcul de la moyenne de la vitesse de vibration au carré au point M , et S la surface totale vibrante. Il apparaît donc dans cette expression la valeur efficace de la vitesse de vibration. Le facteur de rayonnement devient dans ce cas :

$$\sigma = \frac{W}{\rho_0 c S \langle V_{\text{eff}}^2 \rangle} \quad (4.29)$$

[3.] Montrez que le facteur de rayonnement de la sphère peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\sigma = \frac{(ka)^2}{1 + (ka)^2}$$

[4.] Le facteur de rayonnement d'un piston circulaire plan de rayon a encastré dans un écran infini, pour la gamme des longueurs d'onde importantes ($\lambda \gg a$), s'écrit :

$$\sigma = \frac{(ka)^2}{2} - \frac{(ka)^4}{12} + \frac{(ka)^6}{144} - \dots$$

Comparez les rayonnements acoustiques des deux sources, sphère pulsante et piston circulaire plan, dans cette gamme de longueurs d'onde.

[E12] Rayonnement acoustique d'une source linéaire

Certaines sources de bruit peuvent être modélisées par une distribution linéique de sources ponctuelles. On parlera alors de *sources acoustiques linéaires*. Celles-ci peuvent être assimilées à un cylindre de longueur L et de rayon a avec l'hypothèse $r \gg L$ (hypothèse de champ lointain), r étant la distance d'observation (Figure 4.25). Nous supposons que tous les points de la surface vibrent, en phase et radialement, avec une vitesse $U_o \exp(j\omega t)$. Considérons cette source comme la superposition de cylindres élémentaires de longueur dx , chacun placé à une distance x du centre O . Chaque cylindre élémentaire est alors une source acoustique élémentaire de débit acoustique d'amplitude dQ_o tel que

$$dQ_o = U_o dS$$

avec dS la surface élémentaire du pourtour de l'élément considéré (partie rayonnante) et génère une pression élémentaire au point M telle que

$$\tilde{d}p(M, t) = \frac{j\omega\rho_o}{4\pi} dQ_o \frac{e^{j(\omega t - kr')}}{r'} \quad (4.30)$$

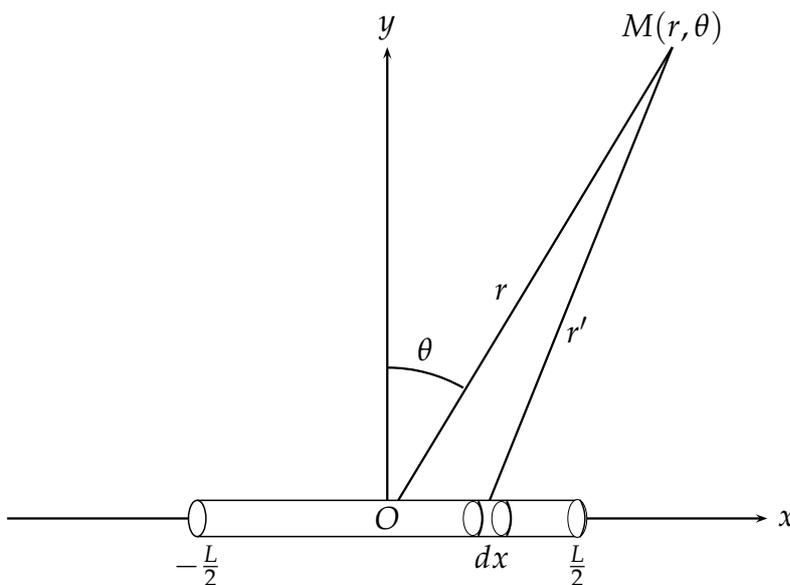


FIGURE 4.25 Source acoustique linéaire de longueur L et de rayon a .

[1.] Proposer une formulation *approchée* de la pression élémentaire $\tilde{d}p$ en fonction de la distance r et l'angle d'observation θ .

[2.] En déduire une expression de la pression $\tilde{p}(M, t)$ générée par la **source entière**. On fera apparaître le débit volume acoustique Q_o .

[3.] Y'a-t-il une différence dans le rayonnement de cette source comparativement à celui d'un monopôle ?

[4.] Donner une expression de l'**amplitude** de pression au point M , notée $P(r, \theta)$, et

montrer que celle-ci peut s'écrire de façon généralisée :

$$P(r, \theta) = P_{\text{ax}}(r)D(\theta)$$

avec $P_{\text{ax}}(r)$ la pression rayonnée selon l'axe acoustique caractérisé par un maximum d'amplitude, et $D(\theta)$ un terme de directivité. Vous donnerez les expressions de ces deux fonctions.

[5.] Pour quelles valeurs angulaires θ_i la pression s'annule-t-elle ? Donner pour cela une relation entre ces angles et kL .

[6.] Proposer une expression permettant d'estimer le nombre de directions angulaires annulant la pression pour une valeur kL donnée.

[7.] D'après vous, quelle gamme de fréquences (i.e. basses ou hautes) est caractérisée par la présence de nombreux lobes de directivité ?

[E13] Rayonnement acoustique d'une source linéaire déphasée

La configuration du problème à traiter ici est similaire à celle de l'exercice [E12]. Dans le cas présent, la surface de la source vibre avec un déphasage π entre le segment $[-L/2, 0]$ et le segment $[0, L/2]$. Les hypothèses de calculs sont identiques au cas de la source linéaire sans déphasage. On cherchera à formuler l'amplitude de pression acoustique, et les valeurs angulaires annulant cette amplitude de pression.

[E14] Conditions de rayonnement acoustique d'une plaque mince infinie vibrant en flexion

On considère une plaque mince d'épaisseur h selon y , homogène, isotrope, de dimensions infinies selon x et z , et constituée d'un matériau de masse volumique ρ . Pour des raisons de simplifications, le problème sera étudié ici dans le plan (x, y) . Cette plaque, dont les points sont situés en $y = 0$, est sollicitée mécaniquement à une pulsation ω et se déforme alors en flexion pure (Figure 4.26). En conséquence, une onde mécanique de flexion, de vecteur d'onde k_F tel que

$$k_F = \omega^{1/2} \left(\frac{\rho \times h}{D} \right)^{1/4}$$

où D caractérise la rigidité de la plaque, se propage sur la plaque et selon x . Ceci est à l'origine d'une vitesse vibratoire, $V_n(x; t) = V_o \exp[j(\omega t - k_F x)]$, de faible amplitude et normale à la plaque (i.e. selon y).

Si on se place dans des conditions pour lesquelles une onde acoustique est générée par la plaque, celle-ci est caractérisée par une pression acoustique :

$$\tilde{p}(x, y; t) = A \exp[j(\omega t - k_x x - k_y y)].$$

avec le vecteur d'onde $\vec{k}(k_x, k_y)$ et A l'amplitude de la pression acoustique qui est réelle dans ce cas.

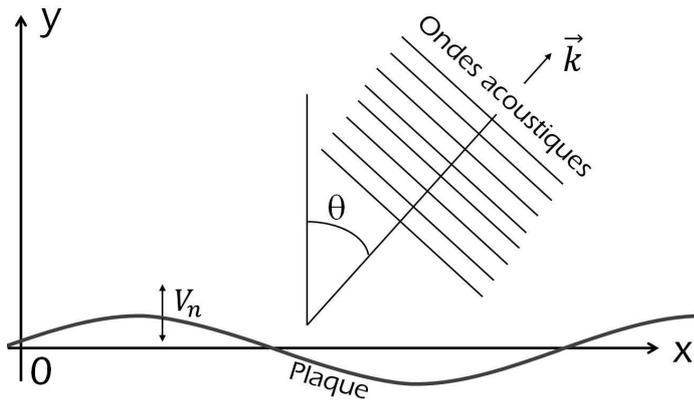


FIGURE 4.26 Plaque en flexion générant une onde acoustique orientée selon un angle θ par rapport à l'axe y (les amplitudes de vibration de la plaque, très faibles, ne sont pas respectées sur le schéma pour des raisons de clareté).

[1.] Déterminer d'une part l'expression de l'amplitude A et d'autre part la relation entre k_x et k_F .

Solutions : $A = V_0 \rho_0 c k / k_y$ et $k_x = k_F$.

[2.] Écrire l'expression complète de la pression acoustique en fonction de k et k_F uniquement. Démontrer que si la pulsation de la sollicitation (*i.e.*, ω) est augmentée à partir d'une valeur nulle, les ondes acoustiques se propageront uniquement à partir d'une valeur ω_c que vous formulerez.

Solutions : $\omega_c = c^2 (\rho h / D)^{1/2}$.

[3.] Comment s'écrit alors la pression acoustique dans le cas pour lequel $\omega < \omega_c$?

Cavités et guides d'ondes

Les précédents chapitres se sont intéressés essentiellement à des milieux ouverts. L'équation de propagation des ondes a été écrite et la génération des ondes acoustiques à partir de sources élémentaires caractérisée. Dans ce chapitre, l'énergie acoustique est au contraire confinée dans des milieux bornés. Nous verrons que dans ce cas des ondes stationnaires peuvent être stimulées déterminant alors le comportement acoustique des enceintes (auditoriums, salle de théâtre, etc.). Si maintenant cet espace possède une ou plusieurs ouvertures, il constitue alors un *guide d'ondes* pour lequel nombre d'applications reste possible (instruments de musique, système d'aération, propagation océanique, etc.).

La suite du document présente de façon détaillée la méthode permettant de formuler la pression acoustique dans une cavité rectangulaire. Le résultat observé dans une cavité circulaire, basée sur cette même méthode, sera donné sans détail. Ensuite la notion de guide d'ondes sera abordée mettant en évidence le concept de fréquence de coupure.

5.1 Cavités

Quel que soit le type de cavité traité, le problème consiste à résoudre en régime sinusoïdal le système :

$$\begin{cases} \Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \\ \text{Conditions limites} \end{cases}$$

où Δ est un opérateur mathématique faisant intervenir uniquement des dérivées spatiales (Cf. A.2). Les conditions limites utilisées dans ce cours, sur les parois, seront associées à des conditions d'absorption nulle et de rigidité. Cette dernière condition entraîne, entre autre, la composante normale de la vitesse acoustique comme étant nulle sur les parois, *i.e.* $\vec{V} \cdot \vec{n} = 0$ avec \vec{n} un vecteur unitaire perpendiculaire à la paroi. Il s'agit-là d'une condition limite énoncée sous forme de vitesse acoustique alors que le système à résoudre ci-dessus implique la pression acoustique. Cette condition limite peut néanmoins être adaptée à notre problème en utilisant l'équation d'Euler linéarisée reliant ces deux paramètres acoustiques. Si cette équation est projetée selon la normale \vec{n} à une paroi, elle s'écrit :

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} p = 0 \quad (5.1)$$

Cette relation permet maintenant d'atteindre une solution unique du problème énoncé plus haut. Cette méthode, appelée *méthode modale*, est principalement utilisée pour mettre en évidence les problèmes basses fréquences, région fréquentielle pour laquelle les fréquences associées aux modes acoustiques sont suffisamment distantes les unes

des autres pour que l'on puisse facilement les observer. Ensuite la densité modale (*i.e.* le nombre de modes par hertz) augmente très rapidement. Le champ acoustique obtenu est alors dît *diffus* et la pression devient indépendante du lieu d'écoute. La méthode modale devient inefficace, on préférera utiliser une approche énergétique.

5.1.1 Cavité rectangulaire

Résolution de l'équation d'onde

Considérons une cavité rectangulaire de dimensions L_x , L_y et L_z , représentant par exemple de façon simplifiée une salle de concerts (Fig. 5.1). Les conditions limites vues plus haut s'expriment donc de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \text{Surfaces normales à } \vec{x} & : \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=L_x} = 0 \\ \text{Surfaces normales à } \vec{y} & : \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{y=0} = \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{y=L_y} = 0 \\ \text{Surfaces normales à } \vec{z} & : \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=0} = \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=L_z} = 0 \end{aligned}$$

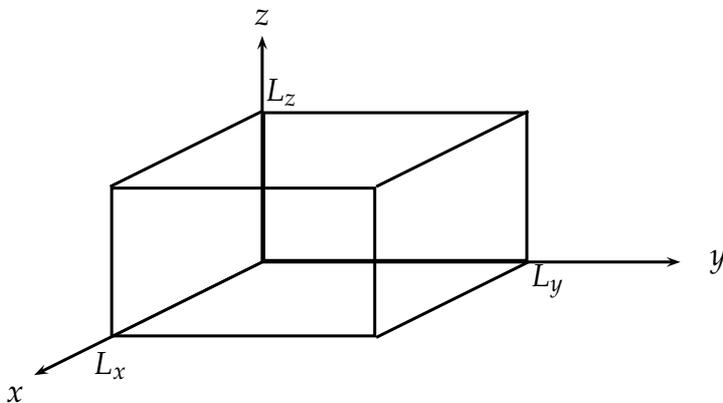


FIGURE 5.1 Cavité rectangulaire.

Ces relations seront utiles par la suite pour donner une forme à la solution recherchée. Nous allons chercher ici à caractériser les ondes pressions dans l'enceinte, celles-ci obéissant à l'équation de propagation habituelle :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

pour laquelle nous chercherons à trouver des solutions de la forme $\tilde{p}(x, y, z; t) = \tilde{P}(x, y, z)e^{j\omega t}$, qui intégrées dans l'équation de transport permet d'écrire :

$$\frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{P} = 0$$

Utilisons maintenant la méthode de *séparation des variables* en supposant que la solution est le produit de trois fonctions, chacune dépendant d'un unique paramètre :

$$\tilde{P}(x, y, z) = \tilde{X}(x)\tilde{Y}(y)\tilde{Z}(z) \quad (5.2)$$

Cette solution dans l'équation de propagation permet d'écrire la relation

$$\frac{\tilde{X}''}{\tilde{X}} + \frac{\tilde{Y}''}{\tilde{Y}} + \frac{\tilde{Z}''}{\tilde{Z}} + \frac{\omega^2}{c^2} = 0$$

avec le vecteur d'onde, $\vec{k}(k_x, k_y, k_z)$, tel que

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (5.3)$$

Cette équation est appelée *relation de dispersion*. En considérant les trois directions du système séparément, on peut écrire un système de trois équations et leurs conditions limites associées :

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{X}''}{\tilde{X}} + k_x^2 &= 0 & \tilde{X}'(0) &= \tilde{X}'(L_x) = 0 \\ \frac{\tilde{Y}''}{\tilde{Y}} + k_y^2 &= 0 & \tilde{Y}'(0) &= \tilde{Y}'(L_y) = 0 \\ \frac{\tilde{Z}''}{\tilde{Z}} + k_z^2 &= 0 & \tilde{Z}'(0) &= \tilde{Z}'(L_z) = 0 \end{aligned}$$

Les solutions généralisées de ces équations s'écrivent :

$$\begin{aligned} \tilde{X}(x) &= A_x e^{jk_x x} + B_x e^{-jk_x x} \\ \tilde{Y}(y) &= A_y e^{jk_y y} + B_y e^{-jk_y y} \\ \tilde{Z}(z) &= A_z e^{jk_z z} + B_z e^{-jk_z z} \end{aligned}$$

Les conditions en $x = 0$, $y = 0$ et $z = 0$ entraînent des solutions de la forme $\cos(k_x x)$, $\cos(k_y y)$ et $\cos(k_z z)$, tandis que celles exprimées sur les autres parois (*i.e.* $x = L_x$, $y = L_y$ et $z = L_z$) permettent d'écrire les conditions :

$$\sin(k_x L_x) = 0 \quad \sin(k_y L_y) = 0 \quad \sin(k_z L_z) = 0$$

On obtient dès lors des expressions des seuls vecteurs d'ondes autorisés :

$$\begin{aligned} k_{xl} &= l\pi/L_x & \text{où } l &= 0, 1, 2, \dots \\ k_{ym} &= m\pi/L_y & \text{où } m &= 0, 1, 2, \dots \\ k_{zn} &= n\pi/L_z & \text{où } n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

La relation (5.3) s'écrit alors :

$$\frac{\omega_{lmn}^2}{c^2} = k_{xl}^2 + k_{ym}^2 + k_{zn}^2 \quad (5.4)$$

Ainsi les pulsations angulaires *autorisées*, que nous appelleront *pulsations de résonance*, sont discrètes (et non continues) :

$$\omega_{lmn} = c \left[\left(\frac{l\pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L_y} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_z} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.5)$$

et dépendent des dimensions de l'enceinte et de la vitesse du son.

Application : la salle de cours L1001 du campus de l'ECAM LYON mesure approximativement $L_x = 20 \text{ m} \times L_y = 11 \text{ m}$ au sol. Le plafond de cette salle n'étant pas plan, mais en dents de scie, nous considérerons en première approximation une hauteur constante sous plafond valant $L_z = 6 \text{ m}$. Si on distribue de façon croissante les indices l , m et n , on note que la pulsation la plus basse est donnée par les indices $(1,0,0)$ et vaut donc d'après la relation (5.5) :

$$\omega_{100} = c \times \frac{\pi}{L_x} = 54 \text{ rad/s}$$

pour laquelle la fréquence vaut approximativement 9 Hz. Ce mode est localisé dans la direction x . La fréquence suivante est associée au mode $(0,1,0)$ et vaut 16 Hz, et celle liée au mode $(2,0,0)$ vaut 17 Hz. Si la salle est sollicitée par une source sonore à ces fréquences, celle-ci réagira et le son paraîtra amplifié. Néanmoins, étant donné le domaine audible pour l'oreille humaine, pour lequel la fréquence basse vaut approximativement 20 Hz, il est fort probablement que celle-ci ne les entende pas. L'oreille humaine entendra par conséquent des modes d'ordre plus élevé.



Les solutions des trois équations selon x , y , et z sont de forme sinusoïdale. La pression acoustique pour un triplet (l, m, n) donné peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\tilde{p}_{lmn}(x, y, z; t) = \tilde{A}_{lmn} \cos\left(\frac{l\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{m\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L_z}z\right) e^{j\omega_{lmn}t} \quad (5.6)$$

Nous remarquons d'après cette forme que cette onde ne se propage pas¹. Il s'agit d'une onde stationnaire, c'est-à-dire d'une onde vibrant "sur place"². En tout point

1. En effet, pour avoir une propagation selon l'axe x par exemple, il faudrait que la pression fasse apparaître un terme $e^{-jk_x x}$

2. Comme dans le cas des cordes vibrantes, deux ondes de mêmes fréquences et amplitudes, se propageant dans des directions opposées se superposent pour construire une onde stationnaire. Le déplacement vertical de tout point sur la corde a une amplitude proportionnelle à $\sin(k_{xl}x)$ mettant ainsi en évidence des points ayant une amplitude vibration nulle (nœud de vibration), et d'autres ayant des amplitudes maximales (ventre ou anti-nœud de vibration).

$M(x, y, z)$ de la cavité, et pour tout triplet d'indices (l, m, n) , l'amplitude de la pression s'écrit

$$|\tilde{p}_{lmn}(x, y, z)| = |\tilde{A}_{lmn}| \times \left| \cos\left(\frac{l\pi}{L_x}x\right) \right| \times \left| \cos\left(\frac{m\pi}{L_y}y\right) \right| \times \left| \cos\left(\frac{n\pi}{L_z}z\right) \right|$$

Chaque onde stationnaire, spécifiée par les valeurs des entiers (l, m, n) et caractérisée par la relation (5.6), possède sa propre fréquence (5.5). Chacune de ces distributions spatiales de la fluctuation de pression acoustique est appelée **mode acoustique**. Le terme de résonance est parfois utilisé pour décrire ce phénomène mais peut être confondu avec d'autres phénomènes tels que l'écho ou l'amplification sonore [34]. La définition que l'on donne pour un mode acoustique pourrait être réduit par *la façon pour l'air de vibrer dans l'espace*

Ainsi ces modes ne possèdent pas tous les mêmes distributions dans l'espace. D'autre part les modes correspondant à un triplet (l, m, n) dont une seule valeur seulement est non nulle, par exemple $(0, m, 0)$, sont des **modes axiaux** pour lesquels la pression est maximale sur les murs (Fig. 5.3.a). Si seuls deux indices sont non-nuls (e.g. $(0, m, n)$), les modes sont appelés **modes tangentiels** (Fig. 5.3.b). Lorsque les trois indices sont non nuls, le mode est dit **mode oblique**. Dans ces deux derniers cas, la pression est maximale dans les coins.

Application : prenons le cas simple du mode $(2, 0, 0)$ dont l'amplitude s'écrit :

$$|\tilde{p}_{200}(x, y, z)| = |\tilde{A}_{200}| \times \left| \cos\left(\frac{2\pi}{L_x}x\right) \right|$$

Les localisations des maximums d'amplitude, $x_{max,i}$, sont associées aux valeurs maximales du terme $|\cos(2\pi x/L_x)|$, i.e. $2\pi x_{max,i}/L_x = i\pi$, avec $i = 0, 1$, etc., soit $x_{max,i} = iL_x/2$. Finalement les maximums d'amplitude du mode $(2, 0, 0)$ sont aux emplacements $x_{max} = \{0, L_x/2, L_x\}$ (Fig. 5.2). À partir de la même méthode les minimums d'amplitude sont aux emplacements $x_{min} = \{L_x/4, 3L_x/4\}$. Les localisations des extrémums d'amplitude de pression pour le mode $(2, 0, 0)$ sont illustrées sur la figure 5.2. Si cette fois nous avons considéré le mode $(4, 0, 0)$, les localisations pour lesquelles on observe le maximum d'amplitude de pression auraient été $x_{max} = \{0, L_x/4, L_x/2, 3L_x/4, L_x\}$. On note ainsi que les modes ayant des indices élevés sont caractérisés par des localisations de maximum (ou de minimum) de plus en plus rapprochés. Il devient dès lors de plus en plus difficile de les discriminer les uns des autres.



L'expression (5.6) met en évidence des plans, parallèles aux parois, pour lesquels la pression s'annule. On les appelle généralement *plans nodaux*. Entre ces plans, la pression évolue sinusoidalement. De même, il existe des points caractérisés par un maximum d'amplitude appelés *Anti-nœuds* (par exemple, dans les coins de la cavité). De ce fait, une source acoustique placée sur le plan nodal d'un mode caractérisé par les indices l, m , et n ne sollicitera pas ce mode. D'autre part, plus une source est placée proche d'un anti-nœud d'un mode, plus ce mode sera sollicité. De même, un récepteur type microphone aura une meilleure réponse s'il est placé proche d'un anti-

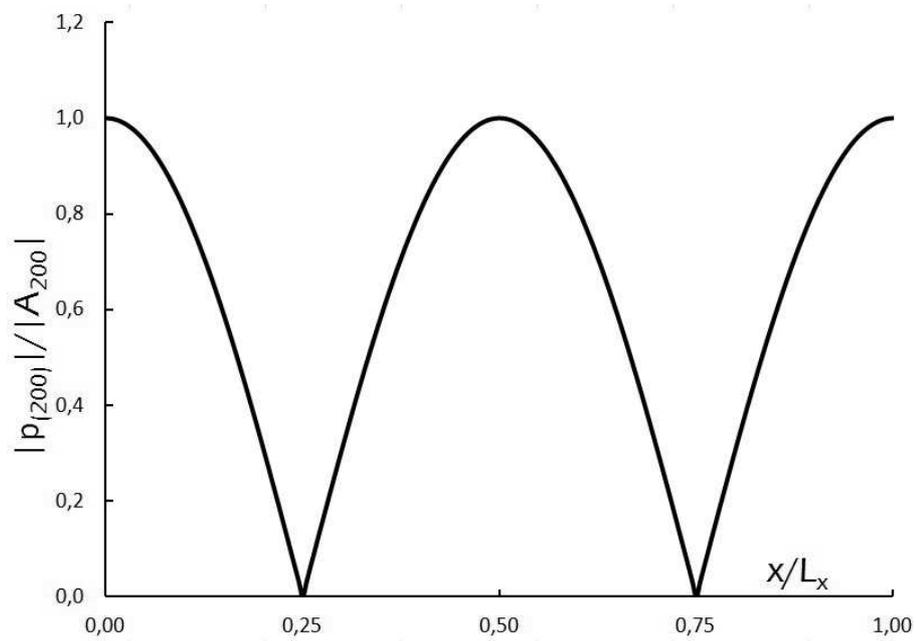


FIGURE 5.2 Distribution de l'amplitude de pression acoustique du mode (2,0,0) tracée selon x .

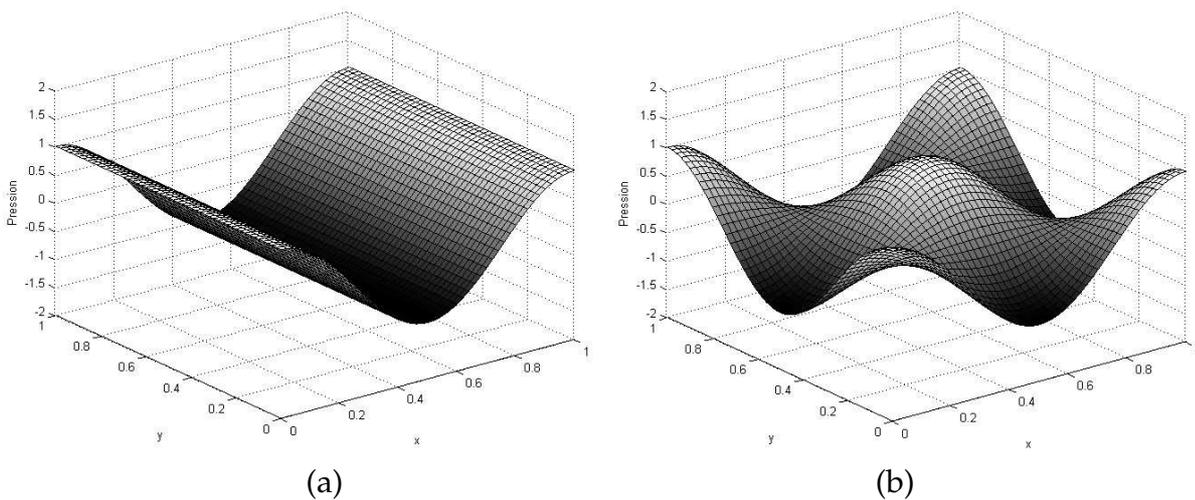


FIGURE 5.3 Distribution de la pression acoustique pour les modes (1,0,0) (a) et (1,1,0) (b). Les dimensions de la cavité rectangulaire valent $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$. La distribution de la pression selon l'axe z n'est pas représentée.

nœud du mode. Ceci est utilisé pour caractériser des enceintes (Fig. 5.5 et Tab. 5.1). Si on désire par exemple étudier tous les modes de résonance d'une cavité rectangulaire, on placera la source acoustique et le microphone dans des coins.

La pression dans son écriture la plus généralisée vaut :

$$\tilde{p}(x, y, z; t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{A}_{lmn} \cos\left(\frac{l\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{m\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L_z}z\right) e^{j\omega_{lmn}t} \quad (5.7)$$

Ainsi, en tout point de l'espace d'une cavité, la pression acoustique est une superposition de modes acoustiques.

Nombre de modes acoustiques

Le nombre de modes dont la pulsation est inférieure à une valeur ω_0 est difficile à estimer de façon exacte. Cependant une approximation est possible à partir de l'expression :

$$N(\omega_0) = \frac{V\omega_0^3}{6\pi^2c^3} + \frac{S\omega_0^2}{8\pi c^2} + \frac{L\omega_0}{4\pi c} + 1 \quad (5.8)$$

où V et S sont respectivement le volume et la surface de l'enceinte, et L la longueur totale des arêtes. Lorsque la longueur d'onde est petite devant les dimensions de la pièce (*i.e.* $kL \gg 1$), on peut conserver le premier terme et obtenir une bonne estimation du nombre de modes. Cette répartition de modes est tracée sur la figure 5.4. On remarque que pour des fréquences inférieures à $f_0 = 800$ Hz, le modèle (5.8) surestime le nombre de modes, tandis que pour des fréquences supérieures à $f_0 = 900$ Hz il a plutôt tendance à légèrement sous-estimer ce nombre.

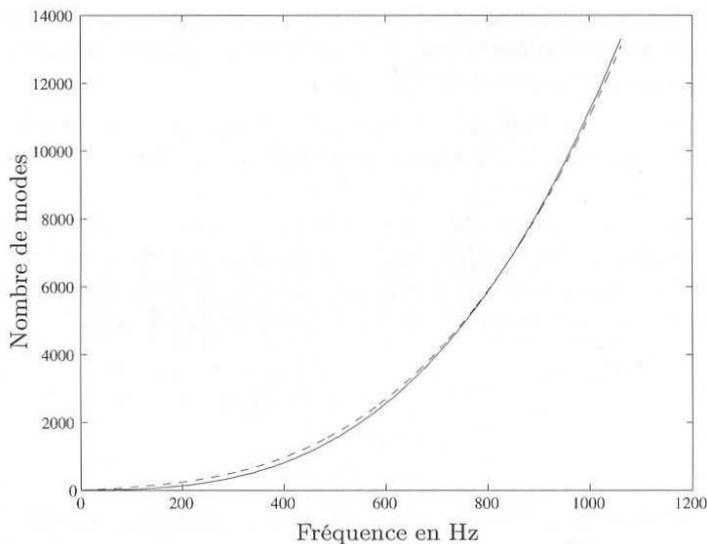


FIGURE 5.4 Fonction de répartition des modes acoustiques, exacte (—) et approchée par le modèle 5.8 (---). (d'après Chaigne [12]).



Les modes acoustiques mis en place dans les paragraphes précédents ont une importance toute particulière en basse fréquence car ils constituent un réseau d'ondes de raies discrètes qui donnent à la salle une coloration difficilement acceptable sur le plan perceptif. Les raies d'amplitude importante, ou isolées, sont en effet généralement perçues comme une gêne dans cette gamme de fréquences. Les auditeurs auront alors un rendu sourd et confus ayant pour conséquence un déséquilibre de la balance spectrale et un masquage des médiums (les fréquences plus basses entraînent une perte d'intelligibilité). Les ondes stationnaires sont donc à proscrire dès lors que l'on s'intéresse à l'acoustique d'une salle. Une solution pour éviter leur présence dans les basses fréquences, est alors de casser leur structure par la mise en place de pièces dont les murs ne sont plus parallèles. C'est là le principe de tout auditorium. Si on découvre une fréquence gênante après la construction du bâtiment, on pourra placer sur les murs responsables des matériaux dont l'absorption est importante dans la gamme de la fréquence à traiter.

Application à une enceinte rectangulaire (2,59 m × 2,42 m × 2,82 m)

Considérons une enceinte rectangulaire de taille 2,59 m × 2,42 m × 2,82 m. Nous venons de voir dans le cas d'un volume rectangulaire fermé qu'il existe des modes de vibrations de pulsation de résonance ω_{lmn} caractérisés par trois indices l , m et n . Lorsqu'une source est placée dans ce volume, seules ces fréquences pourront être perceptibles. L'amplitude de chacun des modes va cependant dépendre de la localisation de la source, et aussi de la différence entre les pulsations de la source et de chacun des modes. Nous avons noté plus haut que pour solliciter tous ces modes, la source devait être placée dans un coin, et dans le but de les "entendre" tous, l'observateur devait être placé dans un autre. Ceci est réalisé expérimentalement pour une pièce rectangulaire de dimensions 2,59 m × 2,42 m × 2,82 m pour laquelle les 12 premières fréquences théoriques sont données dans le tableau 5.1. On mesure la pression dans deux cavités (Fig. 5.5) caractérisées par les dimensions citées mais recouvertes de matériaux acoustiques différents : une chambre réverbérante dont les surfaces ont de très bonnes propriétés de réflexion (*i.e.* parois rigides) et dans une chambre anéchoïque recouverte de dièdres (*i.e.*, petites pyramides) généralement en mélanine dont le rôle est d'absorber les ondes sonores. On observe un spectre ne présentant que très peu de pics dans le cas des mesures en chambres anéchoïques, ne permettant pas la mise en place des modes de résonance. Au contraire, l'utilisation d'une chambre réverbérante permet une bonne satisfaction des conditions limites (vitesse acoustique nulle sur les parois), les mesures font alors apparaître des modes dont les fréquences sont très proches de celles prédites par la théorie.

Utilisons la relation (5.8) pour estimer le nombre de modes ayant une fréquence inférieure au dernier mode observé sur les mesures précédentes $f_0 = 146$ Hz, soit $\omega_0 = 917,35$ rad/s. Les paramètres V , S et L valent respectivement 17,68 m³, 40,79 m² et

Tableau 5.1 Détermination théorique des 12 modes les plus bas et leur fréquence de résonance pour une enceinte rectangulaire avec des murs rigides (2,59 m x 2,42 m x 2,82 m) et pour une célérité de $c = 343,6$ m/s. D'après Kinsler [20].

Mode	Fréquence (Hz)	Mode	Fréquence (Hz)
(0,0,1)	60,9	(1,1,1)	114,7
(1,0,0)	66,3	(0,0,2)	121,8
(0,1,0)	71,0	(2,0,0)	132,7
(1,0,1)	90,1	(1,0,2)	138,7
(0,1,1)	93,6	(0,1,2)	141,0
(1,1,0)	97,2	(0,2,0)	142,0

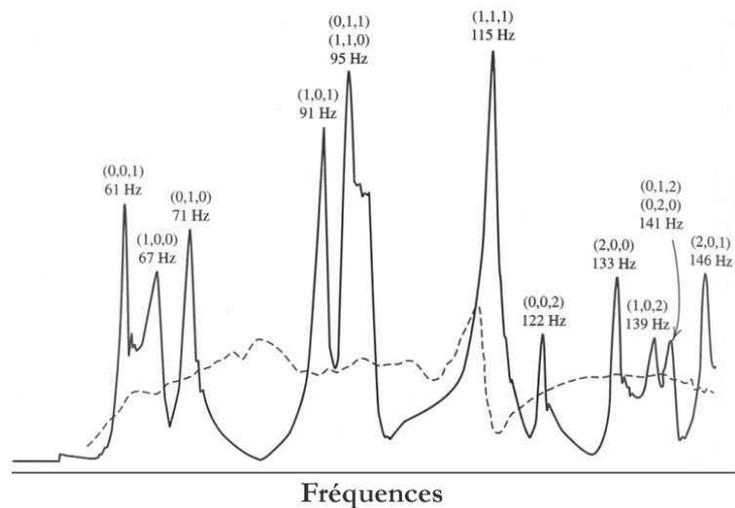


FIGURE 5.5 Détermination expérimentale de la réponse d'une enceinte rectangulaire (2,59 m x 2,42 m x 2,82 m) dont les fréquences de résonance théoriques sont rassemblées dans le tableau 5.1. La source et le microphone sont placés dans des coins opposés de l'enceinte. L'amplitude de pression est mesurée dans une chambre réverbérante (—) et une chambre anéchoïque (- - -). D'après Kinsler [20].

31,32 m. Ce nombre de modes vaut :

$$\begin{aligned} N(917,35 \text{ rad/s}) &= 5,86 + 11,8 + 6,72 + 1 \\ &\approx 25 \end{aligned}$$

au lieu de 12 modes (n'oublions pas le mode (0,0)). Étant donnée la fréquence $f_0 < 800 \text{ Hz}$, le modèle surestime le nombre de modes comme il était mentionné plus haut.

Nous allons maintenant considérer un problème similaire mais appliqué cette fois aux cavités circulaires.

5.1.2 Cavité circulaire

*Le détail des calculs permettant d'exprimer la pression acoustique n'est pas détaillé ici. Le lecteur motivé trouvera dans l'ouvrage *Fundamentals of Acoustics* (L.E. Kinsler [20]) une démonstration complète.*

La démarche précédente peut être appliquée au cas de la cavité circulaire (Fig. 5.6) ; les coordonnées cylindriques (r, θ, z) sont dès lors utilisées. On cherchera donc à exprimer une pression acoustique de la forme $\tilde{p}(r, \theta, z; t) = \tilde{P}(r, \theta, z)e^{j\omega t}$. L'équation d'Helmholtz s'écrit dans ce système de coordonnées :

$$\frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial z^2} + k^2 \tilde{P} = 0 \quad (5.9)$$

et les conditions aux limites deviennent

$$\left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial z} \right)_{z=0} = \left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial z} \right)_{z=L} = \left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial r} \right)_{r=a} = 0$$

avec a et L représentant respectivement le rayon de la section droite et la hauteur de la cavité.

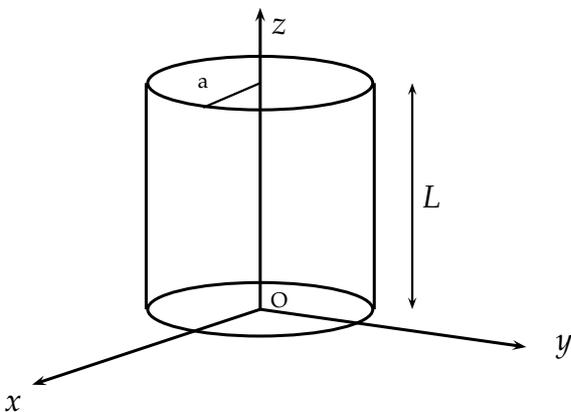


FIGURE 5.6 Cavité circulaire.

La pression acoustique du mode (l, m, n) est donnée par l'expression :

$$\tilde{p}_{lmn}(x, y, z; t) = \tilde{A}_{lmn} J_m(k_{mn}r) \cos(m\theta) \cos(k_{zn}z) e^{j\omega_{lmn}t} \quad (5.10)$$

où $J_m(k_{mn}r)$ est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre m avec $m = 0, 1, \dots$ et $n = 1, 2, \dots$ (Cf. annexe A.3). Le vecteur d'onde k_{mn} est tel que $k^2 = k_{mn}^2 + k_{zl}^2$ avec $k_{zl} = l\pi/L$. D'après la condition limite radiale, la dérivée première de la pression doit s'annuler en $r = a$, soit

$$\left. \frac{\partial J_m(k_{mn}r)}{\partial r} \right|_{r=a} = 0$$

Ceci est atteint pour les extrémums de la fonction de Bessel considérée (ou les zéros de la dérivée) noté j'_{mn} tels que

$$J'_m(j'_{mn}) = 0 \quad \text{avec} \quad k_{mn}a = j'_{mn}$$

dont les valeurs sont rassemblées dans le tableau A.2. Ainsi les pulsations déterminées par la relation :

$$\omega_{l,m,n} = c \left[\left(\frac{l\pi}{L} \right)^2 + \left(\frac{j'_{mn}}{a} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.11)$$

La pression acoustique s'écrit de la façon la plus généralisée :

$$\tilde{p}(x, y, z; t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{A}_{lmn} J_m(k_{mn}r) \cos(m\theta) \cos(k_{zl}z) e^{j\omega_{lmn}t} \quad (5.12)$$

5.2 Guides d'ondes de section constante

Les ondes sont guidées dès lors qu'elles sont contraintes par des conditions aux limites. Les ondes ne sont alors plus planes (sauf dans des cas très précis, essentiellement dans les basses fréquences). On traitera ici un cas simple de la propagation d'une onde sonore dans un conduit de section rectangulaire ou circulaire. Comme dans le cas des cavités fermées (paragraphes précédents), on montrera que la pression totale est la somme de contributions élémentaires qui ne dépendent ici que de deux indices l et m . La relation de dispersion nous montrera que pour une fréquence imposée par la source acoustique, tous les modes ne peuvent pas se propager. D'une même façon, pour un mode (l, m) considéré, seuls les modes caractérisés par des fréquences supérieures à une fréquence particulière appelée *fréquence de coupure* pourront se propager.

Pour des raisons de clarté, seule l'onde progressive sera traitée, le traitement des ondes régressives étant similaires.

5.2.1 Guides d'ondes de section rectangulaire

Considérons une conduite infinie dans la direction z , de largeur L_y et de hauteur L_x , et constituée de parois rigides (*i.e.* pas de transmission d'énergie à travers cette paroi). On cherchera ici à caractériser les ondes acoustiques progressives susceptibles de se propager dans un tel conduit.

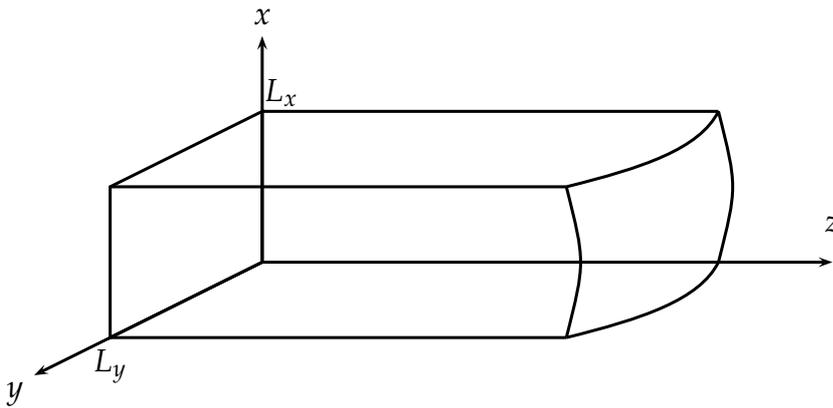


FIGURE 5.7 Guide d'ondes de section rectangulaire.

Pression acoustique dans le guide d'ondes

La démarche est identique à celle adoptée dans le cas des cavités fermées. Les conditions limites à respecter sur les parois de normales $\pm \vec{x}$ et $\pm \vec{y}$, entraînent la présence d'ondes stationnaires dans ces directions (Cf. page 77). Celles-ci sont caractérisées mathématiquement par des solutions sinusoïdales. L'absence de condition limite selon z entraîne quant à elle une solution généralisée de la forme $\exp(\pm jk_z z)$ et laisse donc la possibilité d'une propagation d'ondes progressive et régressive dans cette direction. Comme il a été dit plus haut, nous ne retenons que l'onde progressive ici. Finalement, le mode acoustique (l, m) présente une pression du type :

$$\tilde{p}_{lm}(x, y, z; t) = \tilde{A}_{lm} \cos\left(\frac{l\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{m\pi}{L_y}y\right) e^{j(\omega t - k_z z)} \quad (5.13)$$

avec \tilde{A}_{lm} une constante qui dépend de la façon dont le guide a été sollicité. On a de plus

$$\begin{aligned} k_{xl} &= \frac{l\pi}{L_x} && \text{avec } l = 0, 1, 2, \dots \\ k_{ym} &= \frac{m\pi}{L_y} && \text{avec } m = 0, 1, 2, \dots \\ k_z &= \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - (k_{xl}^2 + k_{ym}^2) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (5.14)$$

Il existe donc une série d'ondes stationnaires selon x et y , alors qu'il y a une possibilité de propagation de deux ondes selon la valeur du vecteur d'onde k_z . D'autre part, puisque la valeur numérique de la pulsation ω est liée à la source sollicitant le guide d'ondes, elle peut atteindre n'importe quelle valeur, la composante k_z n'est donc pas constante.

On définit généralement le vecteur d'ondes transverses, k_{lm} , tel que

$$k_{lm}^2 = k_{xl}^2 + k_{ym}^2$$

La relation de dispersion s'écrit dès lors :

$$k_z = \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_{lm}^2 \right]^{1/2} \quad (5.15)$$

que l'on pourrait noter $k_{z,(l,m)}$, ce terme apparaissant dans l'exponentiel complexe, i.e. $e^{j(\omega t - k_z z)}$. Dès lors si le terme présent dans la racine carrée de l'expression (5.15) est positif cela aura pour conséquence d'avoir k_z réel, ce que nous avons toujours considéré jusqu'à présent, assurant alors la propagation d'une onde. Ceci ne sera plus le cas si le terme présent dans la racine carrée devient négatif cette fois. k_z devra alors être un imaginaire pur. Ainsi le type d'onde, lié à la nature de k_z , dépend de la valeur de la fréquence par rapport à la valeur de k_{lm} . Reprenons dans le détail les différents cas :

1. $\omega/c > k_{lm}$, k_z est alors **réel** et caractérise alors une onde se propageant selon l'axe z :

$$\tilde{p}_{lm}(x, y, z; t) = \tilde{A}_{lm} \cos\left(\frac{l\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{m\pi}{L_y}y\right) e^{-j\left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_{lm}^2\right]^{1/2} z} e^{j\omega t}$$

2. $\omega/c < k_{lm}$, k_z est alors **imaginaire** pur que l'on peut écrire :

$$k_z = \pm j \left[k_{lm}^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \right]^{1/2}$$

où seul le signe négatif conduit à une solution acceptable car décroissante avec z :

$$e^{-\left[k_{lm}^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \right]^{1/2} z}$$

alors que le signe positif conduit, lui, à une solution tendant vers l'infini pour des z croissants :

$$e^{\left[k_{lm}^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \right]^{1/2} z}$$

La première solution est une onde stationnaire évanescence qui est atténuée de façon exponentielle avec z . Aucune énergie n'est donc propagée le long du guide. Finalement l'unique solution acceptable s'écrit :

$$\tilde{p}_{lm}(x, y, z; t) = \tilde{A}_{lm} \cos\left(\frac{l\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{m\pi}{L_y}y\right) e^{-\left[k_{lm}^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \right]^{1/2} z} e^{j\omega t}$$

Fréquence de coupure

Nous remarquons que le vecteur d'onde k_z passe de l'imaginaire pur vers un réel, en passant par une valeur nulle. La propagation d'un mode (l, m) n'est donc pas réalisée pour toutes les fréquences. Ainsi la fréquence pour laquelle le vecteur d'onde k_z devient nul et définie par la formulation

$$f_{c,(l,m)} = \frac{c}{2\pi} \left[\left(\frac{l\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L_y}\right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.16)$$

délimite la gamme de fréquence permettant la propagation. Cette fréquence, $f_{c,(l,m)}$, est appelée **fréquence de coupure**. Le mode (l,m) pour lequel il correspondra sa fréquence de coupure se propage alors pour des fréquences supérieures à cette fréquence de coupure. Pour des fréquences plus basses, le mode sera évanescent et il n'y aura pas de propagation.

Application : considérons un guide d'ondes de section rectangulaire de taille $L_x = 5 \text{ cm}$ et $L_y = 10 \text{ cm}$ et estimons les fréquences de coupure des modes $(0,1)$ et $(1,0)$. Le guide d'onde est rempli d'air dont les propriétés physiques sont prises à 20°C (i.e. $c = 343 \text{ m/s}$). D'après la relation (5.16), il vient :

$$f_{c,(0,1)} = \frac{c}{2\pi} \times \frac{\pi}{L_y} = 1715 \text{ Hz}$$

et

$$f_{c,(1,0)} = \frac{c}{2\pi} \times \frac{\pi}{L_x} = 3430 \text{ Hz}$$

Ainsi, dans le cas d'une expérience durant laquelle le guide d'onde est sollicité à l'aide d'une source sonore dont la fréquence est augmentée régulièrement à partir de 0 Hz , le mode $(0,1)$ apparaîtra avant le mode $(1,0)$. Pour une fréquence de sollicitation supérieure à 3430 Hz , les deux modes $(0,1)$ et $(1,0)$ se propageront dans le guide d'ondes, en plus du mode plan $(0,0)$ qui lui se propage dès le début de l'expérience, i.e. 0 Hz (voir plus bas).



Cas particulier du mode $(0,0)$

Si on considère l'onde caractérisée par les deux indices nuls, $l = m = 0$, les relations (5.13) et (5.16) deviennent :

$$\tilde{p}(x, y, z; t) = \tilde{A}_{00} e^{j(\omega t - k_{z,(0,0)} z)} \quad (5.17)$$

et

$$f_{c,(0,0)} = 0 \text{ Hz} \quad (5.18)$$

avec $k_{z,(0,0)} = \omega/c$ (d'après les relations (5.14) ou (5.15)). D'une part on retrouve la formulation de la pression pour une onde plane en champ libre et d'autre part ce mode se propage pour toutes les fréquences (i.e. dès 0 Hz). On peut alors se demander jusqu'à quelle fréquence l'onde plane sera la seule à se propager sans qu'elle soit accompagnée d'une onde transverse. Supposons $L_y > L_x$ comme cela était le cas dans l'application précédente, d'où $1/L_y < 1/L_x$. Le premier mode transverse sera caractérisé par les indices $(0,1)$ et apparaît dès lors que $k_y = \pi/L_y$. De ce fait, la fréquence de coupure du premier mode transverse du guide est donnée par :

$$f_{c,(0,1)} = \frac{c}{2L_y}$$

Tous les modes sont donc coupés à l'exception de l'onde plane dès lors que la fréquence de la source reste située en-dessous de $f_{c,(0,1)}$. Dans ce cas, l'approximation des

ondes planes est applicable si on est situé assez loin de la source. Ceci est crucial dans les expériences dont l'analyse repose sur la présence uniquement d'ondes planes dans le tube (l'expérience du tube de Kundt par exemple). La connaissance de la fréquence de coupure du premier mode transverse permet alors à l'utilisateur de connaître la gamme de fréquences expérimentale sur laquelle il peut utiliser la théorie.

5.2.2 Guides d'ondes de section circulaire

On peut généraliser la discussion du paragraphe précédent au cas du guide d'onde infini de section circulaire, en s'aidant en plus de la relation donnant la pression dans une cavité fermée cylindrique de section circulaire (§ 5.1.2) pour en déduire la forme du mode (l, m) de l'onde progressive de pression :

$$\tilde{p}_{mn}(r, \theta, z; t) = \tilde{A}_{mn} J_m(k_{mn}r) \cos(m\theta) e^{-jk_z z} e^{j\omega t} \quad (5.19)$$

avec $k_z = \left[(\omega/c)^2 - k_{mn}^2 \right]^{1/2}$. Cette relation met encore une fois en évidence l'existence d'ondes évanescentes et progressives en fonction du signe de la quantité $\omega/c - k_{mn}$. La fréquence de coupure du mode (m, n) est obtenu lorsque $\omega/c = k_{mn}$ avec $k_{mn} = j'_{mn}/a$, et s'écrit dans ce cas :

$$f_{c,(m,n)} = \frac{c}{2\pi} \times \frac{j'_{mn}}{a}$$

Une fois les valeurs de k_{mn} estimées, les résultats développés pour le guide d'onde rectangulaire peuvent être appliqués ici. k_{mn} est conditionné par la satisfaction des conditions de rigidité des parois (en $r = a$), soit $J'_m(k_{mn}a) = 0$.

Les indices les plus faibles possibles $(m, n) = (0, 1)$, d'après le tableau A.2 (page 163), entraînent les résultats :

$$j'_{01} = 0 \quad \text{d'où} \quad f_{c,(0,1)} = 0 \text{ Hz}$$

D'autre part $k_{(0,1)} = 0$ et $J_0(0) = 1$, entraînant d'après la formulation (5.19), la formulation du mode $(0, 1)$:

$$\tilde{p}_{01}(r, \theta, z; t) = \tilde{A}_{01} e^{j(\omega t - k_z z)}$$

qui est une onde plane. Comme pour le guide d'ondes rectangulaire l'onde plane se propage dès 0 Hz. Ensuite l'onde non plane ayant la fréquence de coupure la plus basse correspond au mode $(1, 1)$, indices pour lesquels le zéro de la dérivée de la fonction de Bessel a la valeur la plus faible (i.e., $j'_{mn}|_{\min} = 1,84$). La fréquence vaut donc $f_{11} = 1,84 \times c / (2\pi a)$. Ainsi pour des fréquences inférieures à f_{11} seules les ondes planes peuvent se propager dans un guide d'onde de section circulaire ayant des parois rigides.



Lorsque le guide d'onde circulaire est rempli d'air à une température proche de 20 °C, le terme $1,84 \times c / (2\pi)$ vaut approximativement 100, d'où la formulation, simple à retenir, pour la fréquence de coupure du premier mode transverse $f_{11} \approx 100/a$.

Application : On considère un guide d'onde circulaire de rayon $a = 4$ cm dont l'aire est de ce fait similaire à celle du guide d'onde rectangulaire de l'application précédente. On considérera ce guide rempli d'air dont les propriétés physiques sont prises à 20°C (i.e. $c = 343$ m/s). La fréquence de coupure du premier mode non plan, i.e. caractérisé par les indices $(1,1)$, vaut approximativement

$$f_{11} = \frac{c}{2\pi} \times \frac{j'_{11}}{a} = \frac{343}{2\pi} \times \frac{1,84}{4 \times 10^{-2}} = 2511 \text{ Hz}$$



Le deuxième mode est caractérisé par les indices $(2,1)$ pour lequel $j'_{21} = 3,05$ (Tab. A.2). La fréquence de coupure de ce mode vaut donc

$$f_{(2,1)} = \frac{c}{2\pi} \times \frac{j'_{21}}{a} = \frac{343}{2\pi} \times \frac{3,05}{4 \times 10^{-2}} = 4162 \text{ Hz}$$

Ainsi pour des guides d'ondes rectangulaires et circulaires de dimensions similaires, celui de forme circulaire sera caractérisé par une fréquence de coupure du premier mode transverse qui est plus élevée.

Nous avons vu dans ce chapitre la propagation d'ondes dans des conduites de section constante. Les ondes stationnaires ont été présentées, ainsi que les fréquence de coupure des modes possibles.

5.3 Exercices

[E15] Rectangular cavity

Calculate the frequencies for the lowest normal modes so that $f < 100$ Hz of a rigid-walled room of dimensions $2.59 \text{ m} \times 2.42 \text{ m} \times 2.82 \text{ m}$. $c = 343$ m/s for air.

Solution : 60.81 Hz, 66.21 Hz, 70.86 Hz, 89.91 Hz, 93.38 Hz, 96.99 Hz.

[E16] Cubical cavity

Give the indices of the ten lowest normal-mode frequencies of a cubical cavity (L on a side), which has five rigid sides and one pressure release side (i.e., amplitude nil).

Solution : $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$, $(1,1,0)$, $(2,0,0)$, $(0,2,0)$, $(0,0,2)$, $(1,0,2)$, $(0,1,2)$, $(3,0,0)$, and $(0,3,0)$.

[E17] Cylindrical Room

Calculate the five lowest normal-mode frequencies of an air-filled circular cylindrical room with a diameter of 10 m and height of 3 m.

Solution : $(0,1,1)$ 20.0 Hz; $(0,2,1)$ 33.0 Hz; $(0,0,2)$ 41.82 Hz; $(0,3,1)$ 45.86 Hz; $(1,0,1)$ 57.20 Hz.

[E18] Waveguide with one absorbant wall

Consider a square cross section waveguide where waves can propagate along the z axis. Three rigid walls are located at $x = 0$, $y = 0$, and $y = L_y$, and one absorbant wall at $x = L_x$. The latter can be characterized by its acoustic wall impedance $\tilde{Z}_n = \tilde{p}(x, y, z; t) / \vec{V} \cdot \tilde{n}$, where \tilde{n} is the unit vector normal to the wall. This waveguide is excited by one wave traveling in the z direction.

[1.] If the acoustic pressure is written $\tilde{p}(x, y, z; t) = \tilde{X}(x)\tilde{Y}(y)\tilde{Z}(z) \times e^{j\omega t}$ in this configuration, what is the formulation of $\tilde{X}(x)$, $\tilde{Y}(y)$, and $\tilde{Z}(z)$?

[2.] Write the expression of acoustic impedance, \tilde{Z}_n , as a function of ω , ρ_0 , k_x , and L_x . Is $k_x = 0$ a solution of this expression? When \tilde{Z}_n is a complex number, what is the consequence on wave propagation?

Solution : $\tilde{Z}_n = j\omega\rho_0 / (k_x \tan(k_x L_x))$, the wave is evanescent while traveling the along z axis.

[E19] Kundt's tube

Kundt's tube is an experimental acoustical apparatus originally built for the measurement of the speed of sound in a gas. It can be used also for the estimation of the impedance of absorbing materials. For that, a loudspeaker is located at one end and the absorbing material at the other end. The loudspeaker is turned on and a microphone is displaced in the tube so that maximum and minimum pressure locations are found. Measurements can be made only if plane waves are traveling through the tube. If the length and the diameter of a circular tube equal 870 mm and 90 mm respectively what would the frequency range for the measurement be?

Solution : $f_{Max.} = 2.23$ kHz.

Réflexion et transmission - Impédance de paroi

Lorsqu'une onde sonore rencontre une interface entre deux milieux, une partie de l'énergie est généralement réfléchiée, une autre étant transmise par l'intermédiaire de l'interface. La quantité d'énergie réfléchiée et transmise dépend à la fois de l'inclinaison que fait l'onde incidente avec la normale de l'interface, et des propriétés des deux milieux. Ce chapitre se propose de présenter dans une première partie les différents coefficients de réflexion et de transmission. Les deux cas d'approche de l'onde incidente seront considérés : incidences normale et oblique. Enfin, l'impédance de paroi sera traitée.

6.1 Définition des coefficients de réflexion et de transmission

Considérons une onde plane¹ se déplaçant initialement dans un domaine dont l'impédance spécifique vaut $\rho_1 c_1$, et rencontrant une région caractérisée par un changement de l'impédance spécifique (nouvelle valeur $\rho_2 c_2$). Cette région est généralement appelée **interface**. Dès lors, la propagation de l'onde incidente se trouve modifiée. On note en effet qu'une partie seulement de l'amplitude de pression de l'onde incidente est transmise, alors qu'une autre est réfléchiée. Le rapport d'amplitude des pressions et des intensités des ondes réfléchiées et transmises dépendent de l'impédance spécifique, de la célérité des deux milieux, et de l'angle que fait l'onde incidente avec l'interface. On notera les amplitudes des trois ondes incidente, réfléchiée et transmise respectivement par la notation \tilde{P}_i , \tilde{P}_r et \tilde{P}_t .

On peut à partir de ces notations, définir les coefficients de transmission et de réflexion en pression :

$$\tilde{T} = \tilde{P}_t / \tilde{P}_i \quad \text{et} \quad \tilde{R} = \tilde{P}_r / \tilde{P}_i \quad (6.1)$$

Dans le cadre des ondes planes, l'intensité moyenne d'une onde harmonique est $|\tilde{P}|^2 / \rho_0 c$, les coefficients de transmission et de réflexion en intensité valent alors :

$$T_I = I_t / I_i = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} |\tilde{T}|^2 \quad \text{et} \quad R_I = I_r / I_i = |\tilde{R}|^2 \quad (6.2)$$

On peut de même définir des coefficients de transmission et de réflexion en puissance :

$$T_W = I_t \cdot S_t / I_i \cdot S_i = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} |\tilde{T}|^2 = T_I \quad \text{et} \quad R_W = |\tilde{R}|^2 = R_I \quad (6.3)$$

1. L'approche considérée dans ce chapitre sera simplifiée par le fait que l'on considèrera l'onde incidente comme étant plane, et que les deux milieux sont des fluides. Des complications dans la théorie apparaît dès lors que l'on sort de ces deux hypothèses.



On s'intéresse ainsi dans les deux derniers cas considérés, à la puissance réfléchie ou transmise par une surface égale à la surface sur laquelle l'onde incidente vient impacter (i.e. $S_i = S_t = S_r$).

Par conservation de l'énergie, la puissance incidente doit être égale aux puissances réfléchie et transmise :

$$R_W + T_W = 1$$

La suite du document présente le cas des ondes incidentes se propageant normalement par rapport à l'interface, et le cas d'ondes incidentes obliques. Cette dernière configuration permettra de présenter des angles particuliers (angle critique et angle de Brewster).

6.2 Transmission d'un milieu à un autre en incidence normale

Nous traiterons dans cette partie d'une onde se propageant dans un milieu homogène et arrivant de façon perpendiculaire sur une interface. La première partie vise à formuler les différents coefficients vus plus hauts en fonction des caractéristiques des deux milieux. Dans une deuxième partie, nous verrons une application concernant l'isolation acoustique basée sur l'utilisation d'une couche mince de "masse".

6.2.1 Principe

Considérons une frontière entre deux fluides située à une abscisse $x = 0$ (Fig. 6.1) en conservant les mêmes indices cités dans l'introduction de ce chapitre pour les deux fluides. L'onde incidente se propageant dans la direction \vec{e}_i sera notée :

$$\tilde{p}_i = \tilde{P}_i e^{j(\omega t - k_1 x)}$$

qui lorsqu'elle rencontre la frontière génère une onde réfléchie et une onde transmise, respectivement $\tilde{p}_r = \tilde{P}_r e^{j(\omega t + k_1 x)}$ se propageant selon la direction \vec{e}_r , et $\tilde{p}_t = \tilde{P}_t e^{j(\omega t - k_2 x)}$ se propageant selon la direction \vec{e}_t avec \vec{e}_t dirigé selon \vec{x} , et \vec{e}_r dirigé dans le sens inverse de \vec{x} . Notons que les fréquences des ondes demeurent identiques au passage de la frontière, de telle sorte que les célérités des deux milieux étant différentes, le nombre d'onde change alors, soit $k_1 = \omega / c_1$ et $k_2 = \omega / c_2$.

Deux conditions doivent être satisfaites en tout temps sur la frontière : (1) les pressions acoustiques de part et d'autre de l'interface doivent être égales et (2) les composantes normales des vitesses acoustiques sont identiques. La première condition provient du fait qu'il n'y a pas d'effort sur la frontière. La deuxième a pour origine un contact permanent du fluide sur la frontière.

La condition en pression, pour $x = 0$, $\tilde{P}_i + \tilde{P}_r = \tilde{P}_t$ conduit à la relation :

$$1 + \tilde{R} = \tilde{T} \quad (6.4)$$

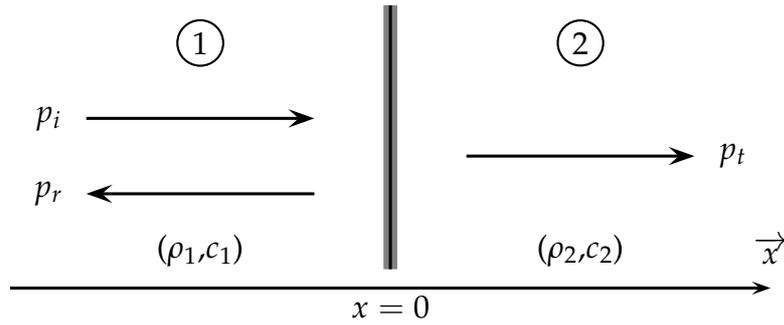


FIGURE 6.1 Réflexion et transmission d'une onde plane en incidence normale sur une frontière plane séparant deux fluides.

La condition en vitesse appliquée ici s'écrit :

$$\tilde{V}_i \vec{e}_i \cdot \vec{x} + \tilde{V}_r \vec{e}_r \cdot \vec{x} = \tilde{V}_t \vec{e}_t \cdot \vec{x} \quad \text{soit} \quad \tilde{V}_i - \tilde{V}_r = \tilde{V}_t$$

donnant alors d'après les relations avec la pression acoustique, d'après les relations d'ondes planes :

$$\frac{\tilde{P}_i}{\rho_1 c_1} - \frac{\tilde{P}_r}{\rho_1 c_1} = \frac{\tilde{P}_t}{\rho_2 c_2}$$

que l'on peut réécrire ainsi :

$$1 - \tilde{R} = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} \tilde{T} \quad (6.5)$$

À partir de la relation (6.4), on peut écrire finalement les coefficients de réflexion et de transmission :

$$\tilde{R} = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} = \frac{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} - 1}{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} + 1} \quad (6.6)$$

$$\tilde{T} = 2 \frac{\rho_2 c_2}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} = 2 \frac{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}}{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} + 1} \quad (6.7)$$

À partir des relations (6.2), les coefficients de réflexion et transmission en intensité s'écrivent :

$$R_I = \left(\frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \right)^2 = \left(\frac{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} - 1}{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} + 1} \right)^2 \quad (6.8)$$

$$T_I = 4 \frac{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}}{\left(\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} + 1 \right)^2} = 4 \frac{\rho_2 c_2 \cdot \rho_1 c_1}{(\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1)^2} \quad (6.9)$$

L'ensemble de ces expressions vont nous permettre de considérer des cas particuliers de valeurs d'impédances spécifiques des deux milieux.

1. D'après l'expression (6.6), le coefficient de réflexion en pression est toujours réel. Il est positif lorsque $\rho_2 c_2 > \rho_1 c_1$, les ondes incidente et réfléchie sont alors en phase. Lorsque $\rho_2 c_2 < \rho_1 c_1$, les ondes incidente et réfléchie sont déphasées de π . Ainsi une onde incidente positive est réfléchie en une onde négative.
2. D'après l'expression (6.7), le coefficient de transmission en pression est toujours réel positif quelles que soient les impédances spécifiques des deux fluides. De ce fait, les ondes incidente et transmise sont toujours en phase.

Milieux d'impédances spécifiques très différentes

Considérons maintenant le cas où les deux milieux ont des impédances spécifiques très différentes. On rencontre régulièrement ce cas avec l'eau et l'air (Tab. 6.1). Les indices seront adaptés selon le milieu d'origine de l'onde plane incidente.

Tableau 6.1 Caractéristique des l'air et l'eau.

	ρ (kg/m ³)	c (m/s)	ρc (Pa.s/m)
Air	1,21	340	411
Eau	1000	1480	$1,48 \times 10^6$

Interface air-eau : l'air porte l'indice 1 et l'eau l'indice 2, avec $\rho_2 c_2 \gg \rho_1 c_1$, entraînant :

$$R_I \approx 1 \quad \text{et} \quad T_I \approx 0$$

L'énergie est donc totalement réfléchie. De plus, le coefficient de réflexion en pression est réel positif (Cf. relation (6.6)), les ondes incidente et réfléchie sont alors en phase (i.e. $\tilde{P}_i = \tilde{P}_r$). On note d'autre part les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{P}_i + \tilde{P}_r &= \tilde{P}_t \\ \tilde{V}_r - \tilde{V}_i &= \tilde{V}_t \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} \tilde{P}_t &\approx 2\tilde{P}_i \\ \tilde{V}_t &\approx 0 \end{aligned} \quad (6.10)$$

Il s'agit là des conditions d'une surface rigide. La pression transmise dans la région $x = 0$ est ainsi deux fois plus importante que celle incidente, avec de plus une vitesse transmise nulle. Il n'y a pas de propagation dans l'eau de l'onde incidente.

Interface eau-air : l'eau porte l'indice 1 et l'air l'indice 2 avec $\rho_2 c_2 \ll \rho_1 c_1$, entraînant toujours :

$$R_I \approx 1 \quad \text{et} \quad T_I \approx 0$$

L'énergie est donc encore totalement réfléchi. D'après la relation (6.6), le coefficient de réflexion en pression est réel négatif, les ondes incidente et réfléchi sont alors en opposition de phase (i.e., $\tilde{P}_i = -\tilde{P}_r$). On note alors les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\tilde{P}_i + \tilde{P}_r &= \tilde{P}_t \\ \tilde{V}_r + \tilde{V}_t &= \tilde{V}_i\end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}\tilde{P}_t &\approx 0 \\ \tilde{V}_t &\approx 2\tilde{V}_i\end{aligned}$$

Il s'agit cette fois-ci des conditions d'une surface molle. La pression transmise dans la région $x = 0$ est nulle, associée à une vitesse transmise deux fois plus importante que celle incidente. Il n'y a toujours pas de propagation dans l'eau de l'onde incidente.

Milieux d'impédances spécifiques identiques

Considérons deux milieux dont les masses volumiques et les célérités sont différentes avec cependant des impédances spécifiques identiques, $\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2$. Cette particularité entraîne

$$R_I = 0 \quad \text{et} \quad T_I = 1$$

L'énergie est donc encore totalement transmise. L'onde se comporte alors comme si l'interface n'existait pas. On parlera d'impédance adaptée.

6.2.2 Isolation acoustique - Loi de masse

Lors de l'élaboration de lieux de spectacles et de concerts, l'acousticien s'intéresse essentiellement à deux points importants : le traitement acoustique et l'isolation acoustique. Le premier vise à donner à la pièce une couleur et une ambiance acoustique agréable d'une part mais surtout adéquate à la musique que va accueillir cette pièce. Pour cela, il pourra jouer sur les dimensions et la forme de la pièce (Cf. §5.1.1) ainsi que sur les matériaux. Cette étape a donc pour but de traiter acoustiquement l'intérieur de la pièce alors que l'isolation acoustique s'intéresse elle à la transmission de l'énergie acoustique à travers la paroi d'une pièce qui constitue ces murs.

Nous allons examiner le cas de l'isolation acoustique dans le but de mettre en place une formulation de l'énergie transmise à travers une couche en fonction des propriétés des deux milieux. Considérons pour cela une couche rigide (milieu 2) d'épaisseur L immergée dans un milieu 1 (Fig. 6.2). La démarche est la suivante : (1) les conditions aux limites sur la première frontière $x = 0$ permettra d'écrire le coefficient de réflexion en ce point ; (2) les conditions limites en $x = L$, en plus de la première relation, seront utilisées pour atteindre la formulation souhaitée.

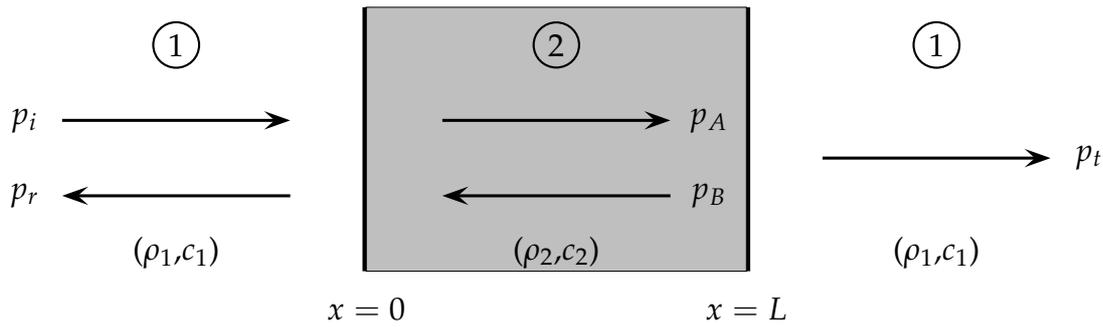


FIGURE 6.2 Système d'ondes réfléchies et transmises à travers une couche.

Application des conditions aux limites en $x = 0$

Ces conditions de pression et de vitesse permettent de formuler le coefficient de réflexion en pression

$$\tilde{R} = \frac{r \left(\tilde{P}_A + \tilde{P}_B \right) - \left(\tilde{P}_A - \tilde{P}_B \right)}{r \left(\tilde{P}_A + \tilde{P}_B \right) + \left(\tilde{P}_A - \tilde{P}_B \right)} \quad (6.11)$$

en posant $r = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}$, \tilde{P}_A et \tilde{P}_B étant les amplitudes des ondes incidentes et réfléchies dans le milieu 2. Cette expression n'est évidemment pas suffisante car des pressions interviennent encore. Nous allons utiliser les conditions aux limites en $x = L$ pour ne plus les faire intervenir.

Application des conditions aux limites en $x = L$

Les conditions de pression et de vitesse en ce point entraînent

$$\frac{\tilde{P}_A e^{-jk_2 L} + \tilde{P}_B e^{jk_2 L}}{\tilde{P}_A e^{-jk_2 L} - \tilde{P}_B e^{jk_2 L}} = \frac{1}{r} \quad (6.12)$$

Nous voyons maintenant que cette expression ainsi que celle écrite plus haut, une fois combinées, permet de ne plus faire apparaître les pressions dans le milieu 2.

Coefficient de réflexion en $x = 0$

Le coefficient de réflexion en pression peut être exprimé à partir des propriétés des milieux 1 et 2, de la distance de séparation des deux interfaces, et du vecteur d'onde en décomposant le terme exponentiel d'une part (i.e. $e^{\pm jk_2 L} = \cos k_2 L \pm j \sin k_2 L$), et utilisation la condition (6.11). Il vient après calcul :

$$\tilde{R} = \frac{-j(1 - r^2) \sin k_2 L}{2r \cos k_2 L + j(1 + r^2) \sin k_2 L} \quad (6.13)$$

Cette formulation ne fait intervenir, comme nous le souhaitions, que des propriétés des deux milieux ainsi que l'épaisseur du milieu 2.

Coefficient de réflexion en intensité en $x = 0$

Le coefficient de transmission en intensité s'écrit dès lors

$$T_I = \frac{4}{4 + \left(\frac{1}{r} + r\right)^2 \sin^2 k_2 L} \quad (6.14)$$

Cette relation est rarement utilisée sous cette forme. En effet, lorsque l'on s'intéresse à l'affaiblissement acoustique d'une paroi, cette dernière a des propriétés physiques très différentes de celles de l'air (Tab. 6.4). Dans ce cas, nous avons $\rho_2 c_2 \gg \rho_1 c_1$, la relation suivante se simplifie alors :

$$T_I \approx \frac{4}{4 + r^2 \sin^2 k_2 L}$$

Tableau 6.2 Caractéristique du béton et de l'air.

	ρ (kg/m ³)	c (m/s)	ρc (Pa.s/m)
Air	1,21	340	$4,11 \times 10^2$
Béton courant	2000	3160	$6,32 \times 10^6$
Verre	2600	5500	$1,43 \times 10^7$

Si en plus, on considère le cas d'une onde ayant une longueur d'onde importante par rapport à l'épaisseur de la couche, on peut faire un développement limité sur le sinus. Il vient finalement :

$$T_I \approx \frac{4}{4 + (rk_2 L)^2} \quad (6.15)$$

On peut ensuite réarranger le dénominateur :

$$\begin{aligned} rk_2 L &= \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} \times \frac{\omega}{c_2} L \\ &= \frac{\rho_2 \omega L}{\rho_1 c_1} \\ &= \frac{m_s \omega}{\rho_1 c_1} \end{aligned}$$

avec $m_s = \rho_2 L$ la masse surfacique du matériau constituant la couche. On peut finalement écrire le coefficient de transmission en intensité pour un mur mince :

$$T_I = \frac{1}{1 + \left(\frac{m_s \omega}{2\rho_1 c_1}\right)^2} \quad (6.16)$$

Cette loi constitue la *loi de masse*. Elle est généralement utilisée sous forme de niveau (en dB) et est alors appelée *indice d'affaiblissement* (noté la plupart du temps R_a ou R). Après simplification des termes négligeables :

$$R_{a,0} = 10 \log \frac{1}{T_I} = 20 \log \left(\frac{m_s \omega}{2\rho_1 c_1} \right) \quad (6.17)$$

On peut modifier cette expression pour faire apparaître la fréquence, et regrouper les termes constants tel que $\rho_1 c_1 = 407$ rayls pour l'air à une température proche de 25°C . Il vient alors :

$$R_{a,0} = 20 \log (m_s \times f) - 42 \text{ dB} \quad (6.18)$$



D'après la loi de masse, nous remarquons que l'atténuation dépend de la fréquence. Lorsque la fréquence du son est doublée, l'indice d'affaiblissement théorique de la paroi augmente de 6 dB. Par exemple, si un mur à un "R" de 40 dB à 500 Hz, il ne sera plus que de 34 dB à 250 Hz, 28 dB à 125 Hz mais de 46 dB à 1000 Hz et de 52 dB à 2000 Hz. Il est donc bien plus facile d'obtenir un bon isolement pour les fréquences aiguës que pour les fréquences graves. Les voisins seront d'accord...

Exemple : considérons une onde plane de fréquence égale à 500 Hz impactant un mur de béton d'épaisseur 20 cm. Quelle devrait être l'épaisseur d'un verre utilisé à la place du béton pour obtenir les mêmes performances ?

Réponse : la masse surfacique d'un béton ayant pour épaisseur 20 cm vaut 400 kg/m^2 . À la fréquence de 500 Hz, l'indice d'affaiblissement vaut 64 dB d'après la relation (6.17). Cette même relation peut être utilisée pour obtenir dans une deuxième étape l'épaisseur du verre. Ainsi, les différentes étapes sont :

$$\frac{m_s \omega}{2\rho_1 c_1} = 1585 \quad ; \quad m_s = 420 \text{ kg/m}^2 \quad ; \quad L = 16 \text{ cm}$$

Une épaisseur plus faible de 16 cm suffisent donc à atteindre la même atténuation de bruit à 500 Hz que 20 cm de béton. N'oublions pas tout de même que le verre n'a pas les mêmes propriétés mécaniques que le béton.

On note donc d'après ce qui a été dit jusqu'à présent qu'une épaisseur importante de masse est nécessaire pour une bonne isolation d'une pièce. Pour ces raisons, des parois doubles constituées de deux éléments (plaque de plâtre le plus souvent) séparés par un absorbant (laine minérale par exemple) ou de l'air sont souvent utilisées. c'est le système "masse-ressort-masse" (plâtre/air ou laine minérale/plâtre). Les propriétés acoustiques d'une telle paroi sont bien plus intéressantes que celles d'une paroi simple de même masse surfacique. Le tableau 6.3 illustre ces propos.

Loi de masse en incidence oblique

Le propos précédent repose sur une incidence nulle des ondes sur les interfaces. Dans le cas réel, tel qu'une source sonore placée dans une pièce, il n'en est rien, et

Tableau 6.3 Indice d'affaiblissement pour plusieurs cloisons classiques.

Type de cloison	R_a (dB)
Carreaux de plâtre ou 2 plaques de BA13 avec réseau cartonné	30 dB
2 plaques de plâtre BA13 sur ossature métallique	35 dB
2 plaques de BA13 sur ossature métallique + 50 mm de laine de roche	40 dB
2 x 2 plaques de BA13 sur ossature métallique + 50 mm de laine de roche	45 dB

l'angle d'incidence peut évoluer entre 0 et 90°. Dans ce champ diffus, il est généralement admis des angles d'incidence compris entre 0 et 72°. De ce fait, l'indice d'affaiblissement :

$$R_a = R_{a,0} - 5 \text{ dB}$$

soit

$$R_{a,0} = 20 \log(m_s \times f) - 47 \text{ dB} \quad (6.19)$$

La courbe des indices d'affaiblissement pour des ondes obliques est donc décalée de -5 dB de celle concernant les ondes à incidence nulle.

6.3 Transmission d'un milieu à un autre en incidence oblique

L'exercice [E20] propose de résoudre cette configuration en détaillant les étapes.

Supposons cette fois l'onde incidente comme étant caractérisée par un angle θ_i par rapport à la normale de la frontière, située à $x = 0$, les ondes réfléchie et transmise seront donc à leur tour caractérisées par des angles θ_r et θ_t (Fig. 6.3), et des vecteurs d'onde $\vec{k}_i = k_1 \vec{e}_i$, $\vec{k}_r = k_1 \vec{e}_r$, et $\vec{k}_t = k_2 \vec{e}_t$ caractérisant leur direction de propagation.

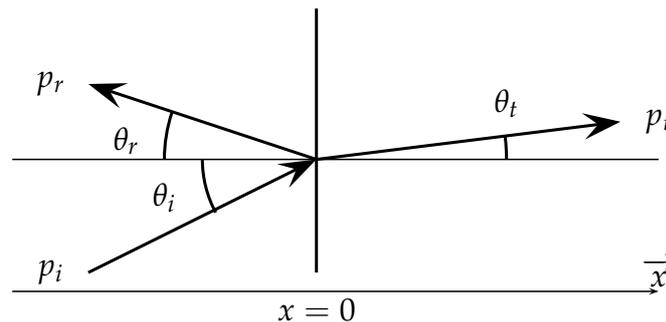


FIGURE 6.3 Réflexion et transmission d'une onde plane en incidence oblique sur une frontière plane séparant deux fluides.

Les pressions de chacune de ces ondes s'écrivent alors :

$$\tilde{p}_i(x, y; t) = \tilde{P}_i e^{j(\omega t - k_1 x \cos \theta_i - k_1 y \sin \theta_i)} \quad (6.20)$$

$$\tilde{p}_r(x, y; t) = \tilde{P}_r e^{j(\omega t + k_1 x \cos \theta_r - k_1 y \sin \theta_r)} \quad (6.21)$$

$$\tilde{p}_t(x, y; t) = \tilde{P}_t e^{j(\omega t - k_2 x \cos \theta_t - k_2 y \sin \theta_t)} \quad (6.22)$$

L'application de la continuité de la pression sur la frontière ($x = 0$) donne :

$$\tilde{P}_i e^{-jk_1 y \sin \theta_i} + \tilde{P}_r e^{-jk_1 y \sin \theta_r} = \tilde{P}_t e^{-jk_2 y \sin \theta_t} \quad (6.23)$$

Cette expression doit être vérifiée quelle que soit y , les termes de phase doivent dans ce cas être égaux :

$$k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t$$

On peut alors écrire les lois de Snell²-Descartes³ :

$$\sin \theta_i = \sin \theta_r \quad (6.24)$$

$$\frac{\sin \theta_i}{c_1} = \frac{\sin \theta_t}{c_2} \quad (6.25)$$

La présence du sinus en lieu et place d'un cosinus provient de la convention angulaire appliquée ici. Ces lois sont évidemment similaires à celles décrivant la propagation lumineuse à travers une interface, on utilisera dans ce cas l'indice de réfraction.

L'application de la continuité de la composante normale de la vitesse acoustique donne quant à elle :

$$\tilde{V}_i \vec{e}_i \cdot \vec{x} + \tilde{V}_r \vec{e}_r \cdot \vec{x} = \tilde{V}_t \vec{e}_t \cdot \vec{x}$$

qui à partir des relations entre la pression acoustique et la vitesse acoustique, et en tenant compte de l'égalité des termes de phase, devient :

$$\tilde{P}_i - \tilde{P}_r = \frac{\rho_1 c_1 \cos \theta_t}{\rho_2 c_2 \cos \theta_i} \tilde{P}_t \quad (6.26)$$

Finalement le rapport des conditions sur la frontière en pression et en vitesse (Eqs. 6.23 et 6.26) entraîne :

$$\frac{\tilde{P}_i + \tilde{P}_r}{\tilde{P}_i - \tilde{P}_r} = \frac{\rho_2 c_2 \cos \theta_i}{\rho_1 c_1 \cos \theta_t}$$

Le membre de gauche peut être développé de telle sorte à faire apparaître le coefficient de réflexion en pression :

$$\frac{1 + \tilde{R}}{1 - \tilde{R}} = \frac{\rho_2 c_2 \cos \theta_i}{\rho_1 c_1 \cos \theta_t}$$

d'où la relation finale :

2. Willebrord Snell, mathématicien allemand (1591-1626). Il travailla sur les lois de la réfraction des ondes. Bien que son nom soit attaché à ce phénomène, les lois de la réfraction furent étudiées en premier par Pythagore et publiées en premier par Descartes.

3. René Descartes, philosophe et scientifique français (1596-1650), il fut entre autre le premier à utiliser une représentation graphique permettant une interprétation géométrique des fonctions analytiques mathématiques. Il donna son nom aux coordonnées cartésiennes.

$$\tilde{R} = \frac{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} - \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i}}{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} + \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i}} \quad (6.27)$$

L'expression (6.27) est connue sous le nom de *coefficient de réflexion de Rayleigh*. Il dépend des impédances spécifiques de chacun des fluides et de l'angle d'incidence.

6.3.1 Angle critique

D'après l'expression de la pression transmise, la propagation selon x est conditionnée par la valeur de $\cos \theta_t$. Celle-ci dépend de l'angle d'incidence, et des célérités des deux milieux, d'après la relation de Snell-Descartes. Selon les valeurs de ces paramètres, $\cos \theta_t$ devient réel ou imaginaire pur. Ceci aura une influence sur le type de propagation dans le deuxième milieu. Afin de mieux comprendre l'influence de ces paramètres, nous allons exprimer la quantité $\cos \theta_t$. D'après la deuxième loi de Snell-Descartes, il vient :

$$\cos \theta_t = \left[1 - \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \sin^2 \theta_i \right]^{1/2} \quad (6.28)$$

qui reste réel tant que le terme entre crochet reste positif. Dans les cas pour lesquels $c_2 > c_1$, il existe alors un angle critique, θ_c , défini par :

$$1 - \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \sin^2 \theta_i = 0 \quad \text{ou} \quad \boxed{\sin \theta_c = \frac{c_1}{c_2}}$$

au-delà duquel $\cos \theta_t$ devient imaginaire pur.

Examinons tous les cas possibles rassemblés sur les figures 6.5 et 6.6 :

1. $c_1 > c_2$: $\cos \theta_t$ est réel, et d'après (6.25), l'angle de transmission est plus faible et il n'existe pas d'angle critique (Fig. 6.5). On remarque d'autre part que pour incidence s'approchant de 90° , $\cos \theta_i$ tend vers 0, et le coefficient de réflexion vaut alors à peu près -1 , la réflexion est totale ;
2. $c_2 > c_1$ et $\theta_i < \theta_c$: $\cos \theta_t$ est toujours réel, mais d'après l'équation (6.25), l'angle de transmission est cette fois-ci plus élevé (Figure 6.5 pour des angles d'incidence inférieurs à $65,6^\circ$) ;
3. $c_2 > c_1$ et $\theta_i > \theta_c$: le terme entre crochets de l'expression (6.28) est négatif, et $\cos \theta_t$ devient imaginaire pur :

$$\cos \theta_t = \pm j \left[\left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \sin^2 \theta_i - 1 \right]^{1/2}$$

Le terme faisant intervenir l'angle θ_t dans l'équation (6.22) est donc de la forme :

$$-jk_2x \cos \theta_t = \pm k_2x \left[\left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \sin^2 \theta_i - 1 \right]^{\frac{1}{2}} = \pm \gamma x$$

avec $\gamma > 0$, d'où l'expression de la pression transmise :

$$\tilde{p}_t = \tilde{P}_t e^{\pm \gamma x} e^{j(\omega t - k_2 y \sin \theta_t)}$$

La solution en "+" n'est pas satisfaisante car elle conduit à une augmentation exponentielle de l'amplitude de la pression. La solution retenue est alors de la forme

$$\tilde{p}_t = \tilde{P}_t e^{-\gamma x} e^{j(\omega t - k_2 y \sin \theta_t)}$$

Ainsi l'onde se propage parallèlement à l'interface (selon l'axe y) et subit une forte décroissance en s'éloignant de l'interface. Il s'agit d'une *onde évanescente* (Fig. 6.4 et Fig. 6.5 pour des angles d'incidence supérieurs à $65,6^\circ$).

De ce fait, le numérateur du coefficient de réflexion est le conjugué du dénominateur. Ces deux termes ont donc la même amplitude (la réflexion est totale) mais sont en opposition de phase.

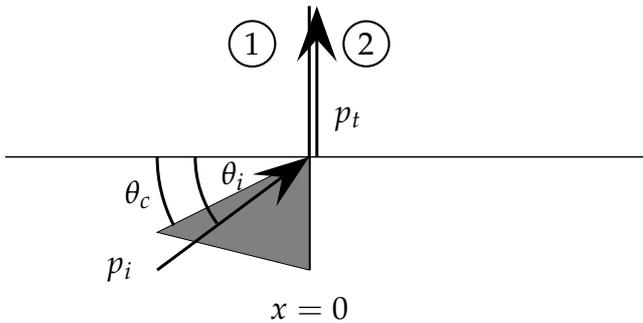


FIGURE 6.4 Conséquence d'une incidence au-delà de l'angle critique.

6.3.2 Angle de Brewster

Considérons maintenant le cas pour lequel $\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} = \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i}$, le coefficient de réflexion, \tilde{R} devient nul, et la transmission est totale. Il existe donc un angle, appelé *angle de Brewster* et noté $\theta_{i,0}$, pour lequel toute l'énergie est transmise sans aucune réflexion défini tel que

$$\cos \theta_{i,0} = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} \cos \theta_{t,0}$$

Il faut maintenant proposer une formulation de cet angle à partir (uniquement) des propriétés des deux milieux. Utilisons pour cela la loi de Snell-Descartes (6.25) :

$$\begin{aligned}
 \sin^2\theta_{i,o} &= \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 \sin^2\theta_{t,o} \\
 &= \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 [1 - \cos^2\theta_{t,o}] \\
 &= \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}\right)^2 \cos^2\theta_{i,o}\right] \\
 &= \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}\right)^2 (1 - \sin^2\theta_{i,o})\right]
 \end{aligned}$$

On peut ainsi à partir de cette relation écrire l'expression de l'angle $\theta_{i,o}$:

$$\sin^2\theta_{i,o} = \frac{1 - \left(\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}\right)^2}{\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 - \left(\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}\right)^2} \quad (6.29)$$

Cet angle existe dans deux cas : (1) $\rho_1 c_1 < \rho_2 c_2$ et $c_2 < c_1$, ou (2) $\rho_1 c_1 > \rho_2 c_2$ et $c_2 > c_1$. Dans la deuxième configuration, il existe en plus un angle critique, plus grand que l'angle de Brewster.

6.4 Impédance acoustique de paroi

Nous avons considéré jusqu'à présent un milieu 2 caractérisé par une impédance spécifique réelle et permettant la propagation d'une onde (transmise) libre de se propager sans atténuation. Lorsque ce milieu est cette fois-ci une paroi constituée d'un absorbant, une partie de l'onde incidente est réfléchiée mais l'autre partie transmise au matériau est absorbée au cours de sa propagation. On cherchera alors, non pas à étudier la propagation de cette onde dans le matériau, mais à étudier l'influence de l'interface par l'introduction de son impédance. Cette dernière doit nécessairement caractériser les propriétés d'absorption de la paroi.

Cette partie intéresse grandement les acousticiens du bâtiment. En effet, une pièce présentant une réverbération importante (ce qui est le cas d'une pièce vide en béton) pourra être améliorée en utilisant des matériaux absorbant en surface dans le but d'atténuer la trop grande part de réflexion. Ainsi l'impédance de paroi est fortement lié à l'étude du champ sonore dans une pièce sans se préoccuper de la part transmise à l'extérieur. Elle sera donc utile lors de traitement acoustique, plus que dans le cas d'isolation acoustique.

Nous traiterons ici le cas des matériaux à **réaction localisée** pour lesquels les ondes transmises ne peuvent se propager que dans la direction normale à l'interface. Cette

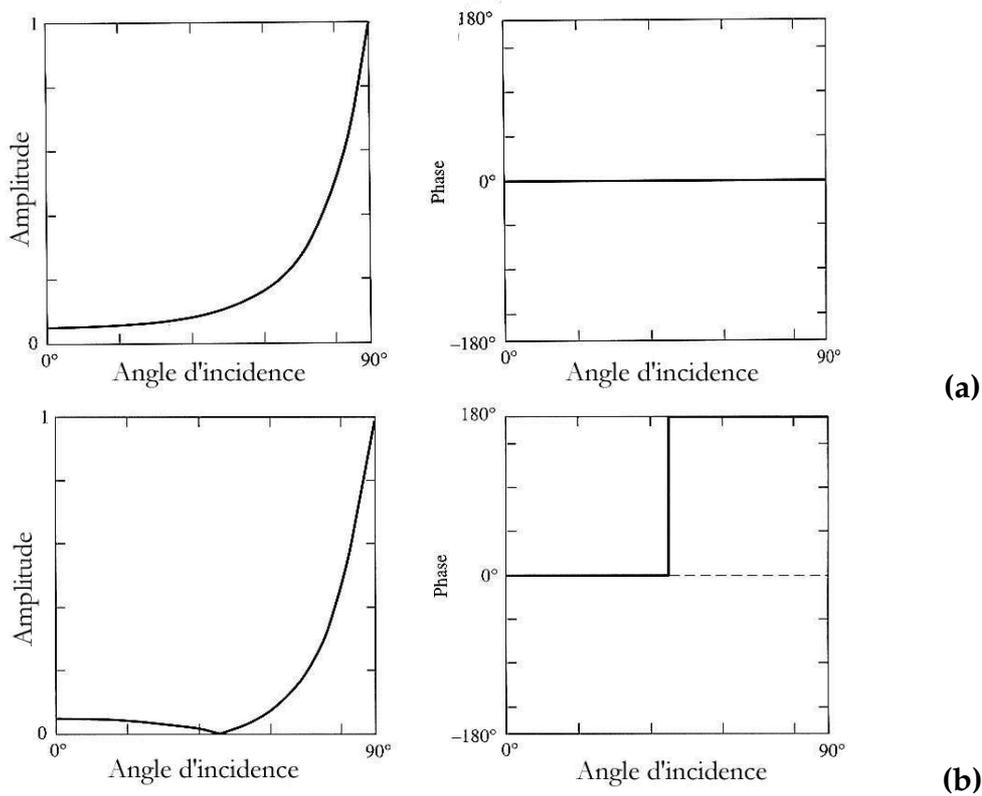


FIGURE 6.5 Amplitude et phase du coefficient de réflexion $\frac{c_2}{c_1} = 0,9$. (a), $\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} = 0,9$; (b) $\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} = 1,1$. On note la présence de l'angle de Brewster à $46,4^\circ$ dans le cas b. D'après Kinsler [20].

restriction a pour avantage de travailler sur des formalismes très simples. Certains matériaux absorbants possèdent cette propriétés, alors que les mousses ou laines de verre n'entrent pas dans cette catégorie de matériau. Une propagation transverse reste alors possible. Néanmoins si l'incidence des ondes est normale ou proche, la propagation se fait principalement selon la normale, et l'hypothèse d'un matériau à réaction localisée est légitime. Nous nous placerons dans ce cas dans la suite du document.

6.4.1 Définition

La configuration de notre problème à traiter est représentée sur la figure 6.7.

L'impédance acoustique de paroi, notée Z , est définie par le rapport de la pression acoustique et de la composante normale à l'interface de la vitesse acoustique :

$$Z = \left. \frac{p}{u} \right|_{\text{paroi}} \tag{6.30}$$

avec $u = \vec{V} \cdot \vec{n}$, et son unité est le Rayleigh⁴. L'impédance est écrite de façon générale :

$$\tilde{Z} = r + jx$$

4. John William Strutt Rayleigh, physicien anglais (1842-1919). Il mit en évidence la diffraction de la lumière en fonction de sa longueur d'onde. Il développa d'autre part une équation décrivant la distribution de longueur d'onde dans le rayonnement d'un corps noir, appliqué uniquement aux grandes longueurs d'onde. Rayleigh Rayleigh reçut le prix Nobel en 1904 en physique.

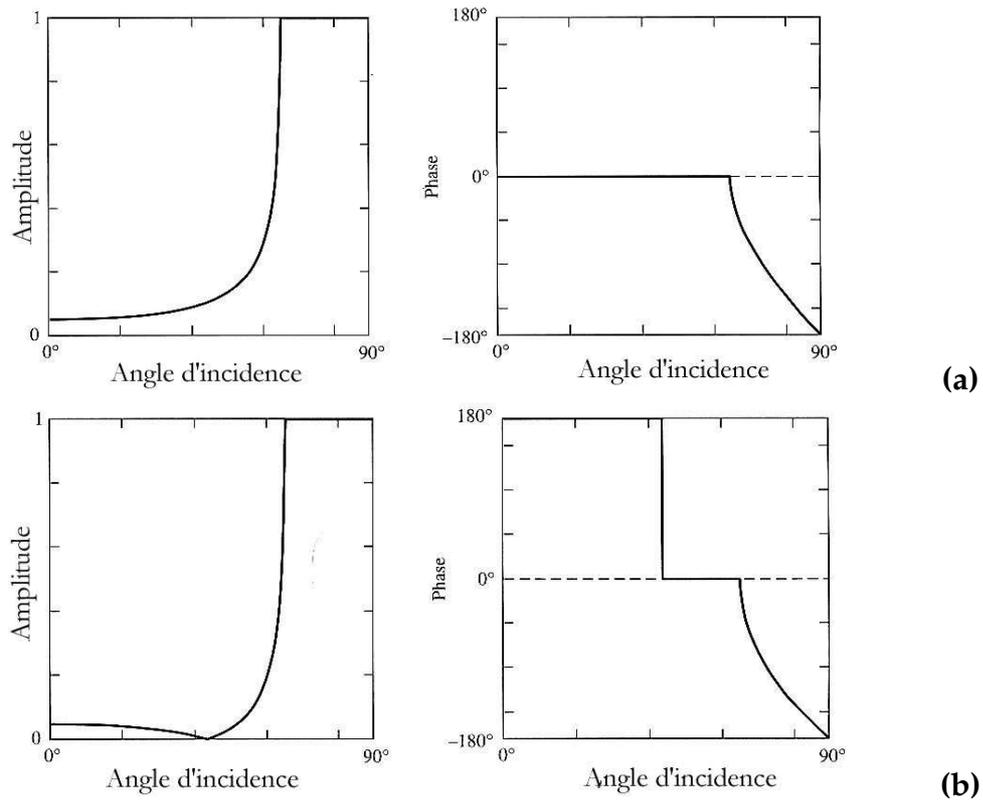


FIGURE 6.6 Amplitude et phase du coefficient de réflexion $\frac{c_2}{c_1} = 1, 1$. (a), $\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} = 1, 1$; (b) $\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} = 0, 9$. On note la présence de l'angle critique à $65,5^\circ$ dans les deux cas, et l'angle de Brewster à $43,2^\circ$ dans le cas b. D'après Kinsler [20].

où r et x sont respectivement la résistance et la réactance. L'inverse de l'impédance est l'admittance $\tilde{Y} = 1/\tilde{Z}$.

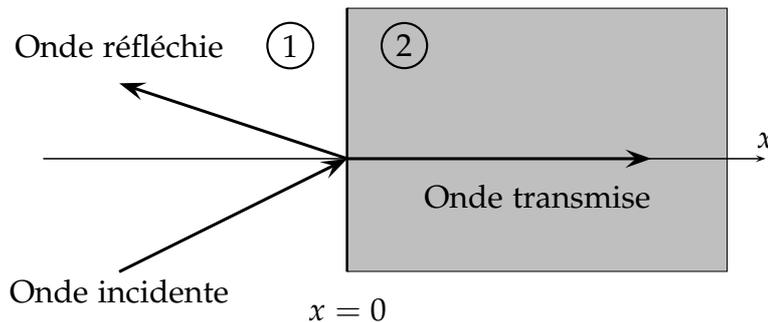


FIGURE 6.7 Configuration pour l'étude de l'impédance de paroi.

Il existe quelques cas particuliers d'impédance de paroi : (1) la paroi parfaitement rigide pour laquelle la vitesse normale est nulle à la paroi (ce qui n'est pas le cas de la pression), l'impédance tendant alors vers l'infini, (2) la paroi parfaitement molle pour laquelle la pression est cette fois nulle à la paroi, la vitesse acoustique ne l'étant pas. Dans ce cas, l'impédance est nulle. (3) la paroi adaptée réalisée pour $Z = \rho_0 c$. L'onde se propage alors comme s'il n'y avait pas d'interface.

6.4.2 Impédance de paroi et coefficient de réflexion

Comme nous l'avons dit dans l'introduction, l'étude de l'impédance de paroi nous oblige à ne pas nous intéresser à la partie transmise. La démarche habituelle, consistant à écrire les conditions de pression et de vitesse à l'interface, ne peut donc pas être adoptée. Nous écrirons ici les pressions et vitesses en tout point x du milieu 1 en considérant les parties réfléchies par la présence du coefficient de réflexion. Le rapport des deux paramètres ramenés en $x = 0$ nous permettra finalement d'atteindre une expression de l'impédance en fonction du coefficient de réflexion.

Plaçons-nous en un point M du milieu 1 (on n'utilisera pas d'indice, seul ce milieu étant considéré), la pression en ce point est alors composée d'une partie incidente et d'une autre partie réfléchie :

$$\begin{aligned}\tilde{p}(x, t) &= \tilde{p}_i(x, t) + \tilde{p}_r(x, t) \\ &= \tilde{P}_i e^{j(\omega t - kx)} + \tilde{P}_r e^{j(\omega t + kx)}\end{aligned}$$

En introduisant le coefficient de réflexion en $x = 0$, $\tilde{R} = \tilde{P}_r / \tilde{P}_i$, il vient :

$$\tilde{p}(x, t) = \tilde{P}_i \left(e^{-jkx} + \tilde{R} e^{jkx} \right) e^{j\omega t}$$

La vitesse acoustique en ce même point x vaut :

$$\begin{aligned}\tilde{u}(x, t) &= \tilde{u}_i(x, t) + \tilde{u}_r(x, t) \\ &= \frac{\tilde{p}_i(x, t)}{\rho c} - \frac{\tilde{p}_r(x, t)}{\rho c} \\ &= \frac{\tilde{P}_i}{\rho c} \left(e^{-jkx} - \tilde{R} e^{jkx} \right) e^{j\omega t}\end{aligned}$$

En effectuant le rapport de la pression et de la vitesse ainsi obtenues, il vient :

$$\frac{\tilde{p}}{\tilde{u}} = \rho c \frac{e^{-jkx} + \tilde{R} e^{jkx}}{e^{-jkx} - \tilde{R} e^{jkx}}$$

Finalement l'impédance de paroi est retrouvée en $x = 0$:

$$\tilde{Z} = \rho c \frac{1 + \tilde{R}}{1 - \tilde{R}} \quad \text{ou} \quad \frac{\tilde{Z}}{\rho c} = \frac{1 + \tilde{R}}{1 - \tilde{R}} \quad (6.31)$$

Le rapport $\tilde{Z} / \rho c$ est appelé *impédance diminuée*. De même, on peut écrire le coefficient de réflexion en fonction des autres paramètres :

$$\tilde{R} = \frac{\frac{\tilde{Z}}{\rho c} - 1}{\frac{\tilde{Z}}{\rho c} + 1} = \frac{\tilde{Z} - \rho c}{\tilde{Z} + \rho c}$$

On peut encore une fois considérer les cas particuliers d'impédance de paroi :

(1) la paroi parfaitement rigide pour laquelle une vitesse normale nulle à la paroi entraîne un coefficient de réflexion en pression ayant une norme égal à 1 et une phase nulle. De ce fait, les ondes incidente et réfléchie ont même amplitude et sont en phase.

(2) la paroi parfaitement molle caractérisée par une pression acoustique nulle en paroi entraînant cette fois un coefficient de réflexion valant -1 , sa norme vaut un et sa phase vaut π . Les ondes incidente et réfléchie sont ainsi de même norme mais en opposition de phase.

(3) la paroi adaptée réalisée pour $Z = \rho_0 c$ entraînant un coefficient de réflexion nul. L'énergie incidente est alors finalement absorbée par la paroi.



Dans le cas d'une incidence oblique, tout en maintenant l'hypothèse d'un matériau à réaction localisée, il vient en posant $\theta_i = \theta$:

$$\frac{Z}{\rho c} \cos \theta = \frac{1 + \tilde{R}}{1 - \tilde{R}} \quad \text{et} \quad \tilde{R} = \frac{\frac{\tilde{Z}}{\rho c} \cos \theta - 1}{\frac{\tilde{Z}}{\rho c} \cos \theta + 1}$$

6.4.3 Impédance de paroi et coefficient d'absorption

Nous l'avons dit plus haut, l'étude de l'impédance de paroi est directement liée à l'étude du champ acoustique d'une pièce sans s'intéresser réellement à l'impact sur l'extérieur. De ce fait, toute l'énergie transmise à la paroi est dite absorbée (même si une partie de cette onde transmise existe après avoir franchi la paroi). L'absorption correspond alors à la partie transmise plus haut et sera caractérisée par un coefficient d'absorption, rapport des intensités absorbée (i.e. transmise et dissipée dans le matériau) et incidente :

$$\alpha = \frac{\bar{I}_a}{\bar{I}_i} = 1 - R_I \quad (6.32)$$

La mesure du coefficient est effectuée soit dans une salle réverbérante en profitant d'un champ sonore diffus (Fig. 8.17), soit à l'aide de la méthode du tube de Kundt utilisant elle l'incidence normale d'ondes planes (§7.4).

6.5 Exercices

[E20] Transmission oblique d'une onde acoustique

On considère une onde plane incidente caractérisée par un angle θ_i par rapport à la frontière située à $x = 0$. Les ondes réfléchie et transmise sont caractérisées par des angles respectifs θ_r et θ_t (Fig. 6.8). Les vecteurs d'onde de ces trois ondes sont $\vec{k}_i = k_1 \vec{e}_i$, $\vec{k}_r = k_1 \vec{e}_r$, et $\vec{k}_t = k_2 \vec{e}_t$ caractérisant leur direction de propagation. La

pression acoustique sera écrite de la façon classique :

$$\tilde{p}_m = \tilde{P}_m e^{j(\omega t - \vec{k}_n \cdot \vec{OM})}$$

avec $m = \{i, r, t\}$ et $n = \{1, 2\}$.

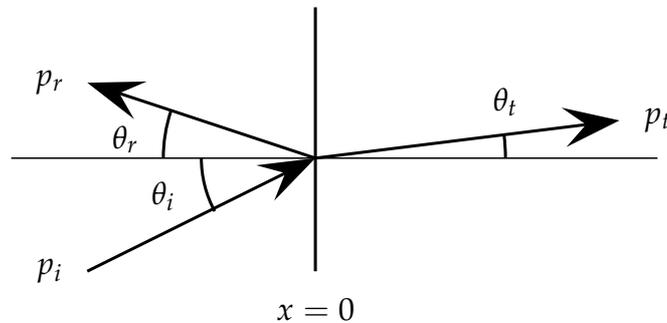


FIGURE 6.8 Réflexion et transmission d'une onde plane en incidence oblique sur une frontière plane séparant deux fluides.

[1.] Donnez les expressions des trois pressions acoustiques en fonction de leur angle θ_m .

[2.] Appliquez les conditions de pression à la frontière, et proposez les lois de Snell-Descartes dictant les propriétés entre les angles du problème.

[3.] Appliquez les conditions de vitesse à la frontière, et proposez une expression du coefficient de réflexion en pression.

[4.] Exprimez $\cos \theta_t$ en fonction de $\sin \theta_i$, et donnez la formulation d'un angle critique issu de cette expression.

[5.] Dans le cas où $c_2 > c_1$, étudiez l'influence de l'angle d'incidence par rapport à l'angle critique sur les propriétés géométriques de l'onde transmise.

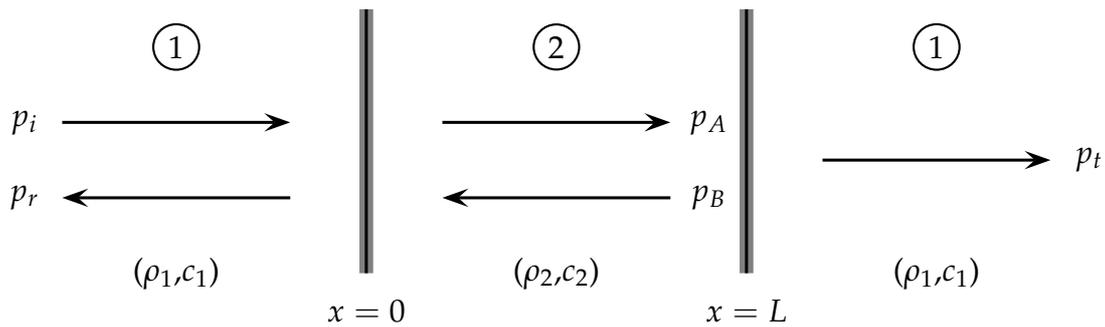
[6.] Examinez le cas particulier pour lequel la transmission est totale. Vous proposerez alors une expression de l'angle d'incidence (de Brewster) pour lequel ceci est réalisé.

[E21] Formulation de la loi de masse

Considérons une couche rigide (milieu 2) d'épaisseur L immergée dans un milieu 1. Le but du problème est d'une part d'exprimer le coefficient de transmission en intensité T_I , et d'autre part de présenter l'indice d'affaiblissement d'une paroi R_a .

[1.] Donner l'expression des pressions acoustiques $\tilde{p}_i, \tilde{p}_r, \tilde{p}_A, \tilde{p}_B$, et \tilde{p}_t . On notera respectivement $\tilde{P}_i, \tilde{P}_r, \tilde{P}_A, \tilde{P}_B$, et \tilde{P}_t les amplitudes de fluctuation de pression, $k_1 = \omega/c_1$ et $k_2 = \omega/c_2$ les nombres d'ondes ;

[2.] Ecrire les conditions de raccordement en $x = 0$. En déduire une relation entre le



coefficient de réflexion en pression, \widetilde{P}_A , \widetilde{P}_B , ρ_1 , c_1 , ρ_2 , et c_2 . Pour la suite, on posera $r = \rho_2 c_2 / \rho_1 c_1$.

[3.] Ecrire les conditions de raccordement en $x = L$;

[4.] Utiliser les réponses des deux questions précédentes pour donner une formulation du coefficient de réflexion en pression uniquement en fonction des propriétés des deux milieux, et de l'épaisseur L . On utilisera la décomposition $e^{\pm jkx} = \cos kx \pm j \sin kx$. En déduire le coefficient de transmission en intensité;

[5.] Que devient cette expression si le milieu 1 est de l'air et le milieu 2 un matériau dense (Tableau 6.4)? Simplifiez encore cette expression si la couche est considérée comme étant mince par rapport à la longueur d'onde.

Tableau 6.4 Caractéristique du béton et de l'air.

	ρ (kg/m ³)	c (m/s)	ρc (Pa.s/m)
Air	1,21	340	$4,11 \times 10^2$
Béton courant	2000	3160	$6,32 \times 10^6$
Verre	2600	5500	$1,43 \times 10^7$

[6.] Proposez une formulation de l'indice d'affaiblissement tel que $R_a = 10 \log \frac{1}{T_I}$ en fonction des paramètres du problème.

Tubes, résonateurs, et filtres

Le comportement du son dans une conduite diffère totalement de celui dans un milieu ouvert. En effet, le comportement sonore dépend de la source, de la longueur de la conduite, l'évolution de la section de passage de l'onde, de la présence ou non de perforations et des conditions limites au niveau de la terminaison. Les applications concernent par exemple l'identification des propriétés d'absorption et de réflexion de matériaux, la prédiction d'instruments à vent et la détermination du design de conduites d'aération. Dans le cas de propagation d'ondes dans des conduites, on privilégie la notion de *débit acoustique* au lieu de vitesse acoustique. On le note u et il est défini tel que

$$u(x, t) = S \times V(x, t)$$

avec S la section de la conduite. De même, on introduit l'impédance caractéristique du conduit, Z_c , tel que

$$Z_c = \frac{\rho_0 c}{S}.$$

Les variables acoustiques sont donc la pression acoustique et le débit acoustique, respectivement p et u . L'impédance, en un point défini par une localisation x dans le conduit, est donnée par l'expression :

$$Z(x) = \frac{p(x)}{u(x)}$$

7.1 Résonance dans les tubes

Nous nous placerons pour cette étude dans le cas pour lequel la longueur d'onde est suffisamment grande pour que l'on puisse considérer une propagation d'ondes planes uniquement. Dans ce cas, les fréquences impliquées dans le reste du chapitre restent inférieures à la fréquence de coupure du premier mode transverse.

7.1.1 Impédance ramenée

Considérons la conduite de la figure 7.1 ayant à une extrémité ($x = 0$) un piston vibrant, et à une autre ($x = L$) une terminaison caractérisée par une impédance complexe $\tilde{Z}(L)$.

En réutilisant les notations des ondes incidente et réfléchie utilisées plus haut, la pression acoustique et le débit acoustique vaut respectivement en tout point x du tube :

$$\begin{aligned} \tilde{p}(x, t) &= \tilde{P}_i e^{j(\omega t - kx)} + \tilde{P}_r e^{j(\omega t + kx)} \\ \tilde{u}(x, t) &= \frac{\tilde{P}_i}{Z_c} e^{j(\omega t - kx)} - \frac{\tilde{P}_r}{Z_c} e^{j(\omega t + kx)} \end{aligned}$$

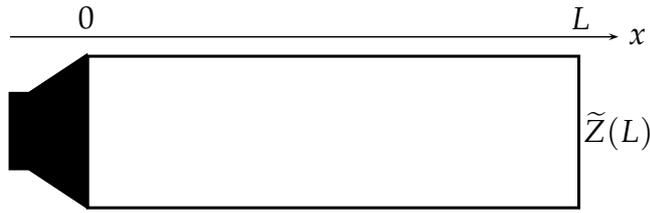


FIGURE 7.1 Tube de section constante sollicité par une source de type piston.

L'impédance en tout point x du tube vaut alors :

$$\tilde{Z}(x) = Z_c \frac{\tilde{P}_i e^{-jkx} + \tilde{P}_r e^{jkx}}{\tilde{P}_i e^{-jkx} - \tilde{P}_r e^{jkx}} \quad (7.1)$$

et les impédances en $x = 0$ et $x = L$ s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{Z}(0)}{Z_c} &= \frac{\tilde{P}_i + \tilde{P}_r}{\tilde{P}_i - \tilde{P}_r} \\ \frac{\tilde{Z}(L)}{Z_c} &= \frac{\tilde{P}_i e^{-jkL} + \tilde{P}_r e^{jkL}}{\tilde{P}_i e^{-jkL} - \tilde{P}_r e^{jkL}} \end{aligned}$$

L'impédance en $x = 0$ peut être exprimée en fonction de celle en $x = L$ en mettant en évidence le groupe de paramètres $(\tilde{P}_i + \tilde{P}_r)/(\tilde{P}_i - \tilde{P}_r)$ dans l'expression de $\tilde{Z}(L)$. On peut pour cela développer les termes exponentiels en fonction des cosinus et sinus (Cf. annexe A.1). Il vient finalement :

$$\frac{\tilde{Z}(L)}{Z_c} = \frac{\frac{\tilde{Z}(0)}{Z_c} - j \tan kL}{1 - j \frac{\tilde{Z}(0)}{Z_c} \tan kL}$$

que l'on peut réécrire de la façon suivante :

$$\frac{\tilde{Z}(0)}{Z_c} = \frac{\frac{\tilde{Z}(L)}{Z_c} + j \tan kL}{1 + j \frac{\tilde{Z}(L)}{Z_c} \tan kL} \quad (7.2)$$

Il s'agit là d'une relation entre le produit sans dimension kL et les deux impédances en deux points distincts ($x = 0$ et $x = L$). Dans la plupart des cas ces dernières sont connues et dépendent du type de condition limite (voir plus bas). La recherche des valeurs kL satisfaisant cette relation met alors en évidence des fréquences de résonances acoustiques dans le tube, comme cela avait été mis en évidence dans le cas des cavités rectangulaires. Nous allons considérer dans la suite deux types de conditions limites : (i) l'ouverture et (ii) la paroi rigide.



D'une façon généralisée, on peut écrire l'impédance ramenée à partir des impédances en deux points localisés aux positions x_1 et x_2 :

$$\frac{\tilde{Z}(x_1)}{Z_c} = \frac{\frac{\tilde{Z}(x_2)}{Z_c} + j \tan [k(x_2 - x_1)]}{1 + j \frac{\tilde{Z}(x_2)}{Z_c} \tan [k(x_2 - x_1)]}$$

7.1.2 Influence des impédances aux extrémités - mise en évidence des fréquences de résonance

La partie précédente a mis en évidence le lien entre les fréquences de résonance dans le tube (f), *via* le vecteur d'onde k (*i.e.* $k = 2\pi f/c$) et les impédances aux extrémités ($\tilde{Z}(0)$ et $\tilde{Z}(L)$). Nous considérons dans la suite deux extrémités différentes :

- la paroi rigide à laquelle adhèrent les particules fluides. La vitesse nulle entraîne alors une vitesse acoustique nulle aussi, ainsi $\tilde{Z} = \tilde{p}/\tilde{V} \rightarrow \infty$;
- l'ouverture pour laquelle nous ferons une hypothèse sur la pression acoustique assez éloignée de ce qui est observé réellement mais permettant de simplifier grandement l'approche analytique. Nous considérerons en effet que l'extrémité ouverte rayonne aucune bruit, *i.e.* $\tilde{p} = 0$ entraînant alors $\tilde{Z} = \tilde{p}/\tilde{V} = 0$. Ceci n'est pas vrai puisqu'une partie de l'énergie acoustique présente dans un tube s'échappe par ce type d'ouverture, il serait donc plus exacte d'appliquer une impédance de rayonnement (\tilde{Z}_r) dans cette région. Nous resterons tout de même sur cette première approche, $\tilde{Z} = 0$.

Paroi rigide en $x = L$

Comme il a été dit plus haut, la paroi rigide entraîne l'application d'une impédance infinie (*i.e.* $\tilde{Z}(L) \rightarrow \infty$) dès lors que la pression peut atteindre des valeurs non nulles. L'expression (7.2) se réduit donc à la relation :

$$\frac{\tilde{Z}(0)}{Z_c} = -j \cot kL$$

Les valeurs de kL sont imposées par la valeur de l'impédance $\tilde{Z}(0)$. Si celle-ci est infinie aussi (paroi rigide en $x = 0$), les valeurs de kL sont

$$k_n L = n\pi ; n = 1, 2, \dots \quad \text{ou} \quad f_n = n \frac{c}{2L} = n f_1$$

où f_1 correspond à la fréquence du mode fondamental, $f_1 = c/2L$. Nous retrouvons ici les mêmes résultats que ceux observés dans le cas de la cavité rectangulaire fermée (deux murs rigides en vis à vis). Le son est donc formé de la suite des harmoniques de la fondamentale (incluse).

Si maintenant, nous considérons une ouverture en $x = 0$, l'impédance en ce point est nulle ($\tilde{Z}(0) = 0$) et les valeurs de kL sont :

$$k_n L = (2n - 1) \frac{\pi}{2} ; \quad n = 1, 2, \dots \quad \text{ou} \quad f_n = (2n - 1) \frac{c}{4L} = (2n - 1) f_1$$

avec $f_1 = c/(4L)$. Cette fois-ci le son est uniquement formé des harmoniques **impaires** de la fondamentale f_1 .



Application : on souhaite évaluer la longueur d'un tube ouvert-fermé pour générer un son d'une fréquence égale à 440 Hz. On considérera le tube rempli d'air dont les propriétés physiques sont prises à 20°C (i.e. $c = 343$ m/s). D'après ce qu'il vient d'être dit la fréquence du mode fondamental s'écrit $f_1 = c/(4L)$, d'où $L = c/(4f_1) = 19,5$ cm. Cette longueur est deux fois plus faible que celle d'un tube ouvert-ouvert rayonnant à la même fréquence 440 Hz (voir plus bas).

Ouverture en $x = L$ (Application aux instruments de musique)

Nous allons appliquer le même raisonnement en considérant cette fois une ouverture en $x = L$, entraînant comme il a été dit précédemment une impédance nulle, $\tilde{Z}(L) = 0$. Il s'agit typiquement des cas d'instruments tels que la flûte et la clarinette. Dans le cas présenté dans ce paragraphe, il faut considérer tous les trous de l'instrument comme étant fermés. Nous verrons dans le paragraphe 7.2 l'importance des trous dans les réflexions et transmissions. À partir de ces considérations, la relation (7.2) devient

$$\frac{\tilde{Z}(0)}{Z_c} = j \tan kL$$

Pour la **flûte** (Fig. 7.2.a), l'impédance en 0 est aussi nulle (il s'agit d'une deuxième ouverture), les fréquences du jeu possibles sont obtenues pour :

$$k_n L = n\pi ; \quad n = 1, 2, \dots \quad \text{ou} \quad f_n = n \frac{c}{2L} = n f_1$$

La mesure de l'impédance d'entrée fait donc apparaître des multiples de la fondamentale $f_1 = c/2L$.

Pour la **clarinette** (Fig. 7.2.b), l'extrémité gauche correspondant à l'emplacement de l'anche qui vibre, celle-ci étant fermée la plupart du temps par la présence d'une surpression dans l'instrument. De ce fait, l'impédance en cet endroit tend vers l'infini, $\tilde{Z}(0) \rightarrow \infty$, les valeurs de kL sont telles que :

$$k_n L = (2n - 1) \frac{\pi}{2} ; \quad n = 1, 2, \dots \quad \text{ou} \quad f_n = (2n - 1) \frac{c}{4L} = (2n - 1) f_1$$

Le son de la clarinette est donc uniquement formé des harmoniques **impaires** de la fondamentale, $f_1 = c/4L$.



FIGURE 7.2 a, flûte (traversière); b, Clarinette.



Nous venons de voir que le type d'impédance aux extrémités d'un tube acoustique modifiait considérablement le spectre du son émis. On peut maintenant se poser la question suivante : par où le son sort-il ? La clarinette possède un pavillon évasé, et beaucoup pense que le son y trouve là un chemin de sortie. Cela est le cas pour des instruments tels que les cuivres, mais il n'en est rien pour les bois comme la clarinette. La présence des trous dans un tel instrument est utilisé pour raccourcir la longueur du tube, l'onde de pression générée au niveau de l'anche se retrouvant en effet réfléchi dès la rencontre du premier trou ouvert. C'est au niveau de ce premier trou que l'air sort, émettant ainsi le son désiré, mais cette fuite est relativement faible car de l'ordre de un pour cent au moins en énergie acoustique. Ceci a l'intérêt de ne pas trop perturber le va et vient des ondes acoustiques dans le tube. L'intensité du son à l'intérieur est donc très importante. Si nous pouvions y mettre l'oreille, le niveau sonore serait insupportable.



La composition spectrale -fondamentale et harmoniques- définit le timbre d'un son (d'un instrument) et donne une couleur propre à ce son. Celle-ci est aussi fortement dépendante de l'intensité respective des harmoniques. D'autre part, plus les fréquences de ces harmoniques sont proches des multiples entiers de la fréquence fondamentale, plus le son est pur ou harmonique (clavecin). Plus elles s'éloignent des multiples entiers, plus le son est inharmonique (piano, cloche). Notons d'autre part que la composition spectrale d'un instrument dépend aussi de l'attaque. Enfin, il semble que l'oreille soit plus sensible aux harmoniques impairs qu'aux harmoniques pairs [22].

7.2 Réflexion et transmission d'ondes dans les tubes

Nous avons vu dans le paragraphe précédent l'importance de l'impédance aux extrémités d'un tube sur les modes acoustiques en place. On peut maintenant se demander comment évoluent les ondes acoustiques lorsqu'elles rencontrent le long du conduit une impédance (caractéristique d'une géométrie), cette dernière entraînant la création d'une onde réfléchi et d'une onde transmise. On note qu'une partie seulement de l'amplitude de pression de l'onde incidente est transmise. Considérons pour

cela un changement d'impédance dans la région $x = 0$, celle-ci passant de $\rho_0 c / S$ à $\tilde{Z}_0 = R_0 + jX_0$. Ceci est réalisé dès lors que l'on note un changement de section, une jonction, ou une branche en parallèle. Considérons les trois ondes suivantes :

$$\tilde{p}_i(x, t) = \tilde{P}_i e^{j(\omega t - kx)} \quad \tilde{p}_r(x, t) = \tilde{P}_r e^{j(\omega t + kx)} \quad \tilde{p}_t(x, t) = \tilde{P}_t e^{j(\omega t - kx)}$$

respectivement pour les ondes incidentes, réfléchies et transmises. On définira à partir de ces notations le coefficient de réflexion en pression :

$$\tilde{R} = \tilde{P}_r / \tilde{P}_i$$

caractérisant la quantité (en terme de pression) réfléchié comparativement à celle incidente. Le coefficient de réflexion en puissance est alors défini d'après la relation :

$$R_W = |\tilde{R}|^2 \tag{7.3}$$

Si la région accueillant le changement d'impédance ne dissipe pas d'énergie, la conservation d'énergie s'écrit alors :

$$R_W + T_W = 1$$

où T_W est le coefficient de transmission en puissance que l'on cherchera à exprimer par la suite pour tous les changements d'impédances étudiées.

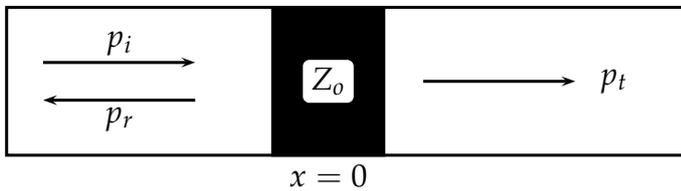


FIGURE 7.3 Présence d'un changement d'impédance dans une conduite.

7.2.1 Changement de section

Considérons un tube de section S dans lequel un changement d'impédance a lieu à l'abscisse $x = 0$ (Fig. 7.3). Une système d'ondes réfléchies et transmises se met alors en place. L'impédance en chaque point x vaut d'après la relation (7.1) :

$$\tilde{Z}(x) = Z_c \frac{\tilde{P}_i e^{-jkx} + \tilde{P}_r e^{jkx}}{\tilde{P}_i e^{-jkx} - \tilde{P}_r e^{jkx}}$$

L'écoulement proche du point $x = 0$ est très complexe. Cependant, dans le cadre des longueurs d'onde très importantes, l'impédance au voisinage de 0 sera très bien estimée par l'expression précédente écrite en $x = 0$, soit :

$$\tilde{Z}_0 = Z_c \frac{\tilde{P}_i + \tilde{P}_r}{\tilde{P}_i - \tilde{P}_r} = Z_c \frac{1 + \tilde{R}}{1 - \tilde{R}}$$

Le coefficient de réflexion en pression s'écrit alors

$$\tilde{R} = \frac{\tilde{Z}_0 - Z_c}{\tilde{Z}_0 + Z_c} \quad (7.4)$$

D'après la relation (7.3), le coefficient de réflexion en puissance vaut donc :

$$\begin{aligned} R_W &= \left(\frac{\tilde{Z}_0 - Z_c}{\tilde{Z}_0 + Z_c} \right)^2 \\ &= \frac{(R_0 - Z_c)^2 + X_0^2}{(R_0 + Z_c)^2 + X_0^2} \end{aligned}$$

On peut de même estimer le coefficient de transmission en puissance, $T_W = 1 - R_W$, soit :

$$T_W = \frac{4R_0Z_c}{(R_0 + Z_c)^2 + X_0^2}$$

On note évidemment que les coefficients dépendent à la fois de l'impédance caractéristique de la conduite (principale) mais aussi des caractéristiques de l'impédance rencontrée.

Nous allons maintenant appliquer ces formulations dans le cas simple d'une onde plane se dirigeant vers un élargissement brusque (Fig. 7.4). Si le second tube est de longueur infinie, il sera dépourvu d'ondes réfléchies. L'impédance vue par l'onde incidente vaut alors $\tilde{Z}_0 = \rho_0 c / S_2$ (l'impédance est ici purement résistante, $R_0 = \rho_0 c / S_2$ et $X_0 = 0$). L'impédance caractéristique de la conduite concerne évidemment celle placée en amont de la singularité. Les coefficients s'écrivent alors :

$$R_W = \frac{(S_1 - S_2)^2}{(S_1 + S_2)^2} \quad T_W = \frac{4S_1S_2}{(S_1 + S_2)^2}$$

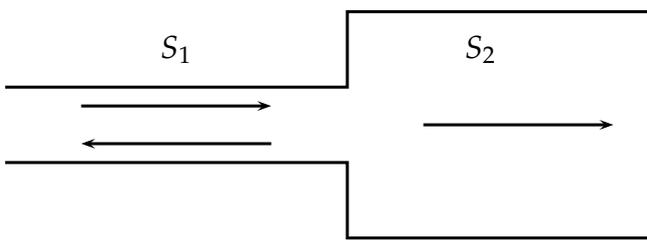


FIGURE 7.4 Présence d'un élargissement dans une conduite.

On peut alors considérer deux cas critiques, la paroi rigide et l'ouverture, respectivement :

1. $S_2 \rightarrow 0$: la puissance acoustique est totalement réfléchié ;
2. $S_2 \rightarrow \infty$: la puissance acoustique est totalement réfléchié (on considère qu'aucun bruit émane de l'ouverture).

Une onde incidente se propageant dans un tube arrivant à une extrémité totalement ouverte est réfléchié totalement. Aucune énergie acoustique est rayonnée au-delà de l'ouverture. Ce point de vue théorique n'est pas constaté expérimentalement

7.2.2 Jonctions et branches adjacentes

Considérons maintenant un deuxième exemple qui nous sera d'une aide précieuse pour les résonateurs et les filtres acoustiques (prochain paragraphe) : la jonction et la branche adjacente (Fig. 7.5). Ces deux systèmes sont en fait identiques dans le principe. Seules les notations changent (indices 1 ou b). Nous considérerons ici le cas de la branche adjacente pour illustrer notre propos, les règles finales pouvant être appliquées pour les jonctions.

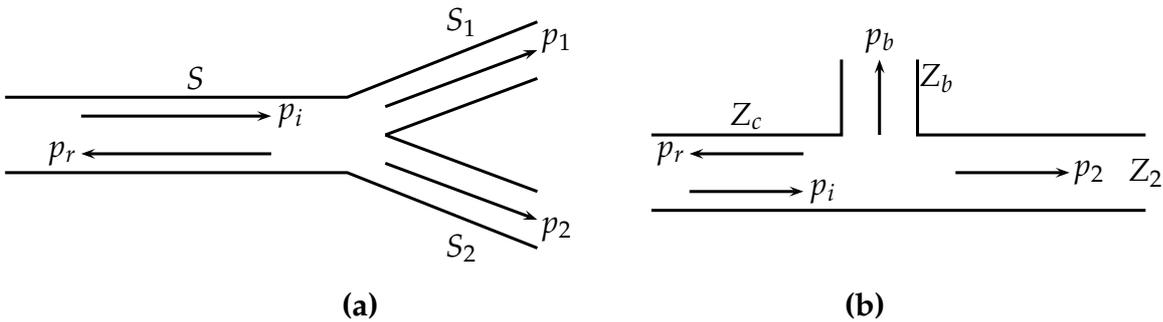


FIGURE 7.5 Présence d'une jonction (a) ou d'une branche adjacente (b).

Considérons une onde plane se propageant dans une conduite de section S d'impédance Z et rencontrant une conduite adjacente d'impédance *a priori* différente. Une partie de l'énergie acoustique va être réfléchiée par cette branche alors qu'une partie va être transmise au-delà de la branche principale, et une autre partie de l'énergie va être transmise à la branche adjacente. On considèrera que les conduites amont et aval à la branche adjacente ont des sections de passage identiques.

Les conservations de la pression et du débit acoustique s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned} \tilde{p}_i + \tilde{p}_r &= \tilde{p}_b = \tilde{p}_2 \\ \tilde{u}_i - \tilde{u}_r &= \tilde{u}_b + \tilde{u}_2 \end{aligned}$$

Le rapport de la première équation sur la deuxième donne :

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{u}_i - \tilde{u}_r}{\tilde{p}_i + \tilde{p}_r} &= \frac{\tilde{u}_b + \tilde{u}_2}{\tilde{p}_b} \\ &= \frac{\tilde{u}_b}{\tilde{p}_b} + \frac{\tilde{u}_2}{\tilde{p}_b} \\ &= \frac{\tilde{u}_b}{\tilde{p}_b} + \frac{\tilde{u}_2}{\tilde{p}_2} \\ \frac{1}{\tilde{Z}_0} &= \frac{1}{\tilde{Z}_b} + \frac{1}{\tilde{Z}_2} \end{aligned} \tag{7.5}$$

Ainsi l'admittance de la combinaison associée aux ondes incidente et réfléchiée est la somme des admittances de chacune des deux branches.

On va s'intéresser maintenant aux puissances acoustiques réfléchié et transmise dans la branche principale, ainsi que la puissance transmise dans la branche adjacente.

D'après la relation (7.5), l'impédance en $x = 0$ vaut :

$$\tilde{Z}_0 = \frac{\tilde{Z}_b Z_c}{Z_c + \tilde{Z}_b}$$

Le coefficient de réflexion en pression (7.4) pourra être estimé à partir des expressions de $\tilde{Z}_0 + Z_c$ et $\tilde{Z}_0 - Z_c$, soit :

$$\tilde{Z}_0 - Z_c = -\frac{Z_c^2}{Z_c + \tilde{Z}_b} \quad \text{et} \quad \tilde{Z}_0 + Z_c = \frac{2Z_c \tilde{Z}_b + Z_c^2}{Z_c + \tilde{Z}_b}$$

On peut alors exprimer le coefficient de réflexion :

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= -\frac{Z_c}{2\tilde{Z}_b + Z_c} \\ &= -\frac{\frac{\rho_0 c}{2S}}{\tilde{Z}_b + \frac{\rho_0 c}{2S}} \end{aligned}$$

Si on pose $\tilde{Z}_b = R_b + jX_b$, le coefficient de réflexion en puissance s'écrit :

$$R_W = \frac{\left(\frac{\rho_0 c}{2S}\right)^2}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + R_b\right)^2 + X_b^2}$$

Ce coefficient va nous permettre d'estimer le coefficient de transmission en puissance :

$$T_{W,\text{totale}} = \frac{R_b^2 + R_b \times \frac{\rho_0 c}{S} + X_b^2}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + R_b\right)^2 + X_b^2}$$

Il s'agit là de l'estimation de la puissance totale transmise, celle-ci étant divisée en deux contributions correspondant aux deux branches. On peut identifier les coefficients de transmission dans la conduite principale et dans la branche adjacente :

$$T_W = \frac{R_b^2 + X_b^2}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + R_b\right)^2 + X_b^2} \quad T_{W,b} = \frac{\frac{\rho_0 c}{S} \times R_b}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + R_b\right)^2 + X_b^2} \quad (7.6)$$

Cette identification est basée sur le fait que l'énergie transmise dans la branche dépend grandement de l'impédance dans la conduit aval (*i.e.* $\rho_0 c/S$) alors que celle dans la branche aval dépend de l'impédance de la branche adjacente (*i.e.* R_b et X_b).



La puissance transmise à travers la branche adjacente et la conduite principale est nulle lorsque $\tilde{Z}_b = 0$. Dans ce cas, toute la puissance acoustique est réfléchiée. Nous avons en ce sens vu dans l'information page 117 que dans le cas des instruments à vent de type clarinette et flûte, une infime partie de la puissance était néanmoins transmise. Celle-ci est suffisante pour qu'un niveau sonore important soit atteint à l'extérieur du tube. Ceci est le cas, si la branche adjacente est un trou. Une application directe correspond à un instrument de musique à vent pour lequel le musicien vient moduler la longueur du tube en jouant sur les différents trous à sa disposition.

Lorsque R_b est plus grand que zéro, sans être forcément de valeur très importante, une partie de la puissance acoustique est transmise à la branche adjacente quelle que soit la valeur de X_b .

Pour des valeurs importantes de R_b ou X_b par rapport à $\rho_0 c / S$, presque toute la puissance est transmise à la conduite principale. Et dans le cas extrême où R_b ou X_b ont des valeurs infinies, tout se passe comme s'il n'y avait pas de branche adjacente.

7.3 Le résonateur d'Helmholtz

Une application de branches adjacentes dans les conduites est le résonateur d'Helmholtz. Celui-ci est composé d'une cavité à parois rigides, de profondeur L , de section S , et de volume \mathcal{V} raccordé à un col de longueur L_c , de section S_c (Fig. 7.6.a). Le col débouche dans un milieu à pression constante, P_0 .

Le résonateur est généralement installé le col débouchant sur une conduite traversée par un système d'ondes. La pression acoustique à l'embouchure entraîne un déplacement en masse de l'air du col de sa position d'équilibre. Le volume d'air dans la cavité, considéré comme étant compressible, voit alors sa pression augmenter ou diminuer selon le sens de déplacement de l'air du col. On suppose que la transformation subie par l'air de la cavité est isentropique. Les oscillations deviennent importantes lorsque la sollicitation est accordée en fréquence avec la fréquence caractéristique du résonateur d'Helmholtz.

Lorsque le résonateur est placé dans une conduite, celui-ci représente alors une branche adjacente à la première. Le propos est donc ici d'étudier l'influence de la présence du résonateur sur la partie transmise. Pour cela, il nous faut en premier lieu exprimer l'impédance à l'extrémité du col affleurant la conduite principale.

7.3.1 Impédance

Une façon d'atteindre l'expression de l'impédance est de se rappeler qu'elle représente le rapport de la pression acoustique sur la vitesse particulière. La pression est impliquée dans le Principe Fondamental de la Dynamique appliqué à la masse que représente l'air dans le col (Fig. 7.6.b). La vitesse sera obtenue quant à elle à partir de la solution harmonique en déplacement. Lorsque la masse d'air se dirige vers les x positifs, le volume de la cavité se trouve alors comprimé entraînant une augmentation

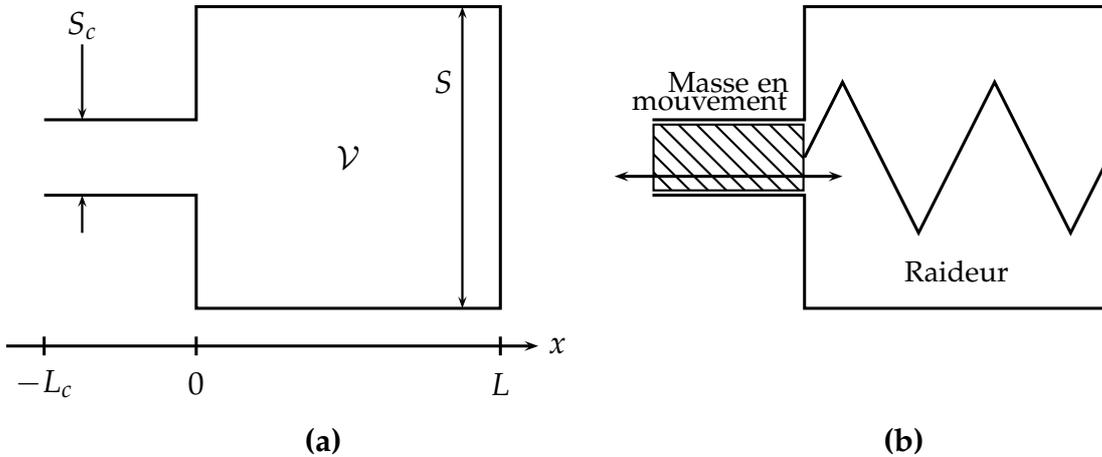


FIGURE 7.6 Résonateur d'Helmholtz. a, configuration ; b, analogie avec un système masse/ressort.

de la pression. Cette augmentation agit alors comme un effort de rappel, afin que la masse d'air retrouve sa position d'équilibre (*i.e.* sa position en $x = 0$). Lorsque la masse d'air se dirige vers les x négatifs, l'inverse prend place. La compression et dilatation de l'air dans la cavité caractérise ici une raideur du système.

Exprimons l'effort résultant de la pression dans la cavité. Nous supposons pour cela que les transformations dans la cavité sont isentropiques, $P/\rho^\gamma = \text{Cste}$, on peut alors écrire :

$$\begin{aligned}
 dP &= \gamma \rho^{\gamma-1} \times \text{Cste} \times d\rho \\
 &= \frac{\gamma P}{\rho} d\rho \\
 &= \gamma r T d\rho \\
 &= c^2 d\rho.
 \end{aligned} \tag{7.7}$$

La variation de masse volumique dans la cavité étant liée au mouvement de la masse d'air du col relativement à la cavité, on peut écrire :

$$d\rho = \frac{dm}{V} = \frac{\rho_0 S_c}{V} dx \quad \text{d'où} \quad dP = c^2 \frac{\rho_0 S_c}{V} dx$$

qui une fois intégrée donne :

$$P = c^2 \frac{\rho_0 S_c}{V} x + P_0.$$

La constante (égale ici à P_0 est déterminée pour $x = 0$ position d'équilibre entre la cavité et l'extérieur du résonateur). L'effort résultant, correspondant à l'action de la différence de pression sur la surface du col, vaut donc

$$\vec{F} = -c^2 \frac{\rho_0 S_c^2}{V} x \vec{x}$$

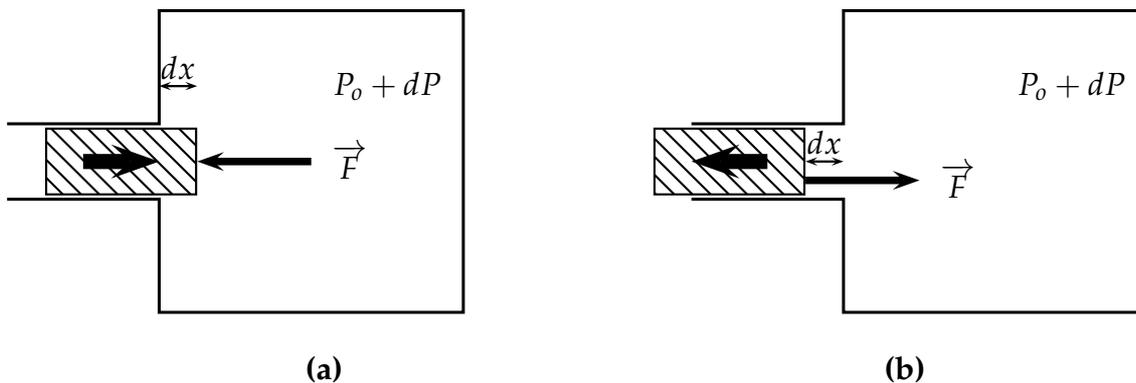


FIGURE 7.7 Influence du déplacement de la masse d'air sur l'effort de rappel et sur la pression dans la cavité. (a), le déplacement de la masse d'air vers les x positifs ($dx > 0$) entraîne un effort de rappel orienté dans le sens inverse du déplacement et une surpression dans la cavité (i.e., $dP > 0$); (b), le déplacement de la masse d'air vers les x négatifs ($dx < 0$) entraîne un effort de rappel orienté dans le sens inverse du déplacement et une dépression dans la cavité (i.e., $dP < 0$).

Le signe négatif rend compte de l'orientation de l'effort de rappel en fonction de la position de la masse d'air selon x (Fig. 7.7).

Si la masse d'air est déplacée de sa position d'équilibre, l'effort de rappel tend à la replacer dans cette position. L'inertie de la masse d'air l'entraîne dans une position plus éloignée que sa position d'équilibre. Des oscillations prennent alors place. Le Principe Fondamental de la Dynamique

$$m_{\text{air}} \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F},$$

avec m_{air} la masse de l'air dans le col animé d'une vitesse \vec{V} , permet d'écrire l'équation de mouvement de la masse d'air dans le col :

$$\rho_0 S_c L_c \ddot{x} + c^2 \frac{\rho_0 S_c^2}{\mathcal{V}} x = 0$$

avec \ddot{x} la dérivée seconde de la position de la masse d'air par rapport au temps. Le terme $\rho_0 S_c L_c$ représente la masse de l'air dans le col. On peut réécrire cette expression en faisant apparaître la pulsation de résonance, ω_0 :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_0^2 = c^2 \frac{S_c}{L_c \mathcal{V}}$$

La fréquence de résonance du résonateur d'Helmholtz s'écrit ainsi

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S_c}{L_c \mathcal{V}}} \tag{7.8}$$

Plaçons-nous maintenant dans la configuration de fonctionnement du résonateur, c'est à dire placé dans une conduite principale (Fig. 7.8). Notons la pression acoustique à l'embouchure du col \tilde{p}_b avec pour amplitude \tilde{P}_b et modulée par un phaseur $\exp(j\omega t)$. Cette pression génère l'effort excitateur extérieur de ce résonateur. Le PFD s'écrit cette fois-ci :

$$\rho_0 S_c L_c \ddot{\tilde{x}} + c^2 \frac{\rho_0 S_c^2}{\mathcal{V}} \tilde{x} = S_c \tilde{P}_b e^{j\omega t} \quad (7.9)$$

Une sollicitation harmonique entraîne un déplacement harmonique de même fréquence, d'où :

$$\tilde{x} = a e^{j\omega t} \quad \dot{\tilde{x}} = j\omega \times a e^{j\omega t} \quad \ddot{\tilde{x}} = -\omega^2 \times a e^{j\omega t}$$

Une fois ces expressions insérées dans la relation (7.9), on obtient une formulation de la pression à l'extrémité du résonateur :

$$\tilde{P}_b = a \rho_0 \left(-L_c \omega^2 + \frac{c^2 S_c}{\mathcal{V}} \right)$$

L'impédance étant donnée par le rapport de la pression acoustique et du débit acoustique (*i.e.* $S_c \dot{\tilde{x}}$), il vient :

$$\tilde{Z}_b = j\rho_0 \left(\frac{\omega L_c}{S_c} - \frac{c^2}{\omega \mathcal{V}} \right) \quad (7.10)$$

Il s'agit là de l'impédance à l'embouchure du résonateur d'Helmholtz. L'identification des termes R_b et X_b de l'expression (7.6) entraîne

$$R_b = 0 \quad \text{et} \quad X_b = \rho_0 \left(\frac{\omega L_c}{S_c} - \frac{c^2}{\omega \mathcal{V}} \right)$$

7.3.2 Coefficient de transmission

Le paragraphe précédent nous a permis de donner une expression de l'impédance à l'extrémité du résonateur d'Helmholtz. La formulation (7.6) va maintenant nous permettre de formuler l'énergie transmise, c'est à dire celle se propageant au-delà du résonateur, lorsque celui-ci est placé dans une conduite principale (Fig. 7.8). Le coefficient de transmission s'écrit :

$$\begin{aligned} T_W &= \frac{1}{1 + \left(\frac{\rho_0 c}{2S X_b} \right)^2} \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{c}{2S \left[\frac{\omega L_c}{S_c} - \frac{c^2}{\omega \mathcal{V}} \right]} \right)^2} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Le coefficient de transmission est nul pour la fréquence de résonance (Fig. 7.9). À cette fréquence, l'amplitude de vitesse de la masse d'air dans le col est très importante, mais toute l'énergie transmise à la cavité du résonateur est réfléchié à la conduite principale avec une phase entraînant une réflexion de l'onde vers l'amont. C'est là le principe et l'atout du résonateur d'Helmholtz, mais celui-ci devient inadapté lorsque la fréquence à atténuer est en désaccord avec la fréquence de résonance.

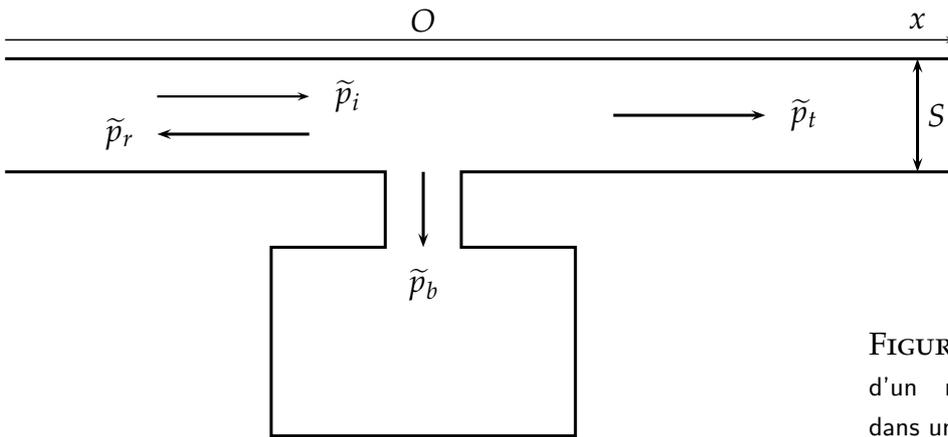


FIGURE 7.8 Emplacement d'un résonateur d'Helmholtz dans une conduite.

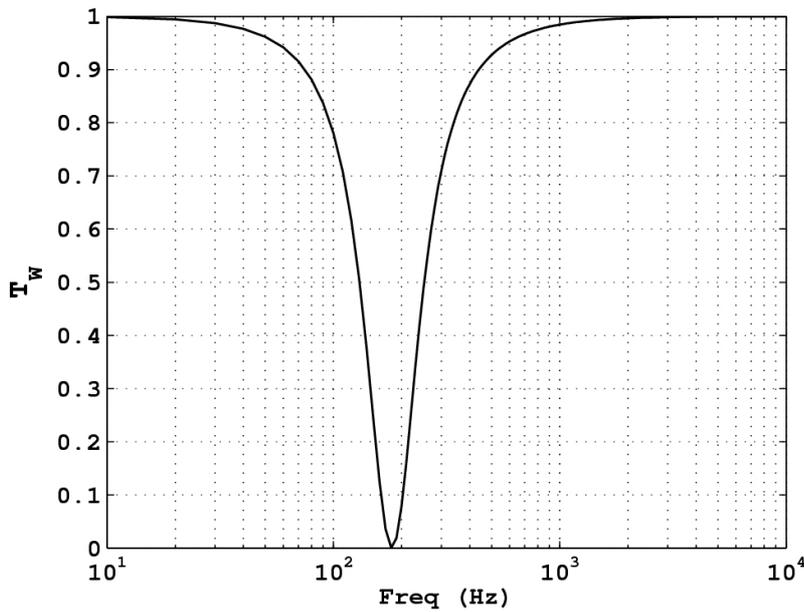


FIGURE 7.9 Coefficient de transmission en puissance d'un filtre constitué d'un résonateur d'Helmholtz. Le résonateur à un col de longueur 6 cm et de rayon 1,55 cm ; le volume de la cavité est de 1120 cm³ ; la section de la conduite principale vaut 28 cm².

7.3.3 Application : mesure de pression en paroi

Les études de propagation d'ondes acoustiques dans les guides d'ondes nécessitent la plupart du temps la mesure de la pression en paroi. Les dispositifs de fixation des microphones peuvent par construction introduire dans le problème des fréquences (de résonance) et non liées aux fréquences à traiter. Considérons une conduite de diamètre interne et d'épaisseur respectivement égaux à 8 mm et 1 mm. Le microphone est fixé à cette conduite à l'aide du dispositif représenté sur la figure 7.10. La

mesure de la pression dans la conduite à la section de mesure considérée est effectuée à travers une cavité qui peut s'apparenter à un résonateur d'Helmholtz. La présence de ce dernier est alors susceptible de générer une fréquence de résonance qu'il faut à tout prix éloigner de la gamme des fréquences de travail, ici les basses fréquences. Le col du résonateur est cylindrique de diamètre égal à 2 mm et de longueur égale à 1,5 mm. Le volume supérieur est aussi cylindrique de diamètre égal à 11,15 mm et de profondeur égal à 0,5 mm. La fréquence de résonance est alors égale à 11 kHz. Il s'agit-là d'une fréquence élevée qui ne perturbera pas la mesure.

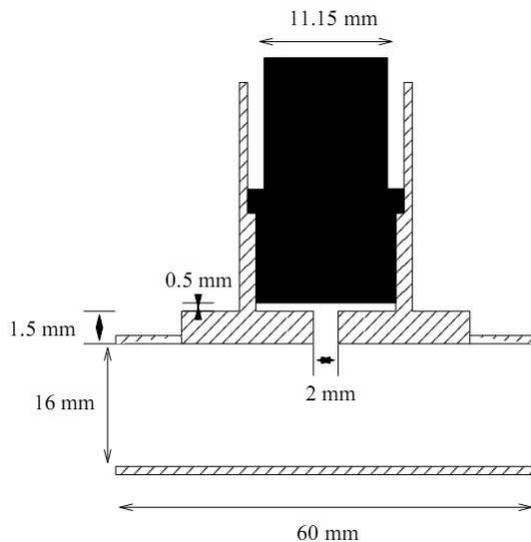


FIGURE 7.10 Pièce de support d'un microphone (d'après Atig [8]).

7.3.4 Application : pots acoustiques

Des pots acoustiques, ou vases acoustiques, qui peuvent être assimilés à des résonateurs, pouvaient être utilisés dans les théâtres romains (Fig. 7.11). Selon les règles éditées par Vitruve (Vitruvius Pollio) *“la voix, partant de la scène comme d'un centre, s'étendra en rond, viendra frapper les cavités de chaque vase, et prendra plus de force et de clarté, selon la consonance que son degré d'élévation aura avec le vase qui y correspondra”* [4]. Les pots étaient placés de façon très réfléchie et accordés (comme cela est dit dans la citation de Vitruve) à des fréquences différentes, certains à la fréquence de la voix, d'autres à la quarte, etc.

Certains édifices plus tardifs, mais tout de mêmes anciens, possèdent des pots acoustiques, ayant le même rôle *a priori*, dans leurs murs et leurs voûtes, ayant des caractéristiques similaires (Fig. 7.12). C'est-à-dire que leur fréquence de résonance est proche de celle de la voix (parlée et chantée). Généralement deux groupes de pots sont utilisés et dimensionnés sur le fondamental et sur les premières harmoniques. D'autre part leur localisation correspond à la pratique liturgique. Une analyse modale et une étude de l'influence des pots sur les performances chantées ont été par exemple réalisées dans le caveau de la cathédrale de Noyon [35].

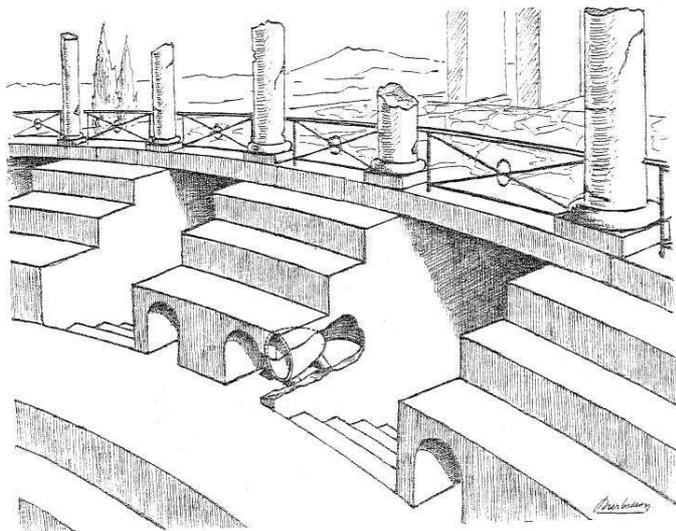


FIGURE 7.11 Représentation de pots acoustiques placés dans un théâtre romain (d'après Floriot [16]).

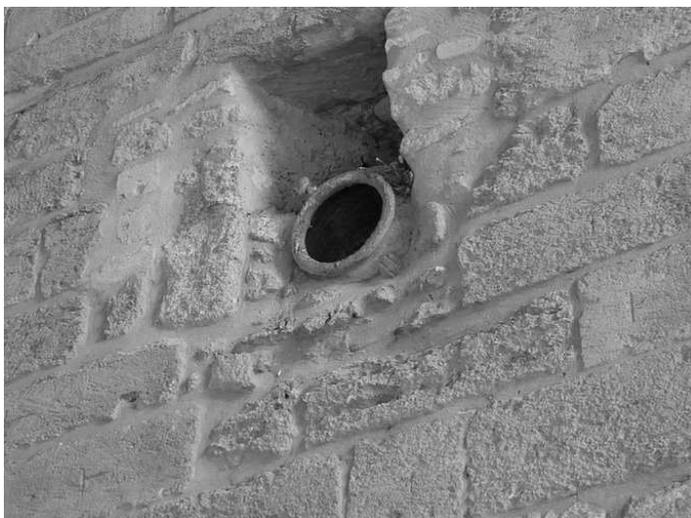


FIGURE 7.12 Pot acoustique encastré dans le mur de l'église de la Chartreuse Notre-Dame-du-Val-de-Bénédiction, à Villeneuve-lès-Avignon (d'après Wikipedia).

7.4 Tube à ondes stationnaires ou tube de Kundt

La connaissance du coefficient d'absorption et de l'impédance acoustique des matériaux absorbants qui seront installés dans une salle est essentielle à la prévision de son comportement acoustique. Il existe principalement deux méthodes de mesure : (1), en incidence normale dans le tube à ondes stationnaires ; (2), en incidence oblique en chambre réverbérante. La première méthode est rapide, bien reproductible et facile à mettre en œuvre ; elle est utilisable pour les matériaux solides ou fibreux mais n'est pas adaptée pour les panneaux à résonateur. La seconde a l'avantage de mieux simuler les conditions d'utilisation habituelle des matériaux (incidence aléatoire, pose). Elle a l'inconvénient d'être longue, onéreuse (grande surface de produit, installation de mesure importante) et de poser des problèmes de reproductibilité d'un laboratoire à un autre.

Nous allons aborder dans ce paragraphe une application directe de la présence d'ondes stationnaires dans les tubes, en vue d'une caractérisation acoustique de matériau. Nous avons vu au paragraphe 6.4.3 une relation entre le coefficient d'absorption, α et

le coefficient de réflexion en intensité (ou en puissance), R_I :

$$\alpha = 1 - R_I$$

Le tube de Kundt va permettre à partir des localisations des maximum et minimum de pression d'estimer le coefficient de transmission, et donc le coefficient d'absorption.

7.4.1 Description de l'appareillage à ondes stationnaires

Les déterminations du facteur d'absorption et de l'impédance acoustique sous incidence normale sont normalisées en France par la norme NF S.31 065 de mars 1981. Dans un tube (Fig. 7.13), un échantillon du matériau à étudier est placé à une extrémité tandis qu'une source sonore (Haut-parleur) excitée en fréquence pure est située à l'autre. Une sonde microphonique permet d'effectuer l'exploration longitudinale du champ acoustique dans le tube et de déterminer la position et les amplitudes relatives des maxima et des minima de pression sonore.

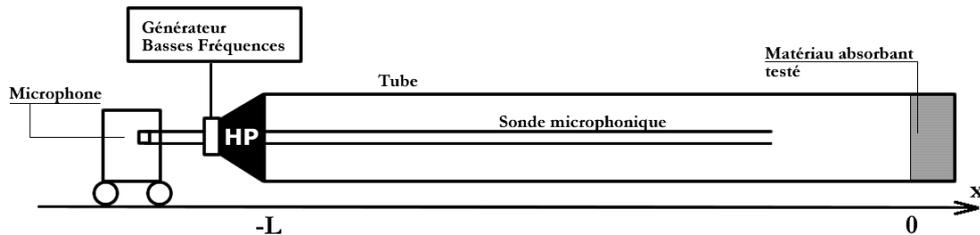


FIGURE 7.13 Schéma d'un appareillage à ondes stationnaires (tube de Kundt).

7.4.2 Estimation du coefficient de réflexion à partir du tube de Kundt

Le haut-parleur, situé à une distance $x = -L$ du matériau localisé à $x = 0$, émet un rayonnement acoustique monofréquentiel satisfaisant la condition d'onde plane.

Module du coefficient de réflexion et du coefficient d'absorption

Une onde incidente $\tilde{P}_i e^{-jkx}$ est réfléchiée au niveau du matériau. L'onde réfléchiée s'écrit alors $\tilde{P}_i \tilde{R} e^{jkx}$, avec dans cette étude $\tilde{R} = R e^{j\phi}$. D'après la présence d'ondes incidente et réfléchiée, la pression en chaque point du tube vaut :

$$\tilde{p}(x, t) = \tilde{P}_i \left[e^{-jkx} + R e^{j(kx+\phi)} \right] e^{j\omega t}$$

Le microphone fournit une pression efficace, soit :

$$\begin{aligned}
 p_{\text{eff}}^2 &= \frac{1}{2} \tilde{p} \tilde{p}^* \\
 &= \frac{1}{2} \tilde{P}_i \left[e^{-jkx} + R e^{j(kx+\phi)} \right] e^{j\omega t} \times \tilde{P}_i^* \left[e^{jkx} + R e^{-j(kx+\phi)} \right] e^{-j\omega t} \\
 &= \frac{1}{2} |P_i|^2 \left[1 + R e^{-j(2kx+\phi)} + R e^{j(2kx+\phi)} + R^2 \right] \\
 &= \frac{1}{2} |P_i|^2 \left[1 + R^2 + 2R \cos(2kx + \phi) \right] \\
 p_{\text{eff}} &= \frac{|P_i|}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + R^2 + 2R \cos(2kx + \phi)}
 \end{aligned}$$

Les maximums et minimums de pression sont donc donnés par les expressions suivantes :

$$p_{\text{eff, Max}} = \frac{|P_i|}{\sqrt{2}} (1 + R) \quad \text{et} \quad p_{\text{eff, min}} = \frac{|P_i|}{\sqrt{2}} (1 - R)$$

On peut alors écrire le Taux d'Ondes Stationnaires (T.O.S., rapport des maximums et minimums de pression), et la norme du coefficient de réflexion :

$$\text{T.O.S.} = \frac{p_{\text{eff, Max}}}{p_{\text{eff, min}}} = \frac{1 + R}{1 - R} \quad \text{ou} \quad R = \frac{\text{T.O.S.} - 1}{\text{T.O.S.} + 1} \quad (7.12)$$

On peut ainsi, à partir des maximums et minimums de pression, estimer le module du coefficient de réflexion, et le coefficient d'absorption.



Pour des ondes purement progressives (i.e., absence d'onde réfléchie), les pressions efficaces maximale et minimale sont égales. Le T.O.S. vaut alors 1, d'où $R = 0$, et $\alpha = 1$ soit une absorption totale. Pour une réflexion totale (i.e. $R = 1$), le T.O.S. tend vers l'infini.

Argument du coefficient de réflexion

Rappelons que le coefficient de réflexion s'écrit $\tilde{R} = R e^{j\phi}$, nous allons voir comment estimer l'argument de ce coefficient. La période de la pression efficace vaut $\lambda/2$, et le premier minimum est situé à $x = -l_1$, d'où

$$0 \leq l_1 \leq \frac{\lambda}{2} \quad \text{ou} \quad 0 \leq \frac{l_1}{\lambda} \leq \frac{1}{2}$$

À $x = -l_1$, le cosinus de la pression efficace vaut -1 , donc

$$\begin{aligned}
 -2kl_1 + \phi &= m\pi \quad (m \text{ impair}) \\
 -4\pi \frac{l_1}{\lambda} + \phi &= m\pi \\
 &\text{ou} \\
 \phi &= 4\pi \frac{l_1}{\lambda} + m\pi
 \end{aligned}$$

Si on pose $-\pi \leq \phi \leq \pi$, alors

$$\phi = 4\pi \frac{l_1}{\lambda} - \pi \quad (7.13)$$

Protocole expérimental

Le microphone étant placé au plus près du matériau, on le déplace en l'éloignant de celui-ci jusqu'à atteindre un minimum de pression ($p_{\text{eff, min}}$) caractérisé par une distance l_1 . En éloignant toujours le microphone du matériau, on recherche le maximum de pression ($p_{\text{eff, Max}}$). Le module du coefficient et le coefficient de réflexion peuvent ainsi être estimés. Enfin, on atteint le deuxième minimum de pression à la distance l_2 . La longueur d'onde vaut alors $\lambda = 2(l_2 - l_1)$. L'argument du coefficient de réflexion est ensuite estimé par l'expression (7.13).

Nous voyons à travers ce protocole les inconvénients de cette méthode. Elle nécessite des appareils intrusifs, et d'autre part l'utilisation d'une fréquence pure. Ce dernier point augmentant évidemment les temps de mesure.

7.4.3 Inconvénients de la méthode du tube de Kundt

Tout le raisonnement énoncé plus haut est basé sur l'existence d'ondes planes uniquement dans le guide d'ondes. Ceci est réalisé pour des fréquences inférieures à la fréquence de coupure du premier mode transverse, estimée dans le cas de conduites circulaires, par la relation $f_{11} = 100/a$, avec a le rayon de la conduite. De ce fait, des fréquences plus hautes ne peuvent être analysées par la théorie associée. Ainsi par exemple dans le cas d'une conduite de diamètre égal à 10 cm, la limite en haute fréquence vaut 1700 Hz.

D'autre part, il est nécessaire que la pression efficace présente au moins une période sur la longueur du tube, L . On admet généralement qu'il est suffisant d'avoir :

$$\frac{\lambda}{4} > L \quad \text{ou} \quad f > \frac{c}{4L}$$

avec c la célérité du fluide. La limite en basse fréquence pour un tube d'un mètre de long vaut ainsi 90 Hz. Finalement, la gamme de fréquences analysables vaut $[c/4L; 100/a]$.

Enfin, le protocole de mesure implique la mesure de l'impédance pour une seule fréquence. Ainsi l'opération doit être répétée afin de mettre en valeur le comportement des paramètres en fonction de la fréquence. Ce travail n'est pas compliqué mais peut devenir fastidieux si le nombre d'échantillons à analyser est important. Le paragraphe suivant propose une méthode plus récente que la mesure à partir du tube de Kundt et permettant d'obtenir le spectre d'absorption en une mesure.

7.4.4 Application sur trois matériaux

Trois matériaux (styrodur, laine de verre dense, et mousse alvéolée) sont utilisés par la méthode du tube de Kundt afin d'étudier l'évolution de leur coefficient de

réflexion, et leur impédance en fonction de la fréquence. Pour cela, on dispose d'un tube de diamètre $d = 10$ cm, et de longueur $L = 1$ m. D'après les considérations du paragraphe précédent, la gamme de fréquences de l'appareil vaut [171 ; 2000] Hz. Les résultats des mesures sont donnés sur la figure 7.14.

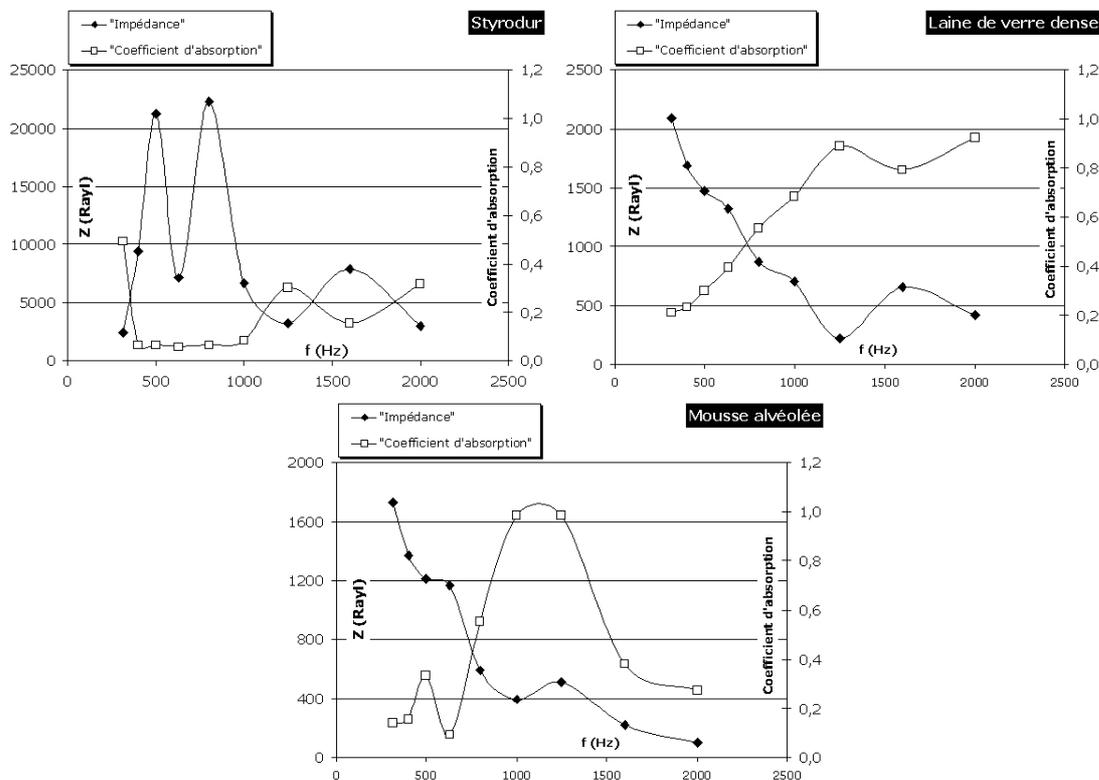


FIGURE 7.14 Évolution du coefficient d'absorption et de l'impédance de trois matériaux (Styrodur, Laine de verre dense, et Mousse alvéolée) avec la fréquence.

Les trois matériaux montrent trois comportements différents de coefficient d'absorption. Le styrodur n'est pas très absorbant sur la gamme de fréquences étudiée, les valeurs du coefficient étant inférieures à 0,1 pour n'augmenter que jusqu'à 0,4. La laine de verre dense a un coefficient d'absorption d'autant plus important que les fréquences sont hautes. La mousse alvéolée, quant à elle, a un coefficient d'absorption passe-bande. En effet, pour des fréquences situées dans la bande [1000-1400] Hz, celui-ci est important. Il devient faible pour des fréquences en-dehors de cette bande. Cette gamme de fréquence est probablement due à la taille des alvéoles.

D'autre part, on observe deux types de comportement de l'impédance : la laine de verre et la mousse alvéolée d'une part, le styrodur d'autre part. Ce dernier présente des valeurs d'impédance nettement supérieures à celles du premier group (20 000 contre 2 000). L'impédance caractérise la "résistance" du matériau à l'absorption.

Ainsi, au regard de ces mesures, le styrodur est un mauvais isolant acoustique, alors que la laine de verre dense est un très bon isolant (exceptées aux fréquences inférieures à 1000 Hz). La mousse alvéolée, quant à elle, possède de bonnes propriétés d'isolation uniquement dans une bande de fréquences, pour laquelle il pourra être utilisé.

7.5 Méthode des deux microphones

La méthode présentée ici propose une mesure directe du spectre caractéristique de l'absorption à partir d'une seule mesure et à l'aide de deux microphones placés en paroi (Fig. 7.15). Le matériau à caractériser est placé sur l'origine de l'axe des x , et les deux microphones aux abscisses x_1 et x_2 (avec $x_1 < x_2 < 0$). Le haut-parleur est sollicité par un bruit blanc, c'est à dire sur une gamme de fréquences très large.

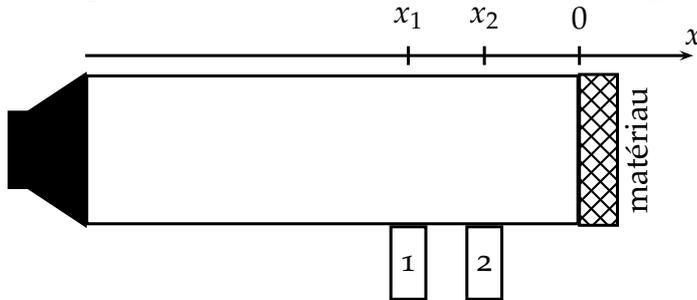


FIGURE 7.15 Schéma du dispositif de mesure du coefficient de réflexion et du coefficient d'absorption à partir de deux microphones.

7.5.1 Principe de la mesure

La présence d'ondes incidente et réfléchie entraîne une pression \tilde{p} en chaque point de la conduite :

$$\tilde{p}(x, t) = \tilde{P}_i \left[e^{-jkx} + \tilde{R}e^{jkx} \right] e^{j\omega t}$$

Ainsi, la fonction de transfert entre les deux points de mesure, fournie par un analyseur bivoies et exprimée en fonction de la fréquence, vaut :

$$H_{12}(f) = \frac{\tilde{p}(x_2)}{\tilde{p}(x_1)} = \frac{e^{-jkx_2} + \tilde{R}e^{jkx_2}}{e^{-jkx_1} + \tilde{R}e^{jkx_1}}$$

ou

$$\tilde{R} = e^{-2jkx_1} \times \frac{H_{12}(f) - e^{-jk(x_2-x_1)}}{e^{jk(x_2-x_1)} - H_{12}(f)}$$

Si on pose $d = -x_1 = |x_1|$ la distance du microphone le plus éloigné à la surface du matériau, et $s = x_2 - x_1$ la séparation des deux microphones, l'expression précédente devient :

$$\tilde{R} = e^{2jkd} \times \frac{H_{12}(f) - e^{-jks}}{e^{jks} - H_{12}(f)}$$

Si l'analyseur est couplé à un ordinateur, celui-ci peut tracer les courbes de R , ϕ , α , et les composantes de l'impédance en fonction de la fréquence.

7.5.2 Inconvénients de la méthode des deux microphones

Comme la méthode précédente, seules les ondes planes sont impliquées dans la théorie associée à la mesure effectuée. Ainsi, il existe une fréquence maximale correspondant à la fréquence de coupure du premier mode transverse. Il existe aussi un espacement optimal des deux microphones qui ne sera pas discuté ici. D'autre part, la

mesure repose sur l'hypothèse de deux chaînes de mesure (chaque microphone et son amplificateur) identiques. Ceci n'est jamais le cas car un léger déphasage peut exister. Pour résoudre ce problème, la méthode de la "double pesée" basée sur l'échange des chaînes de mesure est utilisée. Les deux derniers points sont abordés dans le livre de Serge Levy (Cf. bibliographie).

Métrologie acoustique

Ce chapitre présente succinctement l'ensemble des données nécessaires à tout acousticien pour effectuer une mesure *in-situ* ou dans un laboratoire d'essais. On s'intéressera tout d'abord à la représentation spectrale d'un son. Une deuxième partie sera consacrée à la mesure à partir de microphones, aux différentes salles dédiées à l'acoustique utilisées par les laboratoires. Enfin, ce chapitre se terminera par l'intensimétrie et la détermination de niveau de puissance.

8.1 Spectres acoustiques

Nous avons vu dans un chapitre précédent le fait que les sons ont des niveaux de puissance très différents. Il en est de même dans leur composition spectrale. Cette représentation est très importante car les informations temporelles d'un signal acoustique sont très peu utilisées comparativement à ce même signal rapporté dans le domaine de fréquence. D'autre part l'oreille est un excellent analyseur de fréquence. Il est donc crucial de connaître la composition spectrale d'un bruit. Le passage du signal temporel au signal fréquentiel est réalisé par la transformée de Fourier. La figure 8.1 propose un spectre de la pression acoustique d'un instrument de mesure faisant apparaître de façon distincte des raies. On appellera alors ce type de signal *spectre de raies*, en opposition avec des *spectres larges bandes* ne faisant pas apparaître de raies.

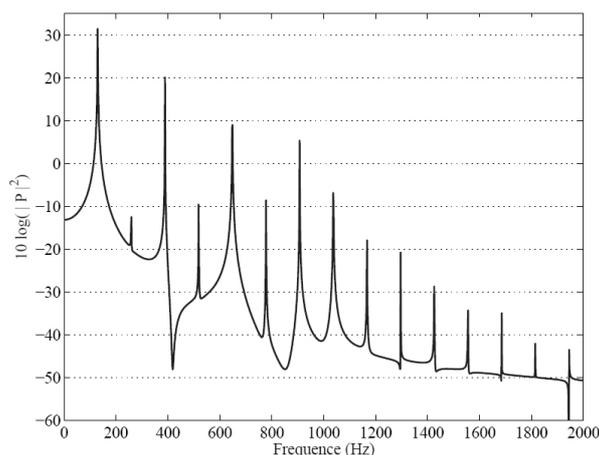


FIGURE 8.1 Spectre de pression acoustique. D'après V. Debut [13].

8.1.1 Transformation de Fourier

La Transformée de Fourier (TF) correspond à une décomposition d'un signal non périodique dans une base de sinus (ou cosinus). Le choix de cette base provient essentiellement du fait que ces fonctions sont des fonctions propres des systèmes linéaires. On peut dès lors passer d'un domaine temporel au domaine fréquentiel.

Définition

Soit $p(t)$ le signal non périodique correspondant à la pression enregistrée par un microphone au cours du temps. Nous supposons ici que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |p^2(t)| dt$$

reste fini. La transformée de Fourier nous renvoie alors le spectre complexe $\tilde{P}(f)$:

$$\tilde{P}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(t)e^{-2\pi jft} dt = \text{TF}[p(t)]$$

La transformée de Fourier étant réversible, on peut écrire :

$$p(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{P}(f)e^{2\pi jft} df$$

On peut ainsi *a priori* reconstituer le signal temporel à partir de son spectre.

Énergie en fréquence

Le théorème de Parseval permet d'écrire :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |p^2(t)| dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{P}(f)|^2 df$$

Ainsi l'énergie du signal est conservée lors du passage des domaines de représentation. On introduit généralement à ce stade le concept de Densité Spectrale d'Énergie, $S(f)$ tel que

$$S(f) = |\tilde{P}(f)|^2$$

correspondant à la répartition de l'énergie en fréquence et exprimée en Pa^2/Hz .

Remarques

L'enregistrement d'un signal au cours du temps n'est pas effectué de façon continue, mais pour certains temps généralement régulièrement espacés. L'aspect continu n'existant plus, on traitera alors le signal par une Transformation de Fourier Discrète (TFD). Apparaissent alors les concepts d'échantillonnage, de résolution fréquentielle (*i.e.* l'écart fréquentiel entre deux fréquences du spectre calculé par la transformation, noté habituellement Δf).

8.1.2 Analyse à largeur de bande constante

Lorsqu'on désire analyser finement un signal physique, on utilisera un filtre d'analyse ayant une largeur $\Delta f = f_2 - f_1$ faible, constante et indépendante de la fréquence centrale de la bande d'analyse, f_c telle que

$$f_c = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

Ce type d'analyse est surtout abordée lorsque le spectre fait apparaître des raies. Dans le cas d'un spectre large bande l'analyse suivante sera largement suffisante, en particulier pour des analyses industrielles.

8.1.3 Analyse à largeur de bande relative constante

Dans ce type d'analyse, le filtre a une largeur $\Delta f = f_2 - f_1$ qui n'est plus constante, mais est définie tel que $f_2 = kf_1$. On a donc

$$\Delta f = (k - 1)f_1 \quad \text{et} \quad f_1 f_2 = kf_1^2$$

avec le produit des deux fréquences caractérisant la fréquence centrale par leur moyenne géométrique¹ (i.e. $f_c = \sqrt{f_1 f_2}$). On peut donc écrire :

$$\Delta f = \frac{k - 1}{\sqrt{k}} f_c$$

La largeur de bande est donc proportionnelle à la fréquence centrale, moyenne géométrique des deux fréquences délimitant la bande. k prend principalement deux valeurs correspondant à deux types d'analyses par bande relative constante.

Analyse par octave

Dans ce cas $k = 2$, ou $f_2 = 2f_1$, la fréquence centrale ayant pour valeur $f_c = \sqrt{2}f_1 = f_2/\sqrt{2}$, et la largeur de bande $\Delta f = f_c/\sqrt{2} \approx 0,71f_c$. Les bandes d'octave sont normalisées, et l'une d'entre elles est centrée sur 1 kHz. Celles localisées dans le domaine audible sont rassemblées dans le tableau 8.1.

Tableau 8.1 Fréquences centrales et largeurs de bande d'une analyse par octave.

f_c	31,5	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000	16000
Δf	22,4	44,7	88,8	177,5	355	710	1420	2840	5680	113600

Comme nous le montre le tableau, cette analyse fait apparaître des largeurs très importantes, l'analyse devient alors grossière. On lui préférera alors l'analyse par tiers d'octave.

Analyse par tiers d'octave

Dans ce cas, trois tiers d'octave doivent constituer une octave (définie par les fréquences f_1 et $f_2 = 2f_1$). Aidons-nous de la figure 8.2, représentant la largeur d'un octave, pour calculer la valeur de k . Nous avons les rapports consécutifs suivants :

$$f_2 = kf_1 \quad f_3 = kf_2 \quad 2f_1 = kf_3$$

d'où $2f_1 = k^3 f_1$, soit $k = 2^{1/3}$. La norme définit un tiers d'octave centré sur 1 kHz, définissant ainsi les autres tiers d'octave.

¹. Et non plus arithmétique.

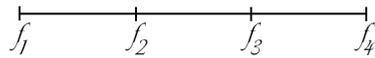


FIGURE 8.2 Calcul des tiers d’octave.

Normalisation des octaves et tiers d’octave

On repère généralement les octaves et tiers d’octave par des numéros n , en tenant compte de la relation

$$2^{10} \approx 10^3 \quad \text{ou} \quad 2^{1/3} \approx 10^{1/10}$$

Les fréquences centrales sont alors définies par $f_c(n) = 10^{n/10}$, n étant un multiple de 3 pour les octaves, et prend toutes les valeurs pour les tiers d’octave. Le tableau 8.2 rassemble l’ensemble des fréquences centrales dans le domaine audible d’une analyse tiers d’octave.

Tableau 8.2 Fréquences centrales pour les tiers d’octave du domaine audible.

Bande	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
f_c	25	31,5	40	50	63	80	100	125	160	200
Bande	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
f_c	250	315	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000
Bande	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
f_c	2500	3150	4000	5000	6300	8000	10000	12500	16000	20000

Octave/Tiers d’octave

On considère un rotor de 24 aubes tournant à 5058 tr/min, impliquant une fondamentale à la fréquence $24 \times (5058/60) \approx 2$ kHz. Des mesures acoustiques sont effectuées à partir d’analyses fine, d’octave et de tiers d’octave. Les mesures sont données sur la figure 8.3.

Les trois types d’analyse ne nous donnent pas les mêmes renseignements. En effet, l’analyse fine prévoit sept harmoniques de la fondamentale citées au-dessus, alors que l’analyse en tiers d’octave n’en “voit” que deux. L’analyse des résultats de l’analyse par octave est encore plus obscure, en ne nous indiquant qu’une augmentation du niveau sonore par octave jusqu’à la fréquence centrale 8 kHz. Le signal acoustique par bandes fines chute brutalement après la fréquence 20 kHz du fait de la fréquence d’échantillonnage.

Notons tout de même qu’il existe beaucoup d’avantages à l’analyse par largeur de bande relative constante. La composition spectrale d’un bruit est caractérisée par un nombre restreint de valeurs autour de fréquences dont la valeur est normalisée (Tab. 8.1 et 8.2). D’autre part, ce type d’analyse suffit à caractériser les gammes de fréquences gênantes dans le domaine audible.

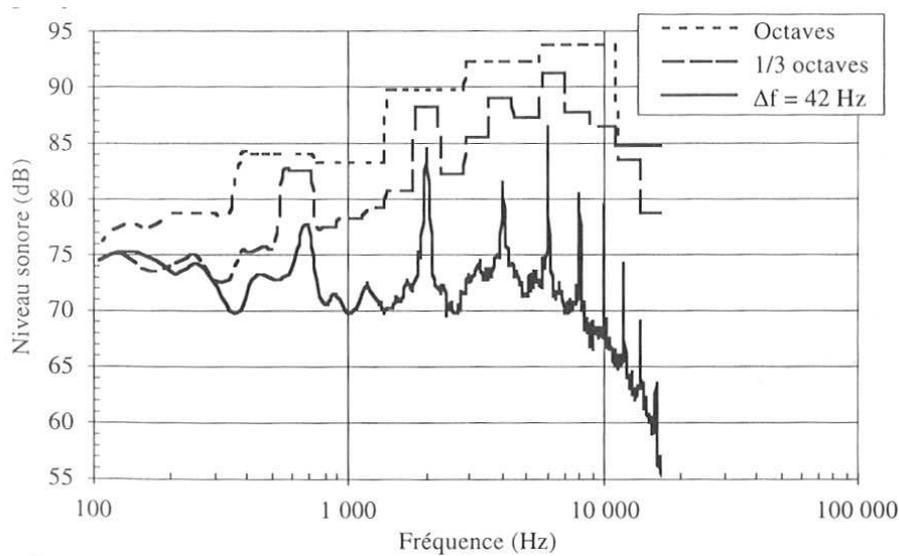


FIGURE 8.3 Analyse spectrale du bruit émis par une machine tournante, avec plusieurs largeurs de bandes. D'après Kinsler [20].

8.2 Détermination expérimentale de la pression acoustique

Pour capter les vibrations mécaniques d'un milieu continu, on utilise trois types de capteurs : (1) les accéléromètres pour les solides sur lesquels ils sont fixés, (2) les hydrophones pour les liquides (utilisés dans la marine), (3) les microphones pour les gaz. Ces derniers, possédant une membrane sensible à la pression acoustique, sont de deux types, les microphones de pression ou de vitesse. Les premiers présentent une membrane se déformant très faiblement consécutivement à la pression sur sa surface tandis que celle du deuxième type au contraire est très légère et vibre très facilement consécutivement aux pressions sur les deux surfaces de la membrane. Les microphones les plus utilisés dans l'industrie sont les microphones de pression.

8.2.1 Microphones électrostatiques

Parmi les microphones de pression, le microphone électrostatique est le microphone standard pour tout type de mesure acoustique, essentiellement pour des raisons de précision. Son principe est exposé dès 1880. Il s'agit d'un condensateur plan, à diélectrique à air, et de capacité variable sous l'action de la pression acoustique (Fig. 8.4.a). Deux électrodes métalliques composent ce condensateur, l'une indéformable, l'autre très mince (épaisseur de $5 \mu\text{m}$) constituant une sorte de diaphragme tendu et à faible distance de la première électrode (de l'ordre de $20 \mu\text{m}$). La vibration du diaphragme induit une variation de la capacité du condensateur. Afin de ne pas perturber la mesure par des variations de pression statique (lorsque les mesures sont effectuées à haute altitude ou dans des souffleries pressurisées par exemple), le microphone est équipé d'un évent (canal d'air) permettant ainsi à la pression dans la cavité du microphone de suivre celle à l'extérieur (Fig. 8.4.b). Le schéma électrique permet ensuite de convertir les variations de pression acoustique en signal électrique qui est ensuite amplifié par un pré-amplificateur.

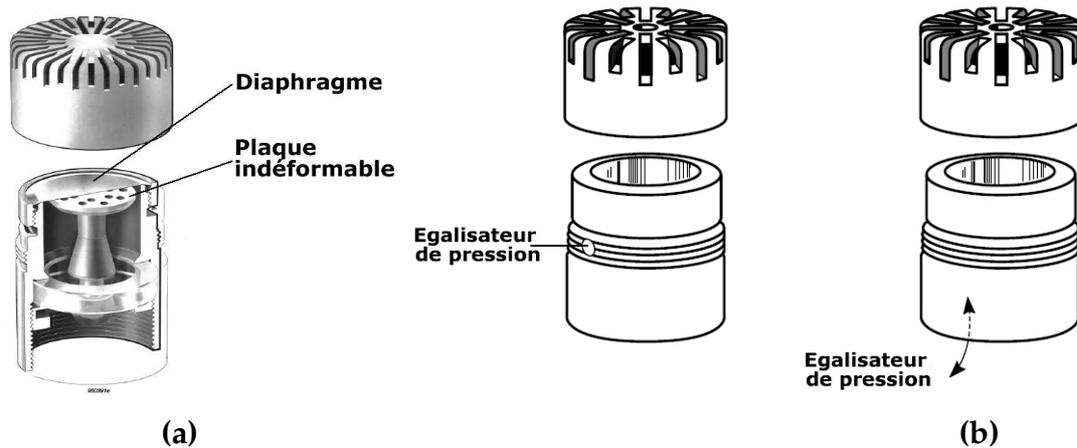


FIGURE 8.4 a, Microphone typique à condensateur ; b, principe d'égalisation des pressions interne et externe.
D'après Brüel & Kjær [6].

8.2.2 Type de mesure

Il existe trois types de mesures possibles à partir de microphones électrostatiques, caractérisant alors trois microphones distincts :

1. **Les microphones à champ libre** sont utilisés pour la mesure de bruit provenant d'une direction précise. La courbe de réponse fréquentielle est étudiée pour compenser les interférences des ondes dans la région proche du diaphragme. Le niveau sonore mesuré est alors identique à celui présent sans le microphone. Ces microphones sont largement utilisés dans les chambres anéchoïques (voir paragraphe 8.5).
2. **Les microphones à pression** ne compensent pas les interférences dues à la présence de la sonde. Ils mesurent la pression réelle sur le diaphragme. Ces microphones sont principalement montés en paroi, ou alors en champ libre s'ils sont orientés perpendiculairement à la direction de propagation des ondes sonores de la source étudiée.
3. **Les microphones aléatoires** sont sensibles aux ondes provenant de toutes les directions, et seront ainsi utilisés dans des chambres réverbérantes (voir paragraphe 8.5).

8.2.3 Taille des microphones

On note principalement 4 tailles de microphones (1 pouce, 1/2 pouce, 1/4 pouce, et 1/8 pouce) pour lesquels la sensibilité (exprimée en mV/Pa) diffère. Les microphones de plus grande taille présenteront une meilleure sensibilité, alors que les gammes de fréquences les plus larges seront disponibles sur des microphones de petite taille (Fig. 8.5.a).

La taille du capteur a aussi un impact sur la gamme des niveaux sonores accessibles. Les microphones de taille 1 pouce et 1/2 pouce sont performants dans la mesure de niveaux bas (proche de la frontière du domaine audible) mais sont limités

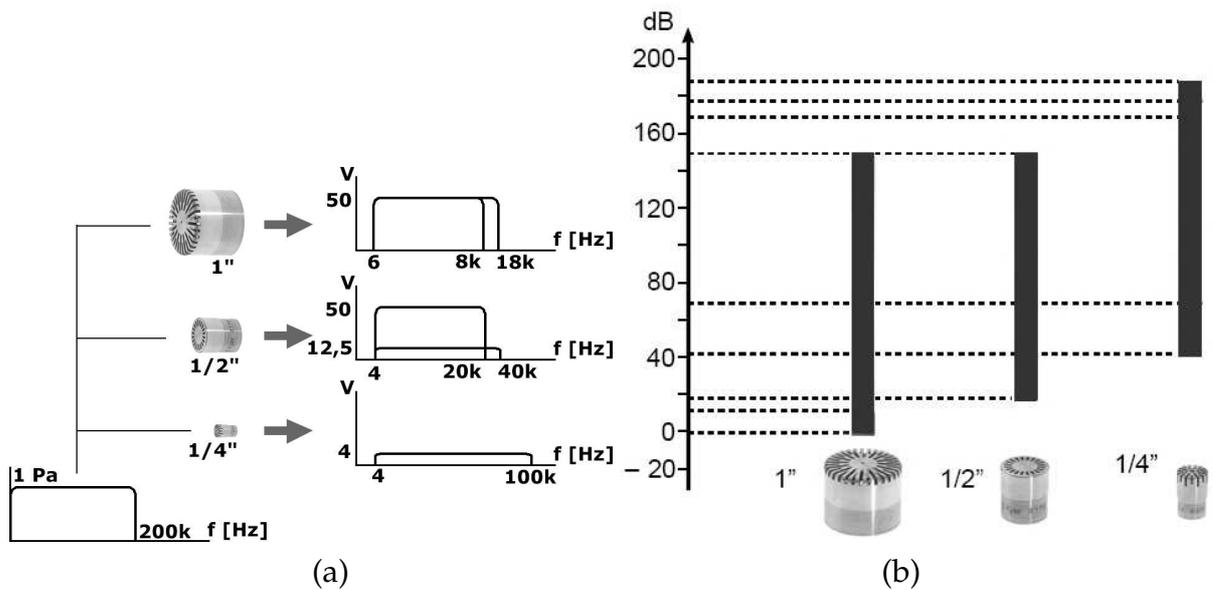


FIGURE 8.5 a, Gamme de fréquences de microphones de tailles différentes. On présente à chacun des microphones un bruit de 1 Pa sur une gamme de fréquence allant jusqu'à 200 kHz, et on note la réponse des microphones ; b, Dynamique de microphones de tailles différentes. D'après Brüel & Kjær. [6]

pour des niveaux sonores importants (Fig. 8.5.b). Cette gamme de niveaux pourra être approchée par des microphones de taille moindre.

8.2.4 Directivité

Les caractéristiques directionnelles d'un microphone représentent les variations de sensibilité en fonction de l'angle d'incidence. Cette information est généralement représentée par une polaire (Fig. 8.6). En basses fréquences, le microphone est presque parfaitement omnidirectionnel, alors qu'en hautes fréquences la sensibilité à mesurer des ondes provenant de l'arrière du microphone sera légèrement réduite.

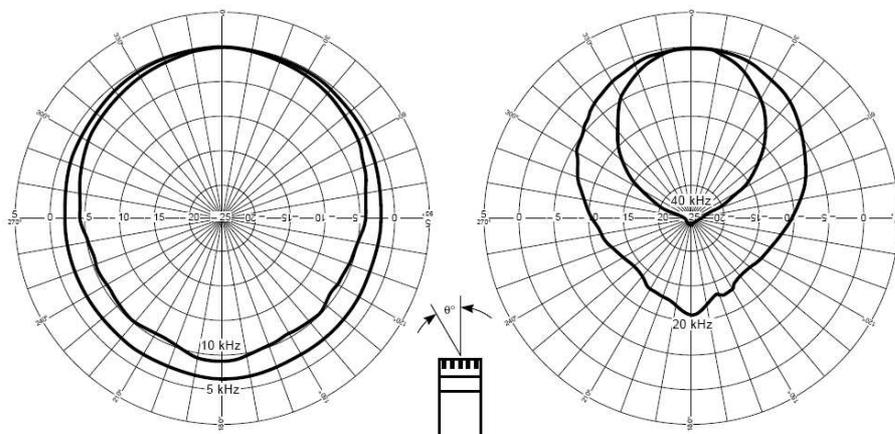


FIGURE 8.6 Directivité d'un microphone, normalisée sur une incidence nulle. D'après Brüel & Kjær [6].

8.2.5 Critères d'un microphone

Le choix d'un microphone dépend du type de bruit à mesurer (fréquence et niveau sonore). Néanmoins, dans tous les cas, il devra satisfaire des critères essentiels : (1) une stabilité importante quelles que soient les conditions d'environnement, (2) une réponse fréquentielle plate sur une large gamme de fréquences, (3) de faibles distorsions, (4) un bruit interne faible et (5) une sensibilité importante. Notons un dernier paramètre caractérisant un microphone, sa directivité.

8.2.6 Calibrage des microphones

Avant d'entamer toute mesure, il est important de calibrer le microphone pourvu du système de mesure (préamplificateur, câbles, etc.). Cette opération permet de vérifier la précision de la mesure par une comparaison avec une source dont on connaît la fréquence d'émission ainsi que son niveau sonore. Il existe deux types de calibration (Fig. 8.7). Le pistonphone produit une émission sonore de 124 dB à une fréquence 250 Hz produite par deux pistons actionnés par un moteur. Ce principe nécessite cependant une correction due à la pression atmosphérique, celle-ci pouvant être estimée à partir d'un baromètre fourni généralement avec le pistonphone. Un deuxième système de calibration acoustique utilise un petit haut-parleur produisant un niveau sonore à 94 dB à 1 kHz.

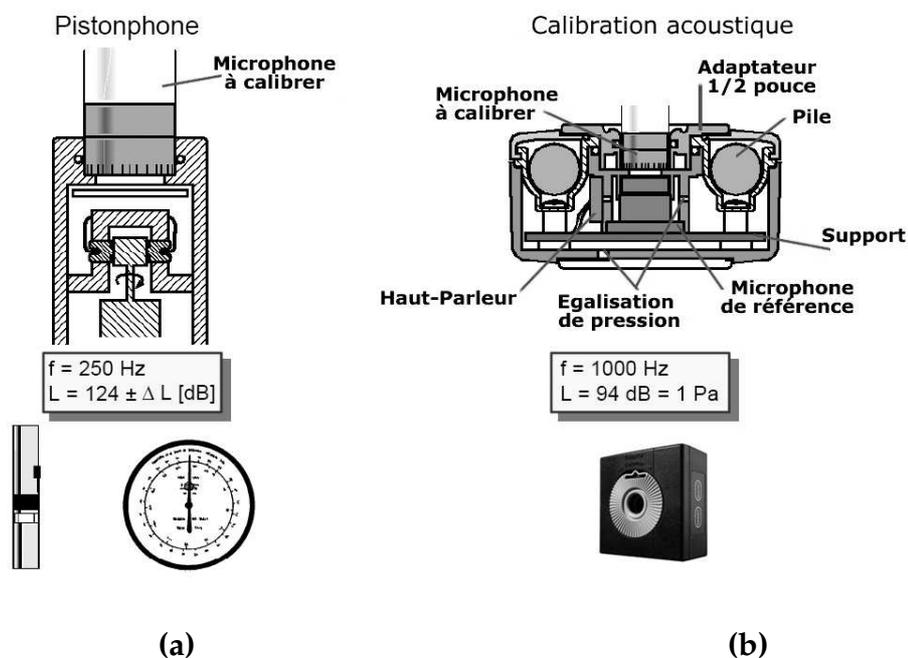


FIGURE 8.7 Éléments de calibration des microphones. a, pistonphone ; b, calibration acoustique. D'après Brüel & Kjær [6].

8.2.7 Sonomètre

Le microphone par son préamplificateur peut être branché à l'entrée d'un analyseur permettant ensuite d'effectuer un traitement du signal mesuré (Transformée de Fourier, niveau de pression, etc.) ou alors être placé à l'extrémité d'une tige d'extension reliée à un sonomètre (Fig. 8.8). Il s'agit d'un instrument de mesure répondant au son approximativement de la même façon que le fait l'oreille mais de façon objective. Après le premier amplificateur, le signal peut passer par un réseau de pondérations (A, B, C, ou D) et par des filtres d'octave ou tiers d'octave. L'information lue sur le galvanomètre est un niveau de pression. L'avantage du sonomètre est de pouvoir estimer un niveau sonore à partir d'un instrument peu encombrant et facile d'utilisation.



FIGURE 8.8 Sonomètre analyseur, type 2250 proposé par Brüel & Kjær [6].

8.3 Détermination expérimentale de l'intensité acoustique

La mesure d'intensité acoustique est très importante, car elle permet la localisation de sources (une telle mesure permet l'identification de la source sonore prépondérante parmi d'autres moins bruyantes), alors que la mesure de pression est incapable de le faire. Cette mesure a la particularité de pouvoir être effectuée à la fois en laboratoire ou *in-situ*. L'intensité acoustique peut être estimée à partir de la méthode des deux microphones (Fig. 8.9). Les deux microphones sont alignés selon l'axe des x , et distant d'une longueur Δx . Cet espace est complété par un matériau solide. Ce type de montage a montré de meilleures réponses en fréquences et en directivité que celui basé sur deux microphones placés l'un à côté de l'autre. Rappelons la définition de

l'intensité acoustique :

$$\vec{I} = p \vec{V}$$

pour laquelle la composante selon l'axe x est

$$I_x = pV_x \quad (8.1)$$

La vitesse peut être déterminée à partir de la projection selon x de l'équation d'Euler linéarisée :

$$\rho_0 \frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

soit

$$V_x = -\frac{1}{\rho_0 \Delta x} \int (p_A - p_B) dt$$

La pression de la relation (8.1) sera approchée par la moyenne des deux pressions mesurées sur les microphones, $(p_A + p_B)/2$. La composante selon x de l'intensité est finalement exprimée par la relation :

$$I_x = -\frac{p_A + p_B}{2\rho_0 \Delta x} \int (p_A - p_B) dt \quad (8.2)$$

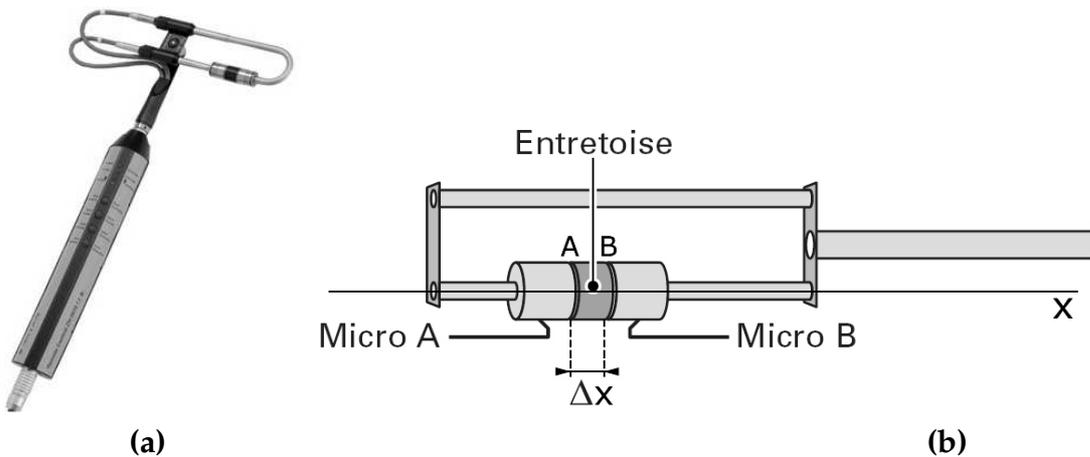


FIGURE 8.9 a, Sonde intensimétrique (d'après Brüel & Kjær [6]); b, Principe d'une sonde intensimétrique (d'après les Techniques de l'Ingénieur [30]).

L'exercice [E4] propose d'étudier le dispositif de mesure de l'intensité acoustique en présence d'ondes planes.

Remarques :

1. L'espacement entre les deux microphones est généralement de 6, 12, ou 50 mm. Le choix est guidé par la gamme de fréquences souhaitée (Fig. 8.10.a). En effet, lorsqu'il est important, l'écart entraîne des erreurs appelées **erreurs de biais**. Les deux microphones approximent le gradient de la courbe de la pression (Fig. 8.10.b). Pour les hautes fréquences, cette approximation est très éloignée du gradient réel. Pour obtenir une précision en-dessous de 1 dB, la longueur d'onde mesurée doit être plus importante que six fois l'espacement des microphones.

2. La pression étant un scalaire, sa mesure est indépendante de la direction d'incidence de l'onde, ce qui n'est plus le cas pour l'intensité qui est un vecteur. Les sondes intensimétriques présentent alors une directivité très marquée (Fig. 8.11). Une onde incidente à 90° de l'axe de la sonde ne sera pas mesurée. La forme de la directivité est une fonction du cosinus de la direction de l'intensité par rapport à l'axe.
3. Le mesurage, basé sur le gradient de pression, nécessite un appariement très précis en phase et en amplitude des deux microphones. Certains systèmes d'intensimétrie proposent des corrections.

La mesure basée sur l'utilisation de deux microphones en vis à vis permet la mesure d'un scalaire, alors que la plupart du temps le vecteur intensité est d'un grand intérêt. On peut dans ce cas répéter la mesure pour les deux autres axes de travail. Afin de rendre la mesure du vecteur plus pratique, une sonde tridimensionnelle a été développée par Patrat [29] au sein du Laboratoire d'Études Aérodynamiques de Poitiers. La sonde se compose d'une sphère de 30 mm de diamètre à la surface de laquelle affleurent six microphones électrostatiques de $1/4$ pouce matérialisant les trois axes d'un repère local de mesure (Fig. 8.12).

Notons que lorsque l'onde est très éloignée de la source qui la génère, elle devient plane. Dans ce cas précis, l'intensité est directement liée à la pression et peut donc être mesurée à l'aide d'un seul microphone.

8.4 Détermination expérimentale de la puissance acoustique

Les niveaux de pression ou d'intensité sont très efficaces pour décrire l'énergie associée à une onde sonore et identifiée en un point de l'espace. Par contre, ils ne sont pas adaptés à la description des caractéristiques de l'émission acoustique d'une source puisqu'ils dépendent de la distance à la source et de l'environnement (réflexions, etc.). Il est préférable, dans ce cas, d'étudier la puissance acoustique. La détermination de la puissance acoustique d'une source sonore peut être réalisée soit en déplaçant celle-ci dans une chambre anéchoïque ou semi-anéchoïque (si elle est trop lourde pour être suspendue), soit sur le lieu de résidence de la source si cette dernière ne peut être déplacée. Les normes associées à ces deux types de mesure sont respectivement les normes NF S 31-026 [1] et NF S 31-027 [2]. Les méthodes impliquées dans ces deux cas ne sont pas très différentes, et seules les corrections à apporter à la mesure et tenant compte de l'environnement autour de la source sont distinctes. Dans les deux cas l'estimation du niveau de puissance acoustique L_W repose sur la mesure du niveau de pression acoustique surfacique \bar{L}_p défini par la relation :

$$\bar{L}_p = 10 \log \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 10^{L_{p,i}/10} \right]$$

si les aires entourant les microphones sont égales ou

$$\bar{L}_p = 10 \log \left[\frac{1}{S} \sum_{i=1}^N S_i \times 10^{L_{p,i}/10} \right]$$

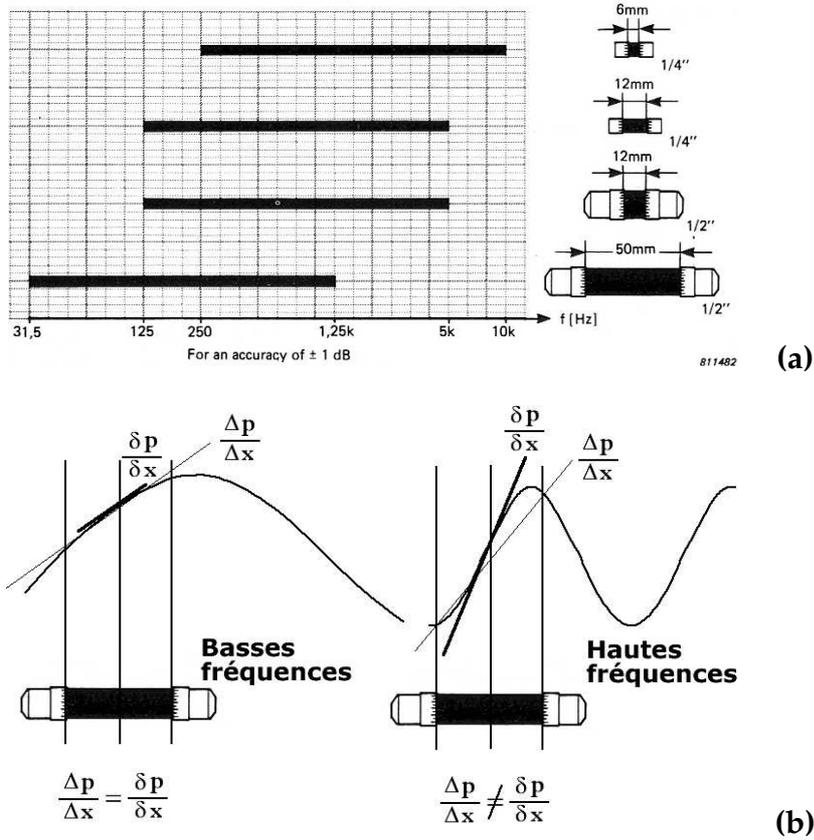


FIGURE 8.10 a, Gamme des fréquences accessibles par une sonde d'intensimétrie en fonction de l'espacement entre les deux microphones ; b, Erreur de biais dans les hautes fréquences (D'après Brüel & Kjær [6].)

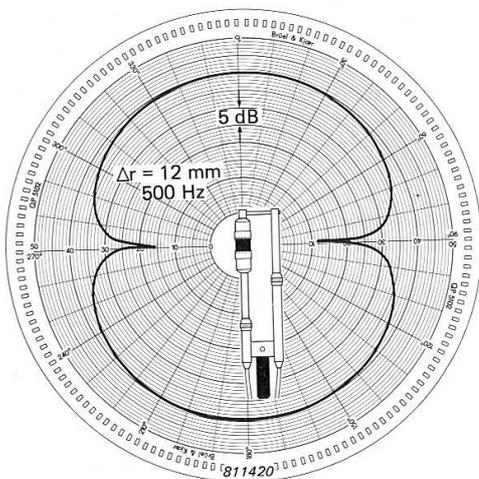


FIGURE 8.11 Directivité d'une sonde intensimétrique pour une fréquence de 500 Hz (D'après Brüel & Kjær [6]).

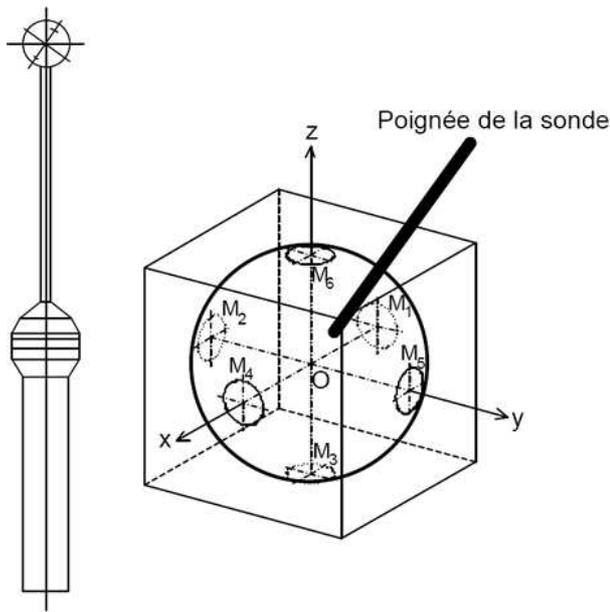


FIGURE 8.12 Sonde intensimétrique tridimensionnelle et disposition des microphones autour de la sphère (d'après Patrat [29]).

si les aires entourant les microphones sont inégales. Dans ces relations $L_{p,i}$ est le niveau de pression par bande résultante de la $i^{\text{ème}}$ mesure, N le nombre totale de mesures, S_i est l'aire partielle de la sphère associée à la $i^{\text{ème}}$ mesure, et S l'aire totale de la sphère de mesure.

Le niveau de puissance acoustique est ensuite prédit dans le cas de mesure en laboratoire dans une configuration de champ libre par la relation suivante :

$$L_W = \overline{L_p} + 10 \cdot \log \left(\frac{S_1}{S_0} \right) + C$$

avec S_1 l'aire de la surface de mesure (i.e. $S_1 = 4\pi R^2$ avec R le rayon de la sphère de mesure) et $S_0 = 1 \text{ m}^2$, et C un terme de correction tenant compte de l'influence de la température sur le terme ρc dès lors que les conditions atmosphériques de température et de pression sont éloignées de 20°C et 10^5 Pa . L'aire de la surface de mesure devient $S_1 = 2\pi R^2$ si les mesures sont réalisées des conditions de champ libre avec un plan réfléchissant.

Deux possibilités existent quant à l'utilisation des microphones permettant d'estimer l'intensité. Dans un premier cas, les microphones sont fixes et disposés sur la surface d'une sphère virtuelle (Figure 8.13.a). Dans un second cas un seul microphone est utilisé et balaye des trajectoires circulaires coaxiales (Figure 8.13.b). Cinq tours complets sont généralement réalisés.

La qualité de la détermination de la puissance acoustique repose très grandement sur l'hypothèse de champ libre et donc dépourvu de surfaces réfléchissantes dans les régions proches de la source. Cette condition n'est pas vérifiée dans tous les cas lorsque la mesure est réalisée *in situ*. Pour tenir compte du local une méthode de substitution peut être envisagée lorsqu'une seule machine fonctionne [3]. Pour cela une estimation de la puissance est réalisée à partir de la source à caractériser, puis une nouvelle mesure est effectuée une fois cette source remplacée par une seconde (de référence) dont la puissance acoustique est connue. La différence des deux niveaux de puissance permet une estimation de la puissance acoustique rayonnée par

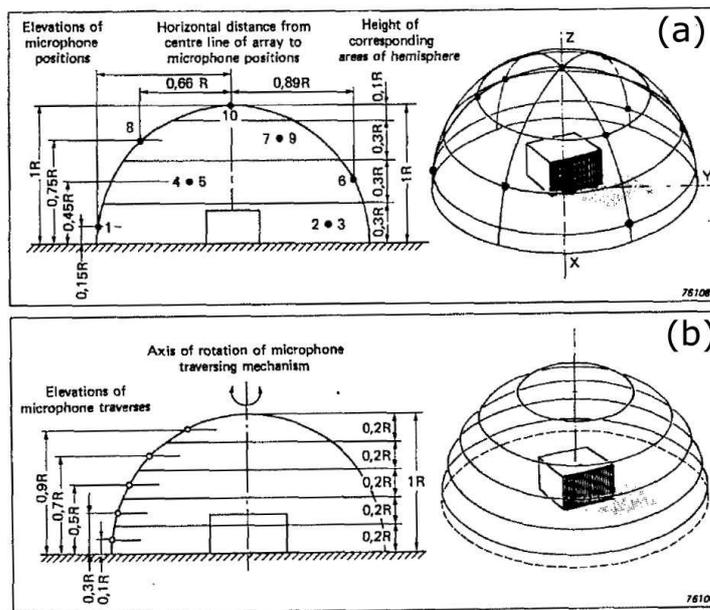


FIGURE 8.13 Positions des microphones sur des surfaces d'aires égales (haut) et chemins circulaires coaxiaux empruntés par le microphone (bas) (D'après Hassall *et al.* [18]).

la source à étudiée. Lorsque cette dernière ne peut pas être déplacée, une incertitude supplémentaire est introduite sur la valeur estimée de la puissance.

Les positions des microphones sur la sphère de mesure dictées par la norme NF S 31-026 [1] sont proposées sur la figure 8.14. Les distances relatives au centre la sphère pour les microphones sont rappelées dans ces illustrations. La norme rappelle également les conditions dans lesquelles les mesures doivent être réalisées afin de limiter les incertitudes de la mesure et gagner ainsi en précision. Par exemple le rayon de la sphère de mesure doit être au moins supérieur à deux fois la plus grande dimension de la source sans être inférieur à 1 m. Cette condition permet à l'utilisateur de réaliser des mesures dans le champ de rayonnement lointain de la source. Si la source sonore est habituellement équipée d'une table ou d'un bâti la norme stipule que ces éléments soient présents lors de la mesure, ces derniers pouvant rayonner consécutivement à une vibration induite par la source. De même si la source est posée au sol, il est préférable alors de réaliser des mesures en champ libre avec un plan réfléchissant.

La figure 8.15 propose la configuration de la sphère de référence dans le cas du rayonnement acoustique d'un jet d'air axisymétrique. Cette dernière propriété de l'écoulement et donc du rayonnement acoustique permet l'utilisation d'un arc de cercle (et non plus une sphère entière) comprenant plusieurs microphones. Cette étude peut aussi être menée dans une chambre semi-anéchoïque avec un sol très réfléchissant (Fig. 8.16.a). Dans ce cas, l'arc est centré au sol sur l'aplomb de la tuyère. L'absence de traitement acoustique entraîne des réflexions au sol. On peut alors considérer que le champ total résulte de la présence de la source principale ainsi que d'une source acoustique image, symétrique par rapport au sol et de même puissance que la source principale (Fig. 8.16.b). La source résultante se trouve dès lors au sol à l'aplomb de la tuyère (O).

8.5 Les mesures en laboratoire : chambres anéchoïque et réverbérante

Lorsqu'on désire identifier de façon acoustique une source sonore sans être perturbé par un bruit de fond trop important ou par la présence d'autres sources, on est amené à effectuer des mesures en laboratoires spécialisés. Ceux-ci sont pourvus de pièces dont les parois possèdent des propriétés acoustiques adaptées au paramètre mesuré. Les différents types de salle sont les suivantes :

1. **la salle anéchoïque ou chambre sourde**, salle d'essai dont les parois absorbent totalement tout son incident dans toute la gamme de fréquences intéressante, fournissant ainsi des conditions de champ libre sur toute la surface de mesure. Les parois sont généralement sous forme prismatique pour mieux piéger les ondes incidentes par réflexions multiples (Fig. 8.17.a). Les dimensions de ces chambres sont très importantes car il faut éviter d'effectuer des mesures en champ proche de la source. D'autre part, les conditions d'anéchoïcité (évolution de la pression en $1/r$ valable en champ libre) ne sont valables qu'au-dessus d'une certaine fréquence, fréquence de coupure f_c (sans aucun rapport avec celle introduite dans le chapitre concernant les propagations dans les tubes). Dans de telles conditions, on peut étudier la source sonore dans un espace clos comme si elle était en espace libre. La relation entre la pression mesurée et l'intensité est $I = p_{\text{eff}}^2 / \rho_0 c$.
2. **La salle semi-anéchoïque**, salle d'essai à sol dur, réfléchissant, dont les autres parois absorbent totalement le son incident dans le domaine de fréquences représentatif, donnant ainsi des conditions de champ libre au-dessus d'un plan réfléchissant sur toute la surface de mesure. Ce type de salle est très intéressant dès lors que l'on veut simuler le cas d'une source sonore en présence du sol (Fig. 8.17.b).
3. **La salle réverbérante**, salle dont les parois ont un coefficient d'absorption très faible assurant ainsi une très bonne réflexion des ondes (Fig. 8.17.c). Les réflexions sont tellement nombreuses et intenses que le champ de pression est uniforme dans la salle, sans les maximums et minimums dus aux réflexions isolées. D'autre part, les parois des chambres réverbérantes ne sont pas parallèles, pour améliorer l'homogénéité du champ de pression. Les ondes acoustiques se propageant dans toutes les directions, le vecteur intensité est nul. On peut néanmoins estimer la composante dans une direction (en ignorant sa composante opposée en direction et égale en norme) par la relation $I_x = p_{\text{eff}}^2 / 4\rho_0 c$.

8.6 Localisation des sources acoustiques

La connaissance de la puissance acoustique d'une source sonore n'est pas une donnée précieuse en vue d'une réduction du bruit qu'elle rayonne. Cette donnée n'est qu'une information sur l'énergie rayonnée dans l'espace. Il est alors nécessaire de mettre en place des méthodes permettant d'atteindre la puissance partielle sur un élément de surface et de localiser les sources prépondérantes d'un système. Cette localisation à partir d'une distribution des vecteurs-intensités dans le champ proche n'est pas efficace, les interprétations des résultats étant difficiles [21]. Il existe une autre technique plus efficace : l'holographie acoustique. Cette technique est basée sur la mesure de la pression acoustique complexe sur une surface placée dans le champ proche de la source permettant la reconstruction du champ acoustique tridimensionnel (Fig. 8.18). Cette surface est généralement appelée hologramme. La vibration des systèmes mécaniques génèrent des ondes se propageant dans les régions très éloignées de la source et des ondes évanescentes qui vont donc voir leur amplitude décroître très rapidement. Ces dernières ondes contiennent des informations très précieuses sur le champ acoustique existant à la surface des sources. De ce fait l'hologramme est placée à une distance très faible de la source (à moins de dix centimètres), et la pression, la vitesse, l'intensité vectorielle, et la puissance (sur la surface de mesure) sont estimées très rapidement.

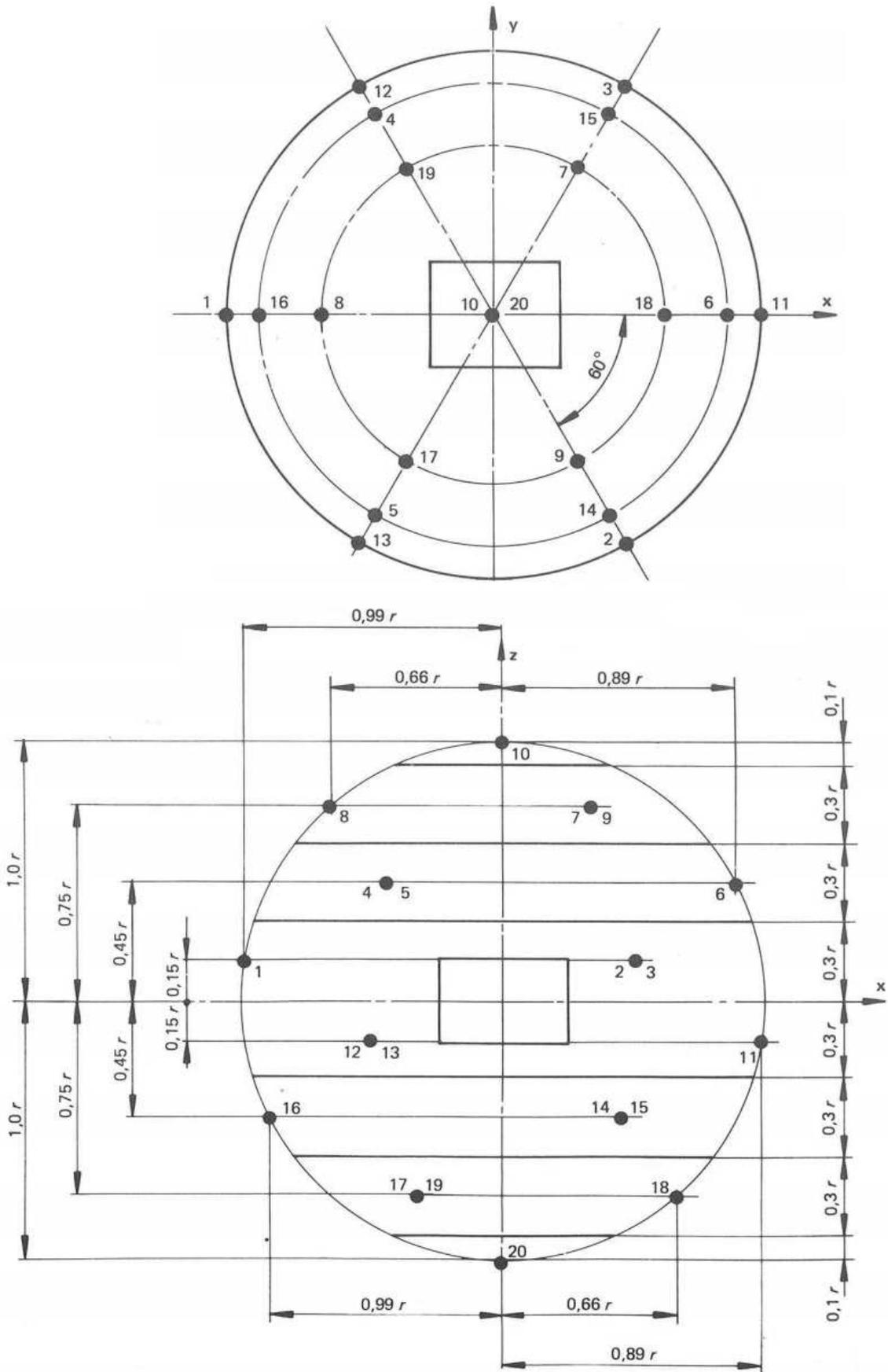


FIGURE 8.14 Positions de microphone en champ libre pour la détermination de la puissance acoustique d'une source sonore (haut, plan horizontal ; bas, plan vertical). D'après la norme AFNOR [1].

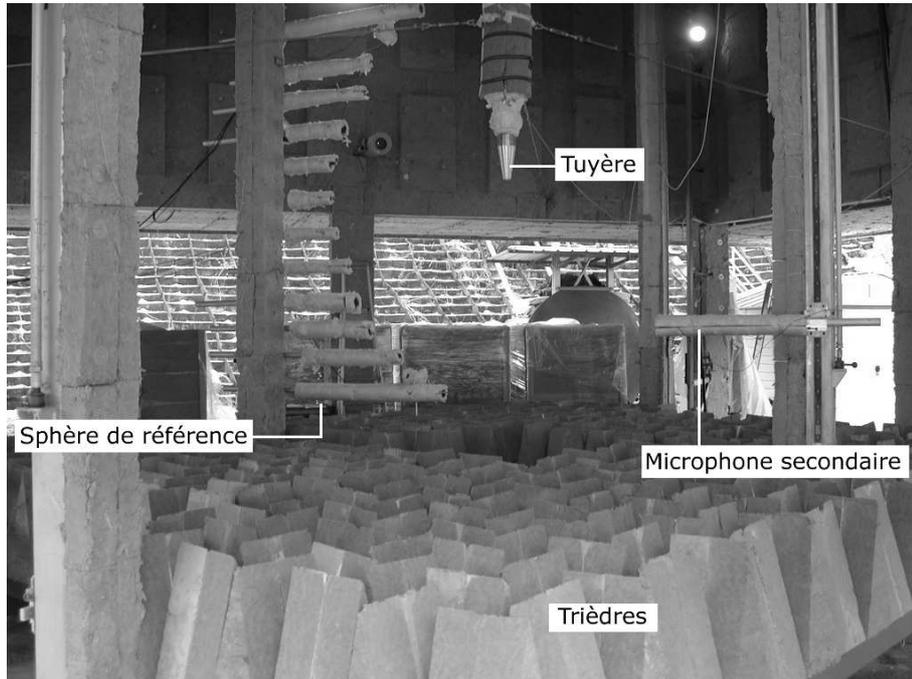


FIGURE 8.15 Principe de la détermination de la puissance acoustique d'un jet d'air supersonique axi-symétrique par intégration de l'intensité acoustique sur une surface de référence. On note la présence d'un microphone secondaire permettant de vérifier la propriété d'axisymétrie du champ rayonné. D'après Jordan [19].

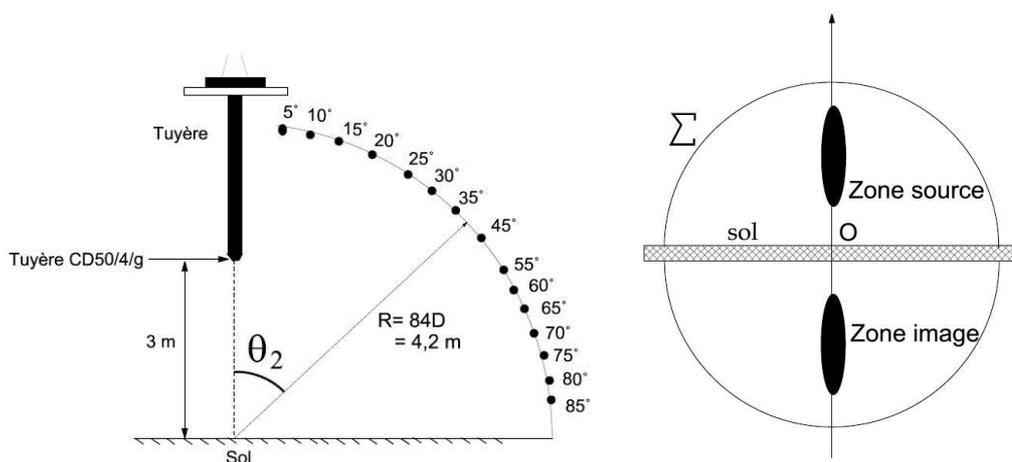
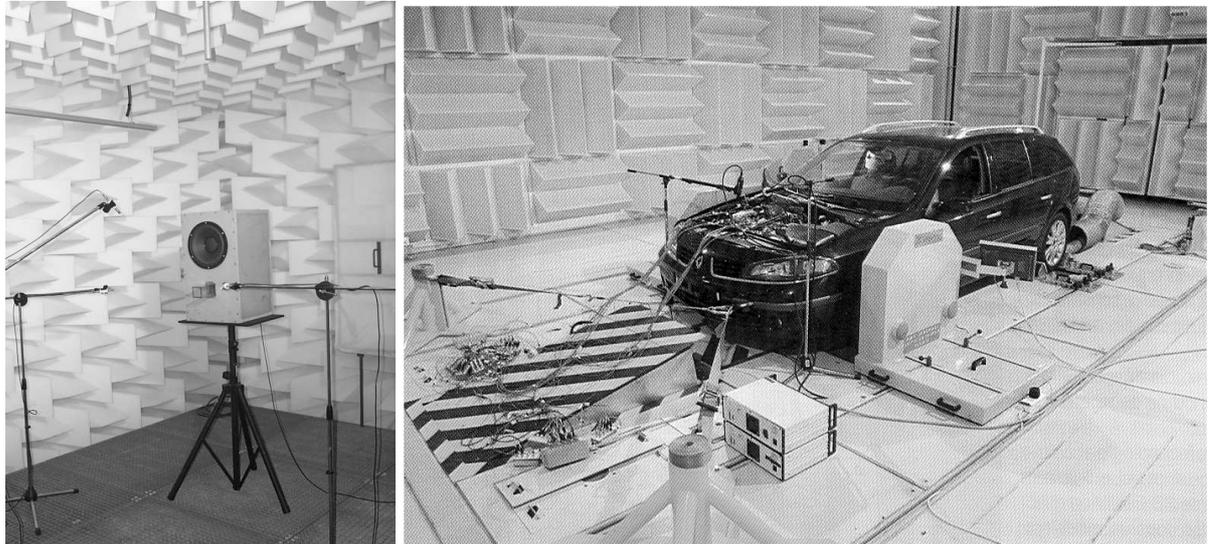


FIGURE 8.16 a, exemple de demi-sphère de référence pour la détermination de la puissance acoustique rayonné par un jet d'air (d'après Marchesse [23]); b, prise en compte de la présence d'une source image pour l'estimation de la puissance.



(a)

(b)



(c)

FIGURE 8.17 a, Chambre anéchoïque (Laboratoire d'Étude Aérodynamique de Poitiers) ; b, chambre semi-anéchoïque (Banc à rouleau semi-anéchoïque du Centre Technique de Renault à Lardy) ; c, Chambre réverbérante (Centre Européen de Technologies et Recherches en Acoustique et Matériaux, Angoulême).



FIGURE 8.18 Antenne acoustique pour la localisation de sources acoustiques (d'après Mesures [37]).

Bibliographie sommaire

– Acoustique

◇ **Que sais-je ? “Le bruit”**

BOTTE M.C. & CHOCHOLLE R., Presses universitaires de France ;

◇ **Brüel & Kjær**, documentation (www.bksv.fr) ;

◇ **Ondes acoustiques**

CHAIGNE A., Les éditions de l'école polytechniques ;

◇ **Sound and Sources of Sound**

Dowling A. P. & FLOWERS WILLIAMS J. E. ;

◇ **Acoustique fondamentale**

GERVAIS Yves, notes de cours.

◇ **Fundamentals of Acoustics**

KINSLER Lawrence E., 4th Edition, John Wiley & Sons Edition ;

◇ **The Theory of Sound**, J.W.S. Rayleigh, New-York Dover publication, 1945 ;

◇ **Rayonnement acoustique des structures**

LESUEUR Claude, Edition Eyrolles.

◇ **Les Techniques de l'ingénieur ;**

Bibliographie

- [1] NF S31-026 - détermination de la puissance acoustique émise par les sources de bruit - partie 5 : méthodes de laboratoire en salle anéchoïque ou semi-anéchoïque. afnor, août 1978.
- [2] NF S31-027 - détermination des niveaux de puissance acoustique émis par les sources de bruit - partie 6 : méthode de contrôle pour les mesures in situ. afnor, 1977.
- [3] NF S31-067 - détermination des niveaux de puissance acoustique émis par les sources de bruit - partie 7 : méthode de contrôle (classe 3) faisant appel à une source de référence. afnor, 1986.
- [4] Vitruve : de l'architecture. <http://remacle.org/bloodwolf/erudits/Vitruve/index.htm>. Accédé le 28/06/2018.
- [5] *American National Standard Preferred Reference Quantities for Acoustical Levels - ANSI SI.8-1969 (R1974)*. American National Standard Institute, New-York, 1974.
- [6] *Brüel and Kjær - Microphone handbook - Technical documentation (www.bksv.fr)*. 1996.
- [7] *Low-noise wind turbine design*. EWEA Workshop (Oxford), 2012.
- [8] M. ATIG. *Non-linéarité acoustique localisée à l'extrémité ouverte d'un tube*. PhD thesis, Thèse de l'université du Maine, 2004.
- [9] J.H. BOTSFORD. Sound levels to gauge human response to noise. *Journal of Sound and Vibrations*, 3(10) :16–28, 1969.
- [10] M.-C. BOTTE and R. CHOCHOLLE. *Le bruit*. Presses Universitaires de France (collection *Que sais-je ?*), 4ème édition, 1984.
- [11] M.E. BRYAN. *Infrasound and low frequency vibrations*. W. Tempest, 1976.
- [12] A. CHAIGNE. *Ondes acoustiques*. Édition de l'école polytechnique, 1 édition, 2003.
- [13] V. DEBUT. *Modélisation des fréquences propres d'un résonateur d'un instrument de musique de type clarinette*. ("Deux études d'un instrument de musique de type clarinette : analyse des fréquences propres du résonateur et calcul des auto-oscillations par décomposition modale"). PhD thesis, Thèse de l'université d'Aix Marseille 2, 2004.
- [14] G.T. FECHNER. *Element der Psychophysik*. Breitkopf and Härtel, Leipzig, 1860.
- [15] H. FLETCHER and W.A. MUNSON. Loudness, its definition, measurement and calculation. *Journal of the Acoustic Society of America*, 5 :82–108, 1933.
- [16] R. FLORIOT. *Les vases acoustiques du Moyen Âge*. Gap, Imprimerie Louis-Jean, 1964.

- [17] E. GOURLAY, C. FOY, and G. DUTILLEUX. étude bibliographique sur la gêne sonore due au bruit basse fréquence dans le bâtiment. In *Proceedings of Vibrations et Bruits basses fréquences*, Paris, Juin 2015.
- [18] J.R. HASSALL, K. ZAVERI, and M. PHIL. *Acoustic Noise Measurements*. Brüel & Kjær, 4th edition edition, 1979.
- [19] P. JORDAN. Directivité du champ acoustique d'un jet primaire de type turboréacteur ($m = 0,9$; $t_i = 900k$). *Projet Européen JEAN (LEA)*, 2002.
- [20] L. KINSLER, A. R. FREY, A. B. COPPENS, and J. V. SANDERS. *Fundamentals of Acoustics*. John Wiley & Sons, Inc., 4ème edition, 2000.
- [21] T. LOYAU, G. LOVAT, and H.S. ARBEY. Métrologie pour la réduction de bruit de machines – évolution et perspectives. *INRS, Cahier de notes documentaires n°150, 1er trimestre*, pages 39–45, 1993.
- [22] T. MALLET. *Acoustique des salles - le guide de référence du praticien*. Publication Georges Ventillard, 1 edition, 2005.
- [23] Y. MARCHESSE, Y. GERVAIS, and H. FOULON. Water injection effects on hot supersonic jet noise. *C. R. Ac. des Sciences*, 330 :1–8, 2002.
- [24] Y. MARCHESSE, Y. GERVAIS, and H. FOULON. Optical measurements of the temperature in a supersonic jet. *American Inst. of Aeronautics and Astronautics J.*, 41(3) :470–475, 2003.
- [25] A. H. MARSHALL and J. MEYER. The directivity and auditory impressions of singers. *Acustica.*, 58 :131–140, 1985.
- [26] W. H. MARTIN. Decibel – the name for the transmission unit. *Bell Labs Technical Journal*, 8(1) :1–2, 1929.
- [27] J. MEYER and J. MEYER. Directivity of the bowed stringed instruments and its effect on orchestral sound in concert halls. *The J. of the Acoustical Soc. of America.*, 51(6B) :1994–2009, 1972.
- [28] I. NEWTON. *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Par feu Madame la marquise du Chastelet chez Desaint & Saillant et Lambert, imprimeurs, Paris, 1687.
- [29] J. C. PATRAT. Intensimétrie acoustique tridimensionnelle à l'aide d'une sonde sphérique : application à la localisation de sources de bruit. *Rapport interne (CEAT-Poitiers)*, 1994.
- [30] G. REIGNER. Mesures acoustiques *in situ* - bâtiment et environnement. *Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et Contrôle*.
- [31] M. RIVAL. *Les grandes expériences scientifiques*. Edition du Seuil (ISBN : 2020228513), 1998.
- [32] E. SHOWER and R. BIDDULP. Differential pitch sensitivity of the ear. *J. Acoust. Soc. Am.*, 3 (1A) :275–287.
- [33] S. S. STEVENS. Psychophysics and the measurement of loudness. In *Proceedings of 6th International Congress on Acoustics*, Tokyo, 1968.

- [34] J. C. VALIÈRE, E. DUPUY, and C. FERON. Etude du mot résonance et des mots de même base à partir du xvème siècle (textes techniques, traduction de vitruve par jean martin). In *Proceedings of 13ème Congrès Français d'Acoustique*, Le Mans, Avril 2016.
- [35] J. C. VALIÈRE, B. PALAZZO-BERTHOLON, D. FIALA, and V. ZARA. L'effet des pots acoustiques du caveau phonocamptique de la cathédrale de noyon : analyse modale et performance chantée. In *Proceedings of 13ème Congrès Français d'Acoustique*, Le Mans, Avril 2016.
- [36] R.N. VASUDEVAN and H.G. LEVENTHALL. A study of annoyance due to low frequency noise in the home. *J. of Low Frequency Noise and Vibration*, 1(3) :157-164.
- [37] M.L. ZANI. L'holographie acoustique, un retour au source...de bruit. *Mesures*, 755 :49-52.

Annexes

A.1 Nombres complexes

Soit x et y des variables réelles, et posons $j = \sqrt{-1}$. Nous pouvons alors écrire :

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

ainsi

$$\cos \theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \quad \sin \theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

D'autre part, si $\tilde{f} = x + jy = Ae^{j\theta}$, alors les parties réelle et imaginaire valent respectivement :

$$\mathcal{Re}(\tilde{f}) = x = A \cos \theta \quad \mathcal{Im}(\tilde{f}) = y = A \sin \theta$$

La norme de \tilde{f} , l'angle θ que fait le nombre complexe avec l'axe des réels, et le conjugué peuvent être exprimés par les relations suivantes :

$$|\tilde{f}| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \quad \tilde{f}^* = x - jy = Ae^{-j\theta}$$

Posons

$$\tilde{f} = Fe^{j(n\omega t + \theta)} \quad \tilde{g} = Ge^{j(n\omega t + \psi)}$$

alors

$$|\tilde{f}\tilde{g}| = FG$$

de plus la moyenne temporelle sur une durée T vaut

$$\overline{\tilde{f}\tilde{g}} = \frac{1}{2} \mathcal{Re}(\tilde{f}^* \tilde{g}) = \frac{1}{2} \mathcal{Re}(\tilde{f}\tilde{g}^*) = \frac{1}{2} FG \cos(\theta - \psi)$$

A.2 Opérateurs

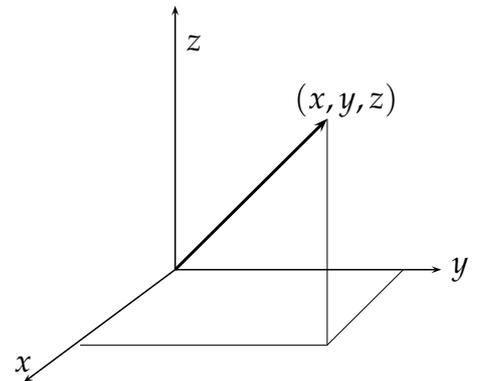
A.2.1 Coordonnées cartésiennes

$$dV = dx dy dz$$

$$\vec{\text{grad}} A = \frac{\partial A}{\partial x} \vec{x} + \frac{\partial A}{\partial y} \vec{y} + \frac{\partial A}{\partial z} \vec{z}$$

$$\text{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$



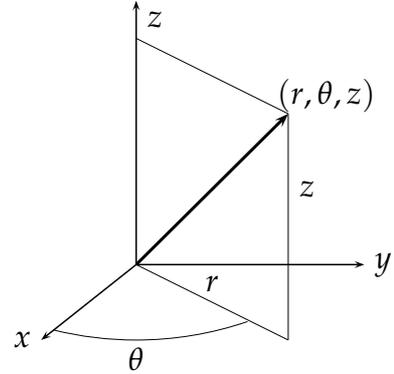
A.2.2 Coordonnées cylindriques

$$dV = r dr d\theta dz$$

$$\vec{\text{grad}}A = \frac{\partial A}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial A}{\partial z} \vec{z}$$

$$\text{div} \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta) + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$



A.2.3 Coordonnées sphériques

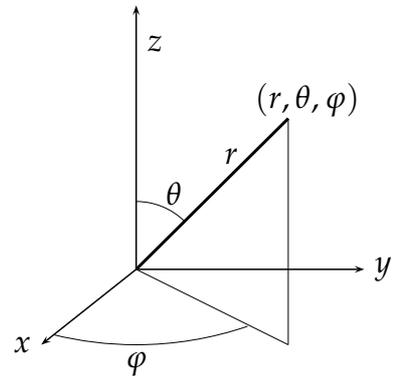
$$dS = R^2 \sin \theta d\theta$$

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$$

$$\vec{\text{grad}}A = \frac{\partial A}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$$

$$\text{div} \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

$$\Delta f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$$



A.3 Les fonctions de Bessel

L'équation de Bessel pour l'entier m

$$x^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + x \frac{\partial y}{\partial x} + (x^2 - m^2) y = 0$$

a deux solutions indépendantes. Les formes standardisées sont

- $J_m(x)$, la fonction de Bessel de première espèce d'ordre m ;
- $Y_m(x)$, la fonction de Bessel de deuxième espèce d'ordre m ;

avec J_m régulière en $x = 0$, et Y_m singulière en $x = 0$. Les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0 et sont tracés sur la figure A.1. Les valeurs annulant ces

fonctions, appelées zéros de la fonction de Bessel, sont données dans le tableau A.1. Les valeurs annulant la dérivée première, les extrémums, sont dans le tableau A.2.

Tableau A.1 Zéros de la fonction de Bessel de première espèce, $J_m(j_{mn}) = 0$.

		j_{mn}					
		0	1	2	3	4	5
m	n						
	0	—	2.40	5.52	8.65	11.79	14.93
	1	0	3.83	7.02	10.17	13.32	16.47
	2	0	5.14	8.42	11.62	14.80	17.96
	3	0	6.38	9.76	13.02	16.22	19.41
	4	0	7.59	11.06	14.37	17.62	20.83
5	0	8.77	12.34	15.70	18.98	22.22	

Tableau A.2 Extrémums de la fonction de Bessel de première espèce, $J'_m(j'_{mn}) = 0$.

		j'_{mn}				
		1	2	3	4	5
m	n					
	0	0	3.83	7.02	10.17	13.32
	1	1.84	5.33	8.54	11.71	14.86
	2	3.05	6.71	9.97	13.17	16.35
	3	4.20	8.02	11.35	14.59	17.79
	4	5.32	9.28	12.68	15.96	19.20
5	6.41	10.52	13.99	17.31	20.58	

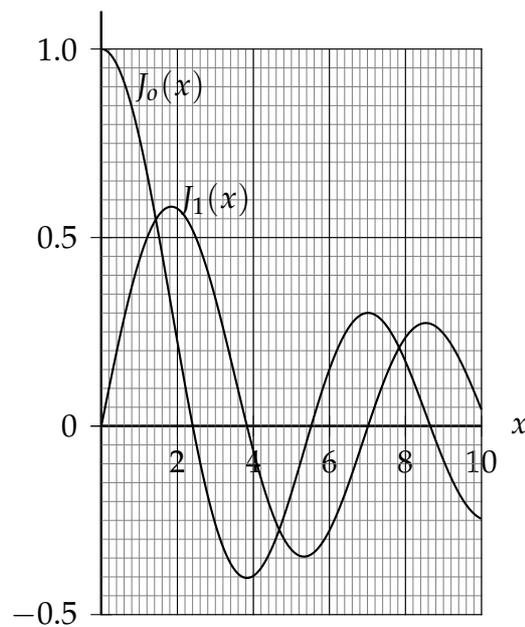


FIGURE A.1 Fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 1.

Traduction de termes techniques anglais

Cette annexe propose la traduction de termes techniques anglais souvent utilisés en acoustique.

Traduction anglais-français

A

Absorption coefficient	Coefficient d'absorption
Acoustics	l'acoustique
Adiabatic	Adiabatique
Admittance	Admittance
Anechoic chamber	Salle anéchoïque
Angular frequency	Vitesse angulaire
Antinode	Antinœud

B

Bandwidth	Largeur de bande
-----------	------------------

C

Continuity equation	Équation de continuité
Cutoff frequency	Fréquence de coupure

D

Density	Masse volumique
Dipole	Dipôle

E

Effective	Efficace (amplitude)
Equation of state	Équation d'état

F

Far field	Champ lointain
Fluid	Fluide

I

Impedance	Impédance
Intensity	Intensité

Traduction anglais-français (suite)

Intensity transmission coefficient	Coefficient de transmission en intensité
Isothermal	Isotherme
Isotropic	Isotrope

L

Liquid	Liquide
Limits of integral	Bornes d'intégrale
Lobe	Lobe

M

Mass flow rate	Débit massique
Material derivative	Dérivée particulière
Material domain	Domaine matériel
Momentum	Quantité de mouvement
Momentum equation	Bilan de quantité de mouvement
Monopole	Monopôle
Motion	Mouvement

N

Near field	Champ proche
Newtonian fluid	Fluide Newtownien
Nodal surface	Plan nodal
Node	Nœud
Noise	Bruit

P

Particle	Particule
Pressure	Pression
Power	Puissance
Power reflection coefficient	Coefficient de réflexion en puissance

R

Radiation	Rayonnement
Ratio of heat capacities	Rapport des capacités thermiques
Reactance	Réactance
Reflection coefficient	Coefficient de réflexion
Resistance	Résistance
Resonance	Résonance
Resonance frequency	Fréquence de résonance
Resonator	Résonateur

Traduction anglais-français (suite)

Reverberation	Réverbération
Reverberation chamber	Salle de réverbération

S

Sound	Son
Sound level	Niveau sonore
Sound pressure level	Niveau de pression
Source	Source
Source strength	Débit acoustique (Q)
Specific acoustic impedance	Impédance spécifique
Specific gas constant	Constante des gaz parfaits
Spectrum	Spectre
Speed of sound	Célérité
Standing wave	Onde stationnaire
Substitution	Changement de variable (pour le calcul d'une intégrale)
Sudden contraction or expansion	Contraction ou élargissement brusque

T

Time averaged	Moyenne temporelle
Time derivative	Dérivée par rapport au temps
Time rate of change	Dérivée par rapport au temps
Transmission	Transmission
Transport equation	Équation de transport

U

Universal gas constant	Constante universelle des gaz
------------------------	-------------------------------

V

Variable of integration	Variable d'intégration
Velocity	Vitesse
Viscosity	Viscosité

W

Wave	Onde
Wave number	Nombre d'onde
Wavelength	Longueur d'onde
Weighting	Pondération