
Mécanique des fluides

Yann MARCHESSE

ECAM LaSalle

40 Montée Saint-Barthélemy

69321 Lyon Cedex 05

www.ecam.fr

Yann Marchesse
Pôle Énergétique / LabECAM
ECAM LASALLE
40 Montée St.-Barthélemy
69321 Lyon Cedex 05

Mécanique des fluides

Document réalisé à partir de L^AT_EX
Date de compilation du document : 22 mars 2023

Sommaire

1	Définitions et rappels	3
1.1	Généralités	3
1.2	Conservation de la masse	11
1.3	Bilan de quantité de mouvement	12
1.4	Théorème de Bernoulli	15
1.5	Pertes de charge	16
1.6	Présence d'une machine dans le réseau hydraulique	28
1.7	Mesure du débit dans les conduites	29
2	Réseaux hydrauliques	35
2.1	Choix des conduites	35
2.2	Constitution d'un réseau hydraulique	37
2.3	Courbe caractéristique d'un circuit hydraulique	37
3	Les vannes	47
3.1	Exemples de vannes	47
3.2	Caractéristiques hydrauliques des vannes	48
3.3	Course de la vanne	50
3.4	Modification de l'écoulement au passage d'une vanne	53
3.5	Mesure des coefficients des vannes	54
3.6	Application au cas de l'écoulement de la section 3.4	56
3.7	Recommandations pour le dimensionnement des vannes	58
3.8	Application	59
4	Principe de fonctionnement des pompes rotodynamiques	61
4.1	Généralités sur les turbomachines	62
4.2	Généralités sur les pompes rotodynamiques	65
4.3	Courbes de la charge manométrique en fonction du débit	69
4.4	Point de fonctionnement	74
4.5	Puissances et rendements	75
4.6	Vitesse spécifique	78
4.7	Similitudes	83
4.8	Choix d'une pompe	85
4.9	Accessoires pour une installation hydraulique	87
4.10	La cavitation	88

4.11	Analyse interne d'une pompe centrifuge	97
4.12	Analyse d'une pompe axiale	113
4.13	Adaptation des conditions de fonctionnement	119
5	Analyse Dimensionnelle	123
5.1	Équations de Navier-Stokes sans dimension	123
5.2	Produits sans dimension déterminant des écoulements similaires	124
5.3	Théorème de Vaschy-Buckingham ou Théorème π	126
5.4	Similitude	129
5.5	Récapitulatif	132
6	Introduction à l'aérodynamique	133
6.1	La résultante aérodynamique	134
6.2	Origine de la portance	137
6.3	Origine des forces de résistance (traînée)	138
6.4	Étude simple de la couche limite	142
6.5	Coefficients sans dimension	154
6.6	Effets transitoires aérodynamiques	165
6.7	Estimations des efforts aérodynamiques	165
7	Phénomènes transitoires dans les conduites	175
7.1	Origine des phénomènes transitoires	176
7.2	Conséquences des phénomènes transitoires	176
7.3	Équations générales du mouvement dans une conduite en régime transitoire	177
7.4	Coup de bélier de masse	178
7.5	Coup de bélier d'ondes	185
7.6	Considérations pratiques – identification du type de coup de bélier	195
7.7	Moyens de protection des conduites	195
7.8	Méthode graphique de Bergeron	201
	Bibliographie sommaire	219

Chapitre 1

Définitions et rappels

Le but de ce chapitre est d'une part de rappeler les deux expressions mathématiques obtenues par application de la conservation de la masse et du bilan de quantité de mouvement, deux principes fondamentaux de la mécanique des fluides. Ces expressions seront écrites sous les formes intégrales et locales. On rappellera ensuite le théorème de Bernoulli utile à toute étude d'écoulements dans les canalisations. Enfin, le phénomène de pertes de charge sera abordé. Toutes ces notions seront utilisées par la suite dans le document. On attachera une importance non négligeable aux équations de conservations de masse et de quantité de mouvement, celles-ci après quelques hypothèses avérées se déclinant en de multiples expressions non moins utiles. Notons qu'écrire ces grands principes est une première étape, les comprendre en est une autre. En effet, la théorie insuffisante pour construire des machines permet au moins de s'en servir intelligemment et les transformer si besoin est.

1.1 Généralités

Cette partie présente brièvement quelques aspects liés à la physique des écoulements. Ceci nous permettra essentiellement de définir le concept de particule fluide basé sur l'hypothèse d'un milieu continu. Celle-ci est très utile car le mouvement d'un fluide peut alors être décrit sans faire l'analyse détaillée de la dynamique des particules discrètes qui le composent.

1.1.1 Quelques hypothèses

Hypothèse de continuité : les propriétés d'un milieu, qu'il soit solide ou fluide, ne sont pas uniformément distribuées. Cette distribution apparaît d'autant moins uniforme que l'échelle d'observation est petite. Dans le cadre de notre étude, on se place à une échelle telle qu'un élément de volume appelé **particule fluide**, suffisamment petit pour que la mesure puisse être considérée comme locale, soit suffisamment grand pour contenir un grand nombre de molécules. La matière apparaît alors comme un **milieu continu**. Les quantités associées à la matière, telles que la vitesse, la pression et la température sont considérées comme réparties sur tout le domaine d'étude. On les représente par des fonctions continues. L'hypothèse d'un milieu continu ne permet donc pas l'étude des écoulements à basse densité, des écoulements à travers les milieux poreux et des phénomènes d'ondes de choc (ceux-ci se caractérisant par des discontinuités des propriétés de l'écoulement telles que la température, la pression,...).

Homogénéité et isotropie : une spécificité du fluide est d'être un état condensé mais désordonné de la matière. Il est alors naturel de supposer ses propriétés physiques comme étant identiques en tout point du domaine d'étude (homogénéité) et demeurant indépendantes d'un changement de direction (isotropie).

1.1.2 Définition des écoulements

Les écoulements abordés dans ce document sont des écoulements internes, c'est à dire qu'ils prennent place dans des canalisations fermées et sont donc entièrement entourés d'une paroi (*i.e.* la conduite du réseau hydraulique). Ils peuvent être de natures très différentes (laminaires ou turbulents, permanents ou instationnaires, incompressibles ou compressibles, par exemple) et présenter alors des caractéristiques intrinsèques conduisant à certaines modifications des équations de bilan. Parmi les types d'écoulements généralement observés, on peut noter :

- ★ les écoulements **laminaires**. Ce sont des écoulements pour lesquels le brassage (ou mélange) des particules fluides est très faible. Dans les conduites circulaires ceci est caractérisé par un profil de vitesse parabolique (Figure 1.1). Au contraire lorsque l'écoulement est **turbulent**, le brassage devient très important et le profil de vitesse est alors droit caractérisant donc un gradient de vitesse très important dans la région proche de la paroi. Lorsque la vitesse est augmentée, ces deux régimes sont séparés par un régime de transition dans lequel la forme de l'écoulement passe de celui observé dans le régime laminaire vers celui du régime turbulent.
- ★ les écoulements **stationnaires** ou **permanents**. Dans ce cas, les variables telles que la vitesse ou la pression de l'écoulement dans une section droite de la conduite sont indépendantes du temps. Cette condition entraînent la conservation du débit dans le réseau si celui-ci comporte une unique conduite. Si au contraire, dans cette section, la vitesse ou la pression évolue avec le temps, l'écoulement est dit **instationnaire** ou **transitoire**.

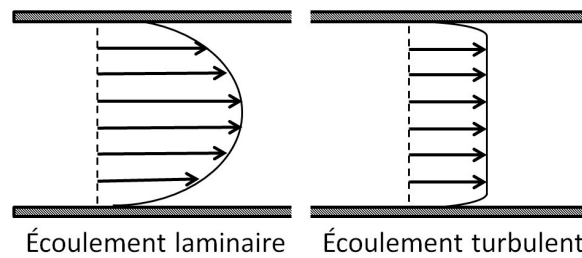


FIGURE 1.1 : Profils de vitesse d'écoulements laminaire (gauche) et turbulent (droite).

- ★ les écoulements **unidimensionnels**. Le champ de vitesse de l'écoulement ne dépend dans ce cas que d'une variable d'espace et du temps. Les vitesses et les pressions sont dès lors uniques dans les sections perpendiculaires à la direction commune.
- ★ les écoulements **incompressibles** ou **compressibles**. De façon généralisée, la masse volumique d'un fluide varie au cours du temps dans un écoulement. Les amplitudes de ces variations peuvent avoir un effet important ou non sur le comportement de l'écoulement. Le critère habituellement utilisé pour caractériser l'importance de cet effet est basé sur le rapport entre la vitesse de l'écoulement et la célérité du fluide, *i.e.* V/c . Dans le cas d'écoulements permanents, pour des valeurs de ce rapport supérieures à 0,2 il est admis que les effets de compressibilité du fluide ne sont plus négligeables. Dans le chapitre suivant, les vitesses d'écoulement d'eau sont de l'ordre de l'unité, ce rapport devient alors égal à $1/1000$, les écoulements seront donc considérés comme incompressibles dans les canalisations. Les effets de compressibilités peuvent tout de même apparaître dans ces écoulements si un phénomène très bref surgit. Il s'agit-là du propos du chapitre "Phénomènes transitoires dans les conduites".
- ★ Un écoulement **plan** est tel qu'en chaque point, le vecteur vitesse possède une composante constamment nulle dans une direction donnée et garde même grandeur et même direction suivant la perpendiculaire à ce plan ;

1.1.3 Les contraintes appliquées aux particules fluides

Les particules fluides d'un écoulement ne sont pas isolées, mais interagissent entre elles en échangeant de la quantité de mouvement. Ce paragraphe se propose de caractériser les contraintes mises en jeu. Considérons pour cela une surface élémentaire dS située dans un écoulement. Les efforts \vec{dF} exercés sur cette surface par les particules fluides voisines permettent de définir un vecteur unitaire d'effort (ou densité surfacique d'effort) \vec{T} tel que $\vec{dF} = \vec{T} dS$ appelé **vecteur contrainte** (Figure 1.2), et lié au tenseur des contraintes $\vec{\bar{\sigma}}$, tenseur d'ordre deux, tel qu'en tout point M on ait :

$$\vec{T} = \vec{\bar{\sigma}} \vec{n} \quad \text{ou} \quad T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (1.1)$$

Le tenseur des contraintes rassemble tous les efforts s'exerçant sur les surfaces des particules fluides¹. Ces contraintes sont caractérisées par des efforts normaux liés à la pression et tangents à la surface appelées contraintes de cisaillement.

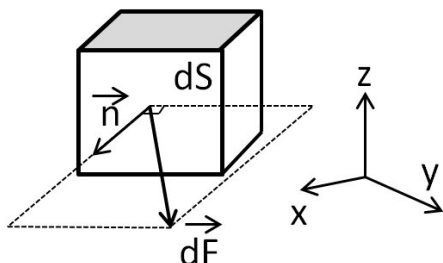


FIGURE 1.2 : Définition du vecteur contrainte s'appliquant sur la surface dS .

Contraintes de pression : la pression agit de façon isotrope sur le fluide, et sa valeur ne dépend que de l'état thermodynamique du fluide. Lors d'un écoulement, les modifications de la géométrie (*i.e.* rétrécissement ou élargissement), par exemple, peuvent modifier la valeur locale de la pression. De ce fait les particules fluides dans cette région vont subir des actions normales à leur surface (Figure 1.3). La contrainte liée à la pression s'écrit sous forme indicée $-p\delta_{ij}$ où δ_{ij} est le tenseur de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ si $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ sinon). Une autre écriture est possible sous forme matricielle :

$$-p\bar{\delta} = - \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix}$$

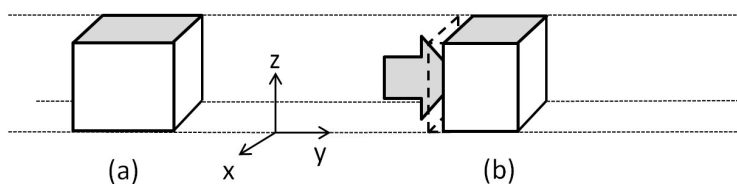


FIGURE 1.3 : Volume de fluide parallélépipédique initialement au repos (gauche) et comprimé sous l'effet de la pression (droite).

Contraintes de cisaillement : dans un écoulement, les particules fluides sont en mouvement et sont en contact entre elles. Les contraintes s'appliquant sur leur surface externe génèrent alors une déformation de leur volume au cours du temps. Considérons par exemple une particule fluide initialement au repos et de forme cubique (Figure 1.4.a). Si l'écoulement, dans lequel la particule fluide est totalement immergée, est caractérisé uniquement par un gradient de vitesse selon x (*i.e.* $\partial u_y / \partial x \neq 0$ dans l'exemple traité), le volume sera déformé par la contrainte exercée par l'écoulement

1. À ces efforts, il faut rajouter ensuite les efforts s'appliquant sur le volume de la particule fluide (les efforts de pesanteur par exemple).

(Figure 1.4.b). Cette déformation est caractérisée par un **taux de déformation** exprimé de façon généralisé en fonction du champ de vitesse :

$$d_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (1.2)$$

Il existe donc un lien entre la contrainte de cisaillement et le taux de déformation *via* la viscosité, propriété physique intrinsèque au fluide.

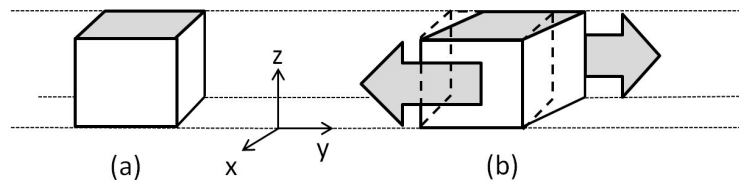


FIGURE 1.4 : Volume de fluide parallélépipédique initialement au repos (gauche) et cisailé (droite).

Les fluides peuvent être classés en fonction de l'évolution de la contrainte de cisaillement vis à vis du taux de déformation. Lorsque cette relation est linéaire, le fluide est dit **newtonien** (Figure 1.5) et le rapport est égal à la viscosité dynamique constante dans ce cas vis à vis du taux de cisaillement et donnée en Pa.s :

$$\mu = \frac{\text{contrainte de cisaillement}}{2(\text{taux de déformation})}. \quad (1.3)$$

Une autre unité courante de la viscosité dynamique est le Poise (P) ou le centiPoise (cP) telle que $1 \text{ cP} = 10^{-3} \text{ Pa.s}$. Le rapport de la formulation (1.3) est constant pour des fluides tels que l'air et l'eau. Ainsi dans un écoulement complexe pour lequel celui-ci subit des accélérations et des changements de direction, le taux de cisaillement local variable n'affecte pas la valeur de la viscosité. Si cette fois la contrainte n'évolue plus linéairement avec le taux de déformation, la viscosité peut alors voir sa valeur augmenter ou diminuer selon le taux de déformation. Le fluide devient non newtonien. Si la viscosité du fluide diminue, ce qui est très régulièrement observé, le fluide est dit rhéo-fluidifiant. Dans le cas contraire, ce qui est plus rarement observé, le fluide est dit rhéo-épaississant (Figure 1.5). Ceci est généralement lié à la présence d'un fluide très compact en absence de cisaillement et qui se dilate ensuite lorsque le fluide est agité, en conséquence les frottements augmentent [29]. Citons par exemple la peinture, le sang ou le ketchup comme fluide rhéo-fluidifiant, et un mélange plastique et solvant ou certains miels comme fluide rhéo-épaississant.

La valeur de la viscosité d'un fluide newtonien peut être évaluée de façon très simple. Ceci peut être réalisé par exemple en mesurant le temps de chute d'une bille ou d'ascension d'une bulle d'air totalement immergée dans le fluide (viscosimètre à bille ou à bulle). Par contre lorsque le fluide est non newtonien, le banc d'essais devra permettre des valeurs de taux de cisaillement différentes et maîtrisées. Les viscosimètres rotatifs comprenant un cylindre et un tube contrarotatifs permettent ce type de mesures.

Les comportements non newtonien de certains fluides peuvent être modélisés à l'aide de lois plus ou moins complexes reliant la viscosité avec le taux de déformation.

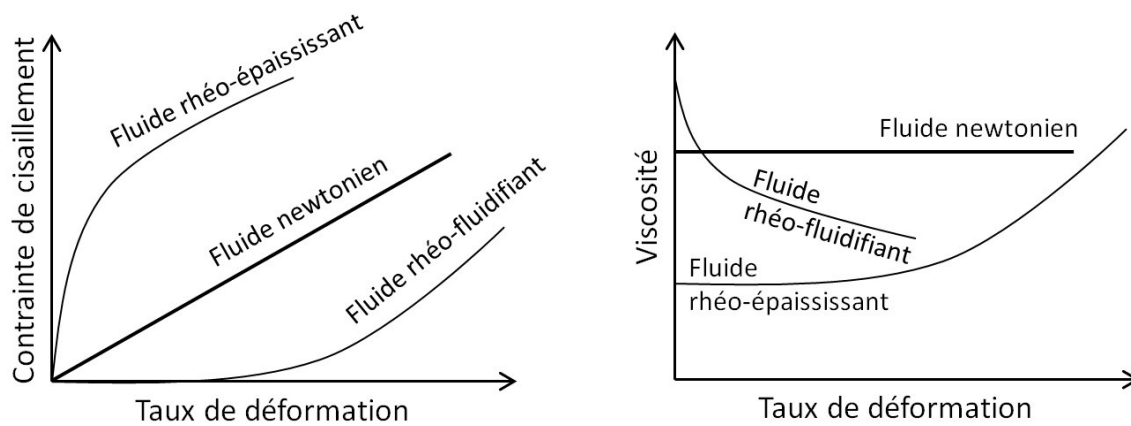


FIGURE 1.5 : Évolution de la contrainte de cisaillement et de la viscosité en fonction du taux de déformation.

Certains correspondent à une évolution constante de la viscosité, la loi Power-Law par exemple, alors que d'autres font apparaître des valeurs de paliers comme les modèles Casson ou Carreau (Figure 1.6). Ces modèles font généralement apparaître des coefficients, tels que μ_0 et μ_∞ pour le modèle Carreau, que l'utilisateur devra déterminer. Cette modélisation concerne donc des fluides présentant des propriétés de fluide newtonien uniquement sur des gammes différentes de taux de déformation. Ceci est lié à une modification de la conformation spatiale² du fluide entre ces deux gammes, *i.e.* dans la région pour laquelle une variation de $\dot{\gamma}$ entraîne une variation de la viscosité (Figure 1.6).

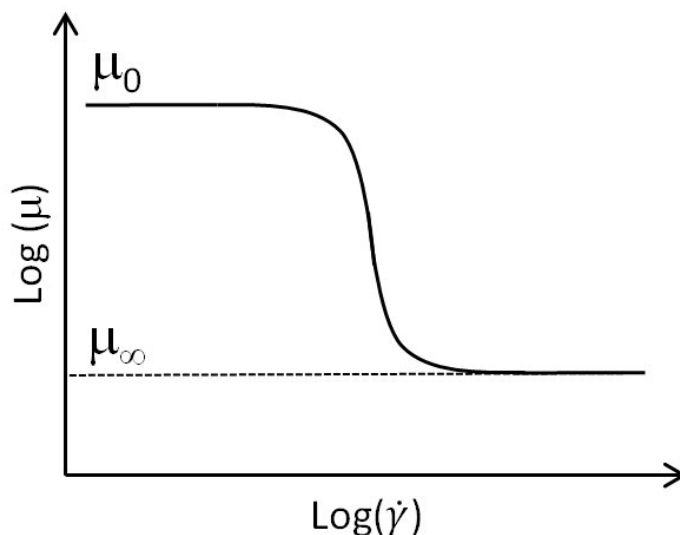


FIGURE 1.6 : Évolution de la viscosité avec le taux de déformation selon le modèle Carreau ($\dot{\gamma}$ représente le taux de déformation exprimé par la relation (1.2)).

L'expérience montre que pour une augmentation de la température, la viscosité d'un gaz augmente tandis que celle du liquide diminue. Dans le cas du gaz, la viscosité est indépendante de la pression, ce qui n'est plus vrai en présence d'un liquide.

2. La conformation spatiale d'une molécule correspond, en chimie, à l'arrangement spatial des atomes qui composent cette molécule. Les propriétés macroscopiques du fluide, telle que la viscosité dynamique, se trouvent dès lors modifiées.

Dans beaucoup de problèmes où les contraintes visqueuses doivent être prises en compte, il est plus commode d'utiliser la **viscosité cinématique** $\nu = \mu/\rho$ (m^2/s).

Pour les gaz, la loi de Sutherland permet d'estimer la viscosité à partir de sa température :

$$\frac{\mu(T)}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S}$$

où μ_0 est la viscosité à la température T_0 et S la température de Sutherland égale à 110,4 K pour l'air.

Nous traiterons ici que de fluide newtonien pour lequel le tenseur des contraintes visqueuses s'écrit :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (1.4)$$

où le deuxième terme devient nul dans le cas d'écoulement incompressible, caractérisé par la relation $\text{div } \vec{V} = 0$. Le terme $-2/3$ provient de l'hypothèse de Stokes³. Si on considère ce type d'écoulement, la matrice du tenseur des contraintes visqueuses s'écrit alors dans la base de vecteurs $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu \begin{pmatrix} 2 \frac{\partial u}{\partial x} & \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] & \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \\ \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] & 2 \frac{\partial v}{\partial y} & \left[\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right] \\ \left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right] & \left[\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right] & 2 \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Notons en premier lieu qu'un fluide au repos ne présente aucune contrainte visqueuse (i.e. $\bar{\bar{\tau}} = 0$), son champ de vitesse étant nul. D'autre part, les contraintes normales et de cisaillement dépendent du gradient de vitesse de l'écoulement, et non pas de la vitesse seule. Ainsi, des couches de particules fluides ayant une vitesse relative non nulle présenteront des échanges de quantité de mouvement entre elles (i.e. les plus rapides auront tendance à accélérer les plus lentes, et inversement les plus lentes auront tendance à freiner les plus rapides). Nous allons l'illustrer sur un exemple donné sur la figure 1.7. Considérons un écoulement caractérisé par le champ de vitesse suivant :

$$\vec{V} = u(y) \vec{x}$$

On s'intéresse aux efforts visqueux exercés par les particules situées au-dessus d'un élément de surface dS de vecteur normal sortant unitaire \vec{n} ($= \vec{y}$ d'après la figure).

3. Afin de satisfaire certaines conditions mathématiques sur ce tenseur, celui-ci s'écrit $\tau_{ij} = \mu (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) + \lambda \partial u_k / \partial x_k \delta_{ij}$. L'hypothèse de Stokes entraîne la relation $3\lambda + 2\mu = 0$. Insistons sur le fait qu'il s'agit d'une pure hypothèse qui est conservée car confirmée par de nombreuses expériences.

Ces efforts s'écrivent d'après les relations précédentes :

$$\begin{aligned}\vec{dF} &= \bar{\tau} \vec{y} dS \\ &= \mu \left(\left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \vec{x} + 2 \frac{\partial v}{\partial y} \vec{y} + \left[\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right] \vec{z} \right) dS\end{aligned}$$

En se rappelant que le champ de vitesse est caractérisé par $v = w = 0$, l'expression précédente devient :

$$\vec{dF} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} dS \vec{x} \quad (1.5)$$

Il s'agit là de la loi de frottement de Newton. Ainsi, le gradient de vitesse étant positif selon y , l'effort élémentaire dF est donc positif. Les particules les plus rapides (d'après la valeur du gradient) ont tendance à accélérer les plus lentes. On peut aussi montrer à partir du même raisonnement que les particules les plus lentes ont ainsi tendance à ralentir les plus rapides. Pour cela, le vecteur unitaire sortant vaut $-\vec{y}$.



Dans la plupart des écoulements visqueux, les contraintes normales (i.e. τ_{11} , τ_{22} , et τ_{33}) sont faibles devant les contraintes de cisaillement et sont la plupart du temps négligées. Les contraintes normales peuvent devenir très importantes lorsque le gradient longitudinal de la vitesse est grand, ceci est le cas dans les ondes de choc.

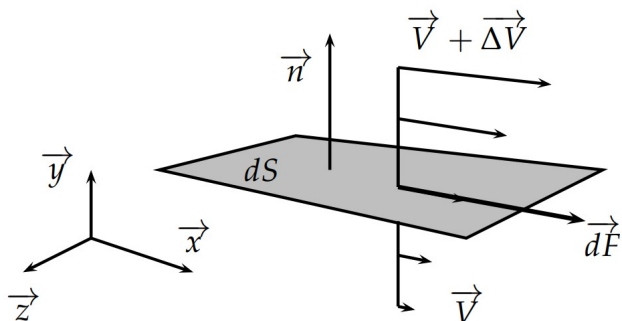


FIGURE 1.7 : Mise en évidence des efforts de viscosité exercés par des particules fluides sur un domaine caractérisé par un vecteur normal unitaire sortant à sa surface.

Tenseur des contraintes : comme nous l'avons dit plus haut, on note des efforts de pression, ainsi que des efforts liés à la viscosité du fluide. On écrira alors le tenseur des contraintes :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (1.6)$$

Rappelons que le fluide newtonien est caractérisé par un taux de déformation linéaire avec la contrainte de cisaillement (cf. relation 1.3).

La suite du document présente l'application de deux principes fondamentaux sur des volumes de contrôle ou sur des volumes élémentaires, conduisant à des expressions intégrales ou locales. Un volume de contrôle est de taille assez importante pour

contenir beaucoup de fluide, alors que le volume élémentaire est par définition plus petit, et n'autorise donc pas de bilan intégral. Il ne s'agira néanmoins que de plusieurs écritures de la "même" équation.

1.2 Conservation de la masse

L'axiome de conservation de la masse⁴ traduit le fait que pour un domaine matériel D en mouvement ou non la masse est une caractéristique de ce domaine. La relation mathématique atteinte est appelée équation de continuité.

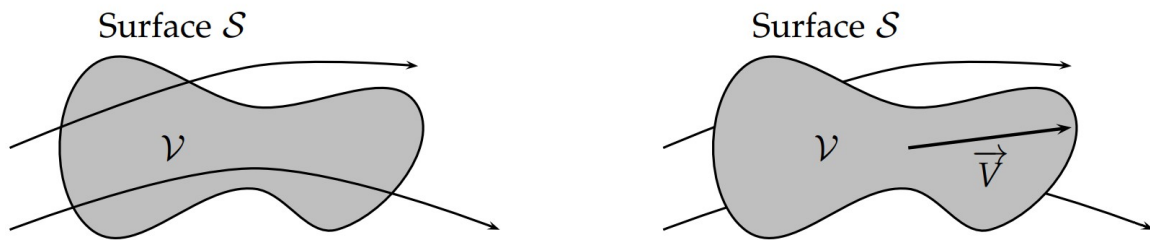


FIGURE 1.8 : Représentation d'un volume de contrôle. Dans le cas (a), le volume de contrôle est fixe et est traversé par le fluide en mouvement ; dans le cas (b), le volume de contrôle est en mouvement, et est alors constitué des mêmes particules fluides.

Considérons le volume de contrôle de la figure 1.8.a immobile et donc traversé par le fluide en mouvement. Le bilan de débit massique à travers sa surface est alors égale à l'évolution au cours du temps de la masse du volume. Ce bilan s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_D \rho dv + \int_S \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (1.7)$$

Si maintenant, ce volume de contrôle est animé d'une vitesse identique à celle du fluide, sa masse reste constante au cours de son mouvement. Cette observation fait appel à la dérivée particulaire, notée D/Dt , telle que

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \quad (1.8)$$

La conservation de la masse s'écrit alors :

$$\frac{D}{Dt} \int_{D_t} \rho dv = 0 \quad (1.9)$$

4. Bien que Newton ait postulé, en 1687 dans son *Principia*, le fait que la masse spécifique d'un objet soit constante, ce principe ne fut appliqué à la mécanique des fluides qu'en 1749 par d'Alembert sous forme dérivée dans un article intitulé *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*. Huit années plus tard, Euler proposa les équations de continuité et de bilan de quantité de mouvement. Deux des trois équations de bilan utilisées de nos jours ont donc vu le jour avant la fin du 18ème siècle. La troisième équation de bilan, énergétique elle, ne viendra qu'avec le développement de la thermodynamique au 19ème siècle.

avec l'indice t pour rappeler le fait que le volume de contrôle est en mouvement, et peut donc voir sa forme évoluer au cours du temps.

Les relations mathématiques (1.7) et (1.9) sont des écritures intégrales du principe de conservation de la masse. Des écritures locales peuvent être atteintes en considérant un volume élémentaire au lieu d'un volume de contrôle.

Considérons maintenant un volume élémentaire dV de dimension $dx \times dy \times dz$ (Fig. 1.9) et fixe dans l'espace. Le bilan du débit massique sur toutes ses surfaces permet d'écrire une première forme locale de la conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \tag{1.10}$$

Si maintenant ce volume élémentaire suit le mouvement du fluide, la dérivée particulière va intervenir. Il vient :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{1.11}$$

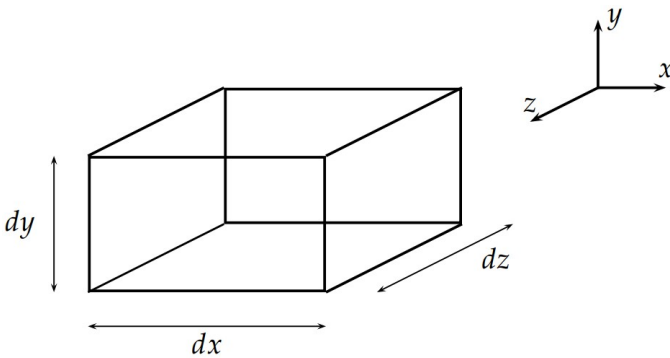


FIGURE 1.9 : Volume élémentaire fixe.

Discussion sur les quatre équations obtenues

L'application de la conservation de la masse sur des volumes de contrôle ou élémentaire, fixe ou en mouvement, conduit à l'écriture de quatre formes différentes de l'équation de continuité : deux formes intégrales (Eqs. 1.7 et 1.9) et deux formes locales (Eqs. 1.10 et 1.11). Néanmoins, il s'agit là de quatre écritures de la même relation. Chacune de ces équations peut être manipulée afin d'atteindre une autre forme. Le membre de gauche de la relation locale (1.11) peut être modifiée en utilisant la dérivée particulière (et cette fois-ci l'écriture vectorielle) :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \times \text{div } \vec{V} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \rho + \rho \times \text{div } \vec{V} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V})$$

correspondant ainsi au membre de gauche de la relation (1.10).

1.3 Bilan de quantité de mouvement

Nous appliquons dans cette partie le Principe Fondamental de la Dynamique énoncé par Newton et appliqué sur des volumes (de contrôle ou élémentaire), animés

d'un mouvement aligné sur l'écoulement ou fixes dans l'espace. À l'identique de l'équation de continuité, quatre formes d'équation du bilan de quantité de mouvement seront atteintes.

Le Principe Fondamental de la Dynamique stipule le fait que le produit de la masse d'un élément par son accélération est équilibré par l'ensemble des efforts extérieurs agissant sur cet élément. Il existe deux types d'efforts : (1) les efforts volumiques agissant à distance et (2) les efforts surfaciques agissant directement sur la surface extérieure à l'élément considéré.

1.3.1 Équations de bilan de quantité de mouvement

Nous nous placerons dans le cas du volume de contrôle en mouvement (Fig. 1.10) pour aboutir au bilan de quantité de mouvement. Les efforts volumiques par unité de

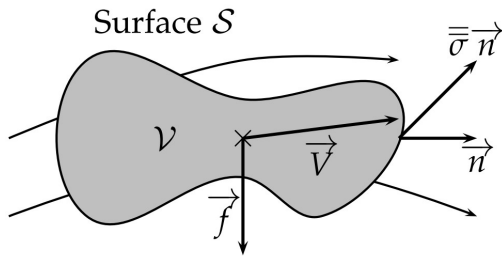


FIGURE 1.10 : Volume de contrôle en mouvement sur lequel s'appliquent des efforts volumiques et surfaciques.

masse sont notés \vec{f} , tandis que les efforts surfaciques sont représentés par le tenseur des contraintes, $\bar{\sigma}$, vu plus haut. Le Principe Fondamental de la Dynamique appliqué au volume de contrôle en mouvement s'écrit alors

$$\frac{D}{Dt} \int_{D_t} \rho \vec{V} dV = \int_{D_t} \rho \vec{f} dV + \int_{S_t} \bar{\sigma} \vec{n} dS \quad (1.12)$$

et

$$\frac{D}{Dt} \int_{D_t} \overline{OM} \wedge \rho \vec{V} dV = \int_{D_t} \overline{OM} \wedge \rho \vec{f} dV + \int_{S_t} \overline{OM} \wedge \bar{\sigma} \vec{n} dS \quad (1.13)$$

Il s'agit là du bilan de quantité de mouvement et du bilan du moment de quantité de mouvement sous forme intégrale. L'équation (1.12) a été obtenue en considérant un volume de contrôle en mouvement. Il est possible d'obtenir d'autres formes de cette équation en considérant cette fois le volume comme étant fixe dans l'espace, ou en effectuant le bilan de quantité de mouvement sur un volume élémentaire. Ainsi l'application du Principe Fondamental de la Dynamique sur un volume de contrôle fixe entraîne les relations :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_D \rho \vec{V} dV + \int_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \int_D \rho \vec{f} dV + \int_S \bar{\sigma} \vec{n} dS \quad (1.14)$$

et

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_D \overline{OM} \wedge \rho \vec{V} dV + \int_S \overline{OM} \wedge \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \int_D \overline{OM} \wedge \rho \vec{f} dV + \int_S \overline{OM} \wedge \bar{\sigma} \vec{n} dS \quad (1.15)$$

On note l'absence de la dérivée particulaire, le volume étant fixe dans l'espace.

L'application de ces formulations repose donc sur la définition d'un volume de contrôle. Dans le chapitre 4 concernant le principe de fonctionnement des pompes centrifuges, on choisira un domaine de contrôle correspondant à l'espace constitué par deux aubes successives (Fig. 1.11). Ceci nous permettra de formuler la charge hydraulique délivrée par la pompe à l'écoulement en fonction du champ de vitesse.

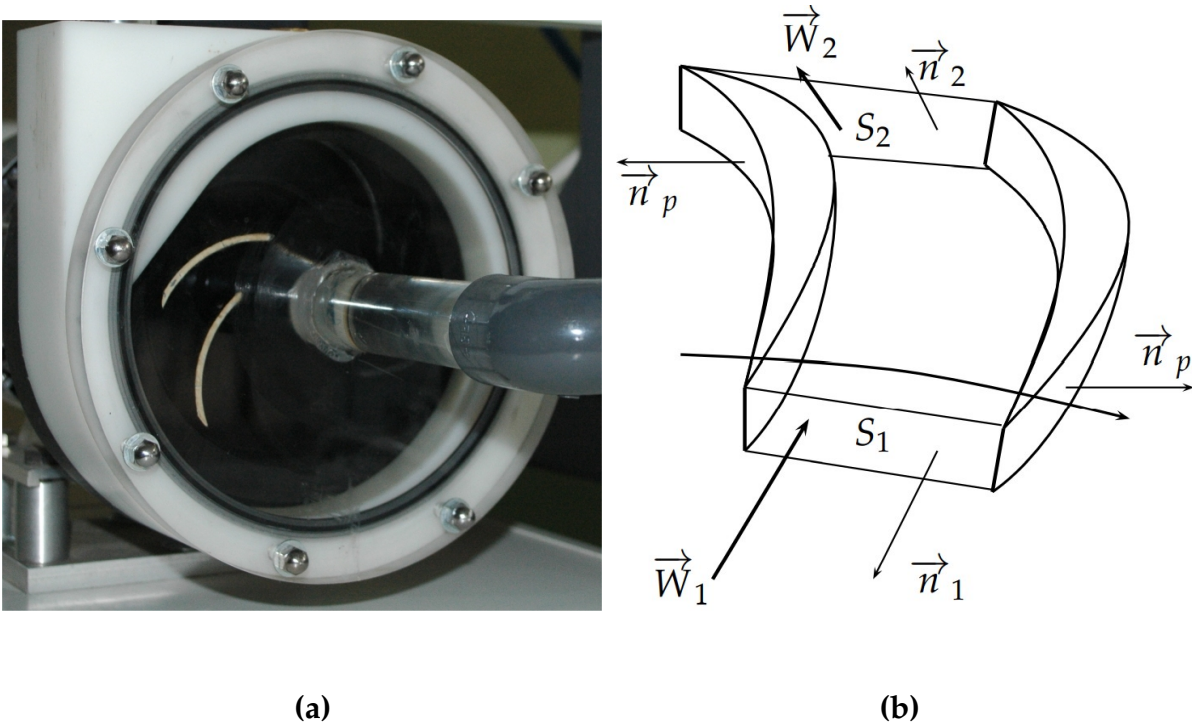


FIGURE 1.11 : Application du bilan de quantité de mouvement pour le calcul de la charge délivrée par une pompe centrifuge à un écoulement. a, vue de deux aubes successives d'une pompe centrifuge ; b, domaine de contrôle associé à ces deux aubes.

L'application du Principe Fondamental de la Dynamique sur des volumes élémentaires (fixe ou en mouvement avec le fluide) conduit naturellement à des relations locales. Si on considère un volume élémentaire fixe, le bilan de quantité de mouvement devient :

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (1.16)$$

avec le terme dans l'opérateur divergence (toutes simplifications faites) :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(-p - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$$

Si on se place dans le cas d'écoulements adiabatiques, c'est à dire dénués de transferts de chaleur, la viscosité dynamique est une constante, et peut donc être sortie des opérateurs dérivés. Le fait de considérer d'autre part, des écoulements incompressibles simplifie grandement les équations de Navier-Stokes. En effet, dans ce cas

$\partial u_k / \partial x_k = 0$, et

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

Les équations de Navier-Stokes deviennent alors

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho f_i \quad (1.17)$$

Encore une fois, il est important de comprendre que les expressions (1.12), (1.14), et (1.17) sont des représentations différentes d'une unique équation caractérisant le bilan de quantité de mouvement.

Ces équations expriment le fait que les variations au cours du temps de la vitesse peuvent être créées par l'application de forces s'exerçant sur le fluide (la gravité ou la différence de pression par exemple) mais aussi que la réponse du fluide va dépendre de deux phénomènes de nature très différentes : (1) la friction entre des éléments de fluide voisins se déplaçant à des vitesses différentes et (2) l'effet d'entraînement du fluide par son propre mouvement (effet d'inertie). Cet effet d'inertie aura tendance à dominer l'évolution du fluide lorsqu'il se déplace à grande vitesse. L'importance relative de ces deux contributions détermine le régime de l'écoulement (laminaire ou turbulent).

Les équations de Navier-Stokes sont très compliquées et difficiles à résoudre, ceci pour plusieurs raisons : (i) il s'agit d'une équation vectorielle dans laquelle les équations scalaires associées (une pour chaque direction) sont couplées de façon complexe entre elles ; (ii) le terme de convection ($V_j \partial V_i / \partial x_j$) entraîne la non linéarité des équations ; (iii) le couplage pression-vitesse renforce cette difficulté (lorsque le terme de pression devient négligeable, la solution est atteinte).

1.4 Théorème de Bernoulli

Le théorème proposé par Bernoulli⁵ découle des équations de conservation de la quantité de mouvement, tenant compte d'une série d'hypothèses : le fluide est considéré comme étant **parfait** et **incompressible**, l'écoulement **permanent** et les forces volumiques dérivent d'un potentiel $\vec{f} = -\overrightarrow{\text{grad}}(gz)$ où z est la cote verticale du point considéré (par rapport à une cote de référence). Il s'écrit en terme de pression :

$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 + \rho gz = \text{Cste} \quad (1.18)$$

5. Daniel Bernoulli, physicien suisse (1700-1782). Son importance en mécanique des fluides est centrée sur son livre *Hydrodynamica* (1738) dans lequel il introduit le terme **hydrodynamique**. C'est dans ce livre qu'il essaie de définir les relations entre la pression et la vitesse de l'écoulement. Malheureusement, son aboutissement reste obscure, et sa formulation est très éloignée de celle que nous connaissons aujourd'hui. Il faut attendre la contribution d'Euler pour atteindre la relation différentielle (1.18) utilisée de nos jours : $dp = -\rho U dU$.

où p est la pression statique, représentant les efforts hydrostatiques. Au contraire, le deuxième terme est la composante dynamique, d'où son nom : pression dynamique et représente donc l'énergie cinétique du fluide (i.e., le mouvement).



Il ne s'agit pas d'un nouveau principe, mais uniquement d'une expression de la conservation de l'énergie mécanique, mais sous une forme pratique pour la mécanique des fluides. En effet, chaque terme de la relation 1.18 est homogène à une énergie par unité de volume.

En hydraulique, la pratique veut que cette équation soit exprimée en **énergie par unité de poids**, obtenue en divisant l'expression (1.18) par ρg :

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = \text{Cste} \quad (1.19)$$

Ces termes sont homogènes à des longueurs et définissent des hauteurs, dynamique ($V^2/2g$) et piézométriques ($z + p/\rho g = p^*/\rho g$). L'ensemble est la charge hydraulique H du fluide, elle représente en hauteur de fluide, l'énergie mécanique totale par unité de poids du fluide. On peut écrire en chaque point i d'un réseau hydraulique :

$$H_i = z_i + \frac{V_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\rho g}$$

H_i représente l'altitude qu'atteindrait le fluide s'il était ralenti sans frottement jusqu'à une vitesse nulle. De même s'il n'existe pas de perte dans l'écoulement alors la conservation de l'énergie s'écrit $H = \text{Cste}$. Si ce n'est pas vérifié expérimentalement, il existe alors des pertes de charge dans le réseau (cf. paragraphe suivant). Le tracé de H_i en fonction de positions particulières dans le circuit représente la ligne de charge. Dans un écoulement, cette dernière a une pente négative consécutivement à des pertes dans le circuit sauf si on interpose un organe capable de fournir de l'énergie au fluide : **une pompe**.

Applications : Pour appliquer le théorème de Bernoulli, certaines hypothèses sont trop fortes. Elles peuvent être atténuées moyennant des modifications dans l'équation : (i) au lieu que le fluide soit incompressible, il suffit qu'il soit barotrope, $p = p(\rho)$; (ii) l'hypothèse du fluide parfait peut être réduite, on peut en effet appliquer l'équation des fluides visqueux à condition de tenir compte de la dissipation d'énergie due aux forces de viscosité : ce sont les pertes de charges.

1.5 Pertes de charge

À l'origine des pertes de charge, lors du mouvement d'un liquide ou d'un gaz réels, se trouve le processus de transformation irréversible de l'énergie mécanique du courant en chaleur. Cette transformation est due à la viscosité moléculaire et turbulente du fluide en mouvement. On distingue deux aspects des pertes de charge : (i) les pertes régulières, linéaires ou par frottement et (ii) les pertes singulières (consécutives

à un changement de section ou de direction de l'écoulement). Il est vivement conseillé de porter une grande attention aux pertes de charges dans le choix d'un diamètre de conduite et à la nature des accessoires afin d'assurer une alimentation correcte à l'aspiration d'une pompe par exemple (problème de cavitation : chapitre 4 - section 4.10).

La formule de Bernoulli généralisée, traduisant la conservation de l'énergie mécanique totale entre deux sections d'une conduite (indices 1 et 2), rend compte de ces pertes de charge ΔH :

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g \Delta H \quad \text{ou} \quad H_1 = H_2 + \Delta H$$

La quantité ΔH est toujours positive et définit en hauteur d'eau la perte d'énergie mécanique, appelée *perte de charge*, subie par l'écoulement entre les deux sections.

1.5.1 Pertes de charge linéaires

Les pertes de charge linéaires sont provoquées d'une part par la viscosité des liquides et des gaz réels ; elles prennent naissance lorsqu'il y a mouvement, et résultent d'un échange de quantité de mouvement entre les molécules ou entre les diverses particules des couches voisines du fluide qui se déplacent avec des vitesses différentes. Ces pertes ont lieu sur toute la longueur de la conduite.

D'autre part, la plupart des parois rencontrées dans l'industrie sont considérées comme étant rugueuses et non lisses. Il s'en suit des pertes de charge que l'on doit aussi prendre en compte. Celles-ci ne peuvent être traduites par un simple facteur mais peuvent être néanmoins estimées à partir de tables.

Les pertes de charge linéaires ΔH_l présent dans un écoulement de vitesse moyenne V engendrées par une conduite rectiligne de longueur L et de section constante de diamètre hydraulique D , sont caractérisées par le coefficient de pertes de charge de cette conduite, λ , tel que :

$$\Delta H_l = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = \lambda \frac{L}{D^5} \frac{8Q^2}{\pi^2 g} \quad (1.20)$$

Lorsque la conduite a une section de forme non-circulaire, la section peut alors être ramenée à un diamètre équivalent, appelé diamètre hydraulique. Chézy a établi une relation théorique pour des gaines de forme quelconque $D_h = 4 \times \text{Surface} / \text{Périmètre}$. La valeur du coefficient de pertes de charge dépend du régime de l'écoulement, caractérisé par le nombre de Reynolds qui est le rapport des efforts d'inertie et de viscosité :

$$\text{Re} = \frac{\text{Force d'inertie}}{\text{Force visqueuse}} = \frac{\rho V^2 / D}{\mu V / D^2} = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (1.21)$$

Lorsque ce nombre croît, les différents régimes suivants s'établissent successivement : (1) un régime laminaire où λ est inversement proportionnel au nombre de Reynolds, (2) un régime turbulent où λ est d'abord uniquement fonction du nombre de Reynolds, on parlera de *conduite lisse*, (3) une deuxième phase du régime turbulent dite **phase de transition**, où λ est à la fois fonction de Re et de la rugosité relative ϵ/D ,

avec ϵ caractérisant la "taille" de la rugosité des parois, et (4) une phase où λ est indépendant de Re et uniquement fonction de ϵ/D . Dans cette région, les pertes de charge sont strictement proportionnelles au carré de la vitesse (on parle de régime de turbulence pleinement développée). La figure 1.12 représente de façon schématique l'évolution du coefficient λ avec le nombre de Reynolds. Les trois régimes sont identifiés par des nombres de Reynolds distincts, Re_c , Re_1 et Re_2 . Alors que la valeur numérique du nombre de Reynolds critique (Re_c) est toujours la même, celles de Re_1 et Re_2 est fonction de la rugosité de la paroi. La succession de ces différentes phases peut être expliquée par la présence d'une couche de fluide proche de la paroi dans laquelle l'écoulement voit sa vitesse passer brutalement d'une vitesse nulle en paroi (adhérence du fluide) à la vitesse de l'écoulement. Il existe donc dans cette *couche limite*, une sous-couche dans laquelle le mouvement est laminaire (sous-couche visqueuse). Quand le nombre de Reynolds est faible, la région laminaire occupe toute la section de la conduite. Quand le nombre de Reynolds augmente, l'écoulement central turbulent apparaît, mais la couche périphérique reste laminaire et est encore assez épaisse pour noyer toutes les irrégularités de la surface ; l'écoulement s'effectue donc en tuyau lisse. Puis le nombre de Reynolds croissant, l'épaisseur de la sous-couche laminaire diminue, et les irrégularités de surface émergent. Quand elles sont en majorité émergées, elles créent une turbulence telle qu'elles masquent complètement les effets de la viscosité et le phénomène devient indépendant du nombre de Reynolds.

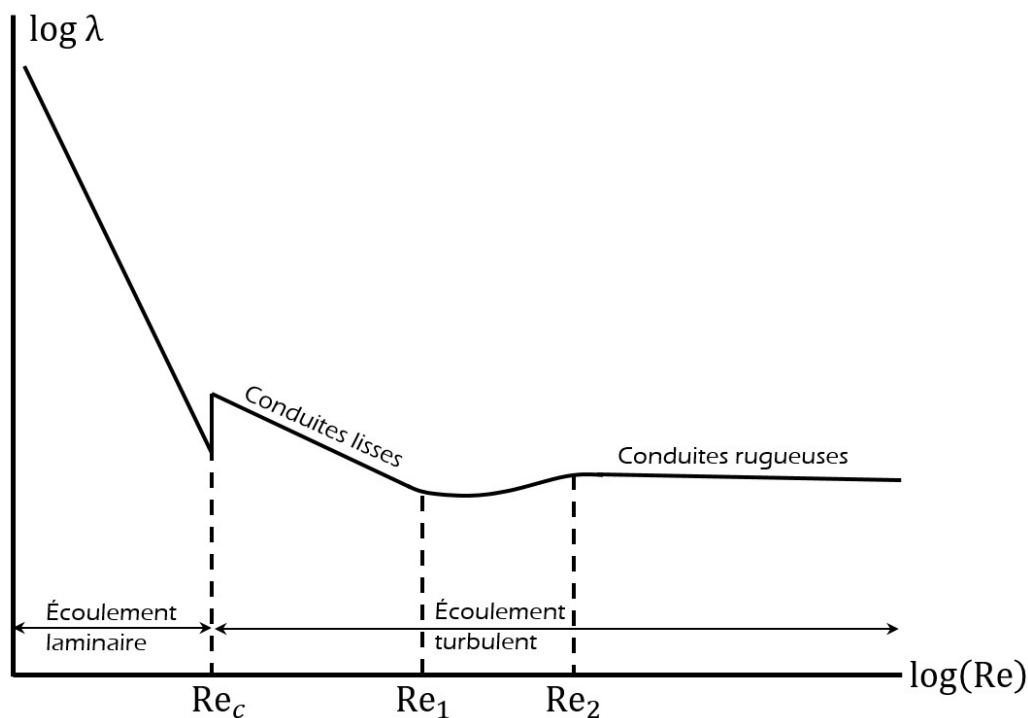


FIGURE 1.12 : Évolution du coefficient de pertes de charge régulières, λ , en fonction du nombre de Reynolds.

L'Allemand Nikuradse a étudié de façon expérimentale l'influence de la rugosité sur les pertes de charge régulières. Pour cela ses expériences reposent sur une distribution homogène des rugosités le long de la conduite qu'il a obtenu par l'utilisation

de grains de sable tamisés. Les résultats de ses expériences mettent en évidence les différents régimes d'écoulements cités précédemment *via* des évolutions différentes du coefficient de pertes de charge (Fig. 1.13). Cependant cet état de rugosité de surface régulier n'est pas observé dans le cas des conduites industrielles pour lesquelles des hétérogénéités apparaissent. Les évolutions du coefficient λ avec le nombre de Reynolds, ceci pour des rugosités différentes, sont alors quelque peu différentes de celles notées par Nikuradse. L'évolution du coefficient de pertes de charge pour les conduites industrielles est donnée sur le diagramme de Moody, figure 1.14. L'estimation du coefficient de pertes de charge régulières est précise à $\pm 15\%$ sur la gamme du nombre de Reynolds tracée sur cette figure.

Il est possible d'estimer la valeur numérique du coefficient de perte de charge λ à partir de modèles. La formulation à utiliser dépend du régime d'écoulement traduit par la valeur numérique du nombre de Reynolds :

- ★ **Écoulement laminaire** : lorsque $Re < 2000$, l'écoulement est calme et régulier, et les petites perturbations qui pourraient être créées sont amorties et ne peuvent pas se développer plus. Le régime d'écoulement est dit laminaire et le coefficient de perte de charge régulière est évalué selon la formule de Hagen⁶[49] - Poiseuille⁷[69] :

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (1.22)$$

Le régime laminaire est rare dans l'industrie (écoulement de pétrole dans les pipe-lines, canalisation d'huile de graissage—coussinet, etc.). Cependant, cette configuration peut être utile dans l'évaluation expérimentale de la viscosité dynamique d'un fluide puisqu'il est possible d'écrire après transformation, dans ce cas laminaire, $\Delta p = 32\mu VL/D^2$. Ainsi, la mesure de la vitesse et des pertes de charge permet de remonter à la valeur de la viscosité dynamique, μ .

- ★ **Écoulement transitoire** : lorsque $2000 < Re < 2500$, le régime est transitoire au sens où il est situé entre le régime laminaire et celui turbulent présenté dans la suite. La valeur numérique du nombre de Reynolds critique, en-dessous duquel le régime laminaire est stable, dépend généralement des conditions à l'entrée [66]. Il n'y a pas de valeur numérique suffisamment précise dans cette région, et il n'y a donc pas de formulation proposée.
- ★ **Écoulement turbulent** : lorsque $Re > 2500$, l'écoulement est agité et ne s'effectue plus par des filets rectilignes. Le régime d'écoulement est dit turbulent et le comportement est différent suivant que la conduite est lisse ou rugueuse (du point de vue du fluide).
 - ▶ *Écoulement turbulent lisse* : les aspérités seront, dans ce cas, complètement noyées dans la sous-couche laminaire et la rugosité ne joue aucun rôle dans les pertes de charge. Cependant le profil de vitesse longitudinale évolue avec le nombre de Reynolds et il devient alors compliqué de proposer un critère stipulant d'impliquer ou non la rugosité. Parmi les nombreuses

6. Gotthilf Hagen (né le 3 mars 1797 à Königsberg et mort le 3 février 1884 à Berlin) est un ingénieur hydraulicien prussien spécialiste des voies navigables

7. Jean-Léonard-Marie Poiseuille (né le 22 avril 1797 à Paris et mort le 26 décembre 1869 à Paris) est un physicien et médecin français

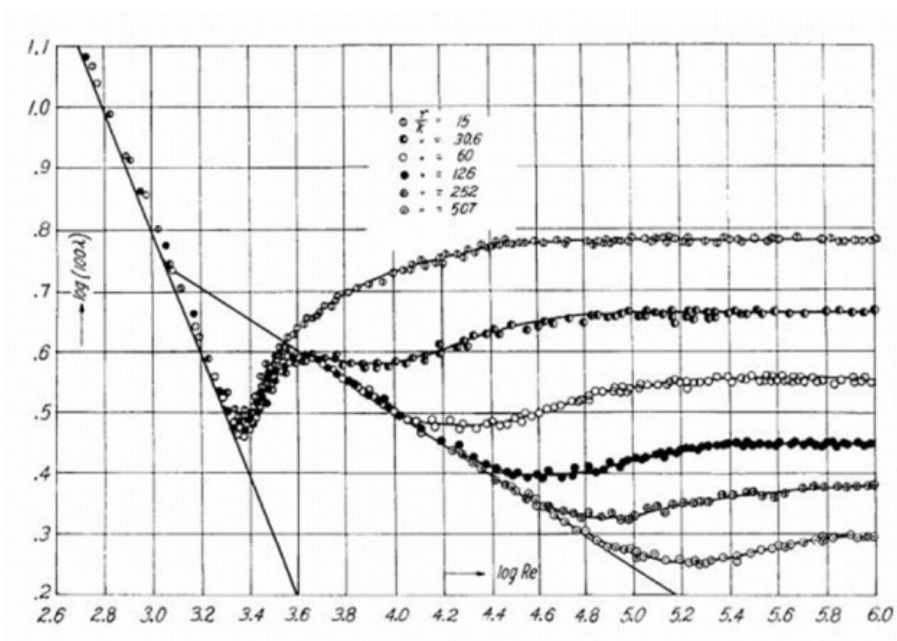


FIGURE 1.13 : Évaluation du coefficient de pertes de charge linéaires en fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité relative de la conduite d'après l'expérience de Nikuradse [64] (Dans cette expérience la rugosité des parois est maîtrisée par l'utilisation de grains calibrés et elle ne correspond donc pas strictement aux écoulements dans les conduites industrielles présentant quant à elles des tailles de rugosités diverses.).

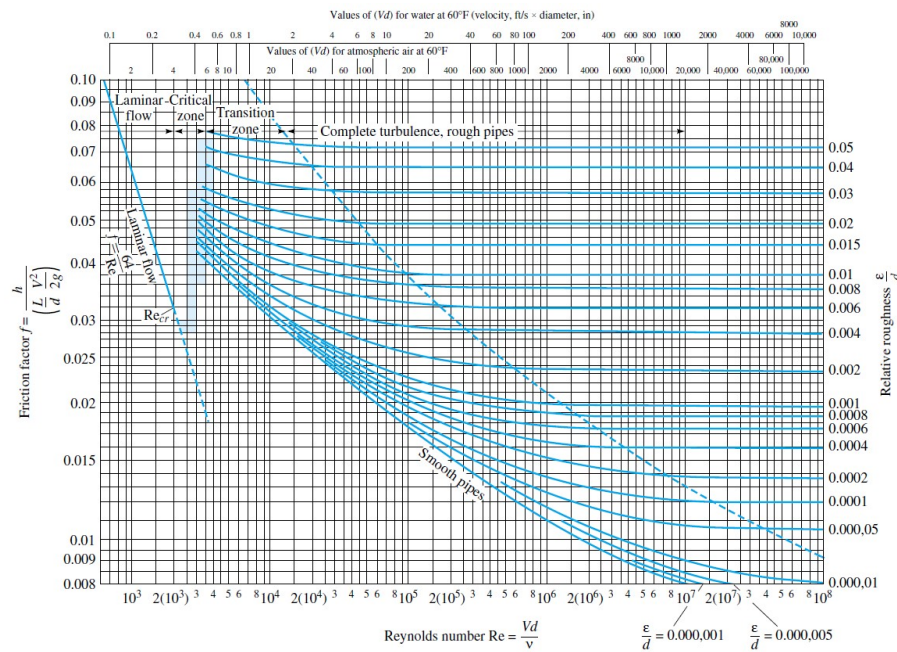


FIGURE 1.14 : Diagramme de Moody pour des conduites industrielles (évaluation du coefficient de pertes de charge linéaires en fonction du nombre de Reynolds et de la conduite) pour lesquelles les rugosités sont hétérogènes. On remarque ici l'absence du décrochement en V noté dans le cas des conduites ayant des rugosités homogènes pour des nombres de Reynolds proches de 2500 (i.e. $\log(Re) = 3,4$) — d'après White [92].

études, nous prendrons ici le critère proposé par la référence [66] stipulant que la rugosité n'a aucun rôle dans les pertes de charge régulières tant que $Re^{7/8} \times \epsilon/D < 19,25$. La valeur numérique du nombre de Reynolds Re_1 peut alors être évaluée à partir de cette équation (*i.e.* $Re_1^{7/8} \times \epsilon/D = 19,25$). Plusieurs formulations sont dès lors proposées en fonction de la valeur numérique du nombre de Reynolds. Lorsque $Re < 10^5$, une première formulation possible est proposée par Blasius⁸ [20] :

$$\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}} \quad (1.23)$$

Une autre formulation est proposée, pour ce même régime de turbulence lisse mais pour des nombres de Reynolds de valeur numérique plus élevée, c'est-à-dire tels que $Re > 10^5$, par Von Karman⁹ et Nikuradse¹⁰ :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \times \log \left(\sqrt{\lambda} \times Re \right) - 0,8 \quad (1.24)$$

Cette formulation est implicite, et donc le coefficient λ y est estimé par voie itérative.

- *Écoulement turbulent rugueux – dépendant du nombre de Reynolds* : la plus grande partie des aspérités est située cette fois-ci au-delà de la sous-couche laminaire et la rugosité joue donc un rôle dominant dans les pertes de charge. Ceci est observé lorsque $Re_1 < Re < Re_2 = 24 (Re_1 - 1,528 \times D/\epsilon)$ [66]. La formule de Colebrooke¹¹, faisant intervenir la rugosité relative ϵ/D , peut être utilisée :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \times \log \left(\frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{\sqrt{\lambda} \times Re} \right) \quad (1.25)$$

Swamee et Jain [81] ont proposé une version simplifiée explicite de cette équation :

$$\lambda = 0,25 / \left[\log \left(\frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2 \quad (1.26)$$

- *Écoulement turbulent rugueux – indépendant du nombre de Reynolds* : ce type d'écoulement est rencontré dès lors que $Re > Re_2$. Le coefficient de perte de charge régulière ne dépend plus du nombre de Reynolds et peut alors être évalué par la formulation de Nikuradse :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \times \log \left(\frac{\epsilon/D}{3,7} \right) \quad (1.27)$$

8. Heinrich Blasius (né le 9 août 1883 à Berlin et mort le 24 avril 1970 à Hambourg) est un ingénieur hydraulicien et professeur allemand.

9. Theodore von Karman (né le 11 mai 1881 et décédé le 6 mai 1963) est un ingénieur et physicien hongrois et américain.

10. Ivan (naturalisé en Johann) Nikuradze (né le 20 novembre 1894 à Samtredia et mort le 18 juillet 1979) est un ingénieur hydraulicien allemand d'origine géorgienne.

11. Cyril Frank Colebrooke (né le 26 juillet 1910 à Swansea (Pays de Galles) et mort le 12 janvier 1997 à Worthing, en Angleterre.) est un physicien britannique.

Lorsque l'on considère les conduites industrielles, le coefficient de perte de charge régulière peut aussi être estimé par la formulation :

$$\lambda = 0,790 \times \sqrt{\frac{\epsilon}{D}} \quad (1.28)$$

L'obtention de la valeur numérique du coefficient de perte de charge régulière requiert la connaissance du nombre de Reynolds et de la rugosité de la conduite. L'évaluation du nombre de Reynolds repose sur la connaissance du diamètre de la conduite, de la masse volumique et de la viscosité du fluide transporté et de la vitesse de l'écoulement. Le problème, généralement, est d'estimer au mieux la rugosité de la paroi. Quelques valeurs sont rassemblées dans le tableau 1.1. Ces valeurs doivent être considérées uniquement comme un ordre de grandeur plus qu'une valeur exacte. Étant donné d'autre part que l'écoulement peut être à l'origine de dépôts sur les parois internes de la conduite, la valeur numérique de λ peut évoluer au cours du temps. Finalement, pour toutes ces raisons, une approximation du coefficient de perte de charge régulière est accessible uniquement et cette incertitude doit alors être intégrée dans la mise en place de l'installation hydraulique et de son système de pompage.

TABLEAU 1.1 : Valeurs numériques de rugosité dans des conduites industrielles.

Dénomination	ϵ (mm)
Conduite en acier neuve	0,15
Conduite en acier usagée	0,30
Conduite en fonte neuve	0,25
Conduite en fonte usagée	0,50
Conduite en béton lisse	0,15 à 0,20

Application

Considérons une conduite neuve en acier, ayant une longueur et un diamètre égaux à 150 m et 36 mm respectivement, traversée par un écoulement d'eau à 20 °C (*i.e.* $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ et $\mu = 0,001 \text{ Pa.s}$). On souhaite déterminer les pertes de charge régulières lorsque le débit vaut 1,55 l/s. Nous déterminerons en premier lieu le régime de l'écoulement pour identifier la formulation d'évaluation du coefficient λ adaptée. La vitesse de l'écoulement vaut :

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 1,55 \times 10^{-3}}{\pi \times 0,036^2} = 1,52 \text{ m/s}$$

d'où le nombre de Reynolds :

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1000 \times 1,52 \times 0,036}{0,001} = 5,4 \times 10^4$$

L'écoulement est dans le régime **turbulent**, et reste à savoir si la rugosité est à considérer dans notre calcul. Il faut pour cela calculer la valeur numérique de la quantité $Re^{7/8} \times \epsilon/D$:

$$Re^{7/8} \times \epsilon/D = \left(5,4 \times 10^4\right)^{(7/8)} \times 0,15/36 = 57,6$$

Ainsi $Re^{7/8} \times \epsilon/D > 19,25$ et la rugosité influence les pertes de charge régulières. La formulation de Colebrooke peut être utilisée et on obtient pas voix itérative $\lambda = 0,036$. Le diagramme de Moody propose, quant à lui, la valeur approchée $\lambda = 0,030$ et la formulation pour les conduites industrielles $\lambda = 0,79\sqrt{\epsilon/D} = 0,051$. Nous garderons $\lambda = 0,036$ dans nos calculs. Les pertes de charge linéaires, ΔH_l , valent donc :

$$\Delta H_l = \lambda \frac{8L}{\pi^2 g D^5} Q^2 = 0,036 \frac{8 \times 150}{\pi^2 \times 9,81 \times 0,036^5} \left(1,55 \times 10^{-3}\right)^2 = 17,73 \text{ m.}$$

La perte de charge vaut, si elle est exprimée cette fois-ci en terme de pression :

$$\Delta p = \rho g \Delta H_l = 1000 \times 9,81 \times 17,73 = 1,74 \times 10^5 \text{ Pa,}$$

soit une perte de charge proche de 1,74 bar.

Faisons une pause, et regardons de plus près le rôle du nombre de Reynolds¹². Ce nombre compare donc les forces d'inertie aux forces de viscosité. Ce phénomène a été mis en évidence par Osborne Reynolds à l'aide d'un dispositif composé d'une conduite principale totalement immergée dans un bassin dont une des extrémités est reliée à ce bassin alors que l'autre extrémité est pourvue d'une vanne initialement fermée. Une fois celle-ci ouverte l'écoulement prend place. Un réservoir placé plus haut autorise une injection de colorant dans l'écoulement principal mettant en évidence les structures qui se développent (Fig. 1.15). Cette expérience est une expérience fondatrice des études d'instabilités hydrodynamiques. Aux faibles nombres de Reynolds les forces visqueuses jouent un rôle important, l'écoulement est dit **laminaire**. Les filets de courant sont parallèles, ne se mélangent pas (photo du haut de la figure 1.16) et contournant de manière continue tous les obstacles qu'ils rencontrent sur leur chemin. Pour un nombre de Reynolds supérieur, l'écoulement est le siège de mouvements à grande échelle, généralement bien établis et présentant des caractères déterministes nets (**écoulement de transition**) (photo du milieu de la figure 1.16). Ensuite pour des nombres de Reynolds très grands, les forces d'inertie sont dominantes, ainsi l'état bien structuré dégénère vers un état chaotique désordonné caractéristique de l'état **turbulent** (photo du bas de la figure 1.16).

La transition d'un écoulement laminaire vers un écoulement fortement turbulent est un problème très complexe. En conséquence, il n'existe pas à l'heure actuelle de modèle théorique permettant de prédire efficacement le comportement du fluide lors

12. Osborne Reynolds, physicien anglais (1842-1912). Ces premiers travaux concernent le magnétisme et l'électricité. Après 1873, il se concentre principalement sur la dynamique des fluides. Il étudie entre autre les changements de régime d'un écoulement dans une conduite. Son expérience restera célèbre et portera son nom. En 1886, il publie "*The theory of lubrication*" et invente la tribologie (étude des frottements).

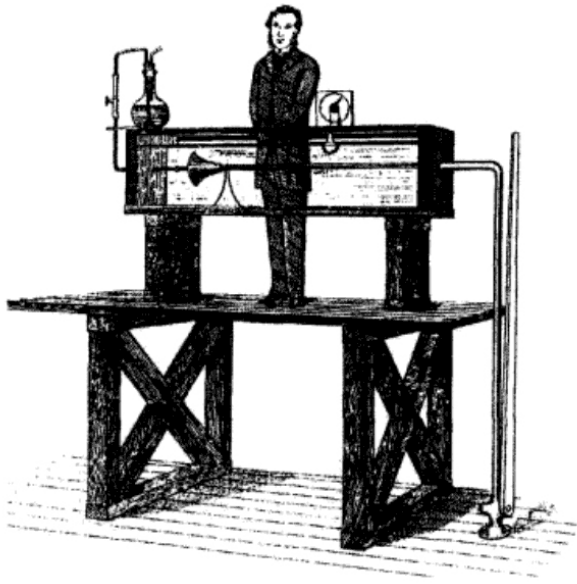


FIGURE 1.15 : Osborne Reynolds devant son dispositif expérimental (d'après Reynolds [73]).



FIGURE 1.16 : Expérience de Reynolds répétée un siècle plus tard avec le dispositif d'origine, les vitesses augmentant du haut vers le bas (d'après Van Dyke [86]).

de cette phase. D'autre part, le point de transition est difficilement déterminé par l'observation. On préférera alors effectuer des mesures et étudier l'évolution d'un paramètre qui dépend du nombre de Reynolds. Dans le cas des conduites, on s'intéresse à l'évolution du coefficient de pertes de charge en fonction du nombre de Reynolds (Fig. 1.17). Celui-ci voit ses valeurs décroître tant que le nombre de Reynolds reste inférieur à une première valeur critique (notée Re_{c1}). Le coefficient de perte de charge augmente brutalement au passage de la transition. Pour des nombres de Reynolds supérieurs à une deuxième valeur critique (notée Re_{c2}), le comportement turbulent se traduit par une nouvelle loi de décroissance différente de celle observée en laminaire. On pourra alors trouver un critère de transition, Re_c tel que

$$Re_c = \frac{1}{2}[Re_{c1} + Re_{c2}] \quad (1.29)$$

1.5.2 Pertes de charge singulières

Lorsqu'une conduite fait apparaître une variation de section ou de direction, l'écoulement est à même de subir une diminution de sa charge. On parlera ainsi de **per**tes

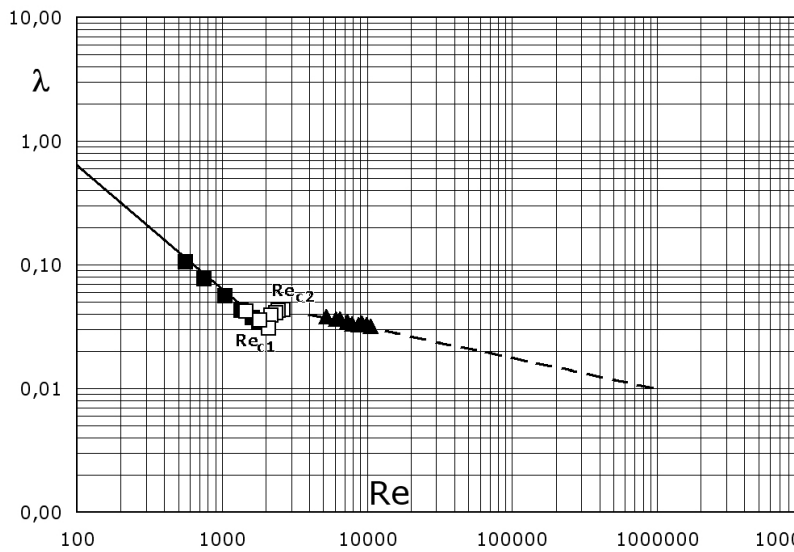


FIGURE 1.17 : Évolution du coefficient de pertes de charge dans une conduite avec le nombre de Reynolds. Mesures effectuées au pôle énergétique de l'ECAM : ■, □ manomètre Eau/Air; ▲, manomètre Eau/Mercure. - - -, modèle de Poiseuille/Hagen [49, 69]; —, modèle de Blasius [20].

de charge singulières, caractérisées par le coefficient de perte de charge ζ . Les pertes de charge singulières sont exprimées alors par la relation :

$$\Delta H_s = \zeta \frac{V^2}{2g} \quad (1.30)$$

ζ dépend de la forme géométrique de la singularité, et est déterminée la plupart du temps par voie expérimentale. V est la vitesse de l'écoulement et dans le cas d'un changement de section (*i.e.* élargissement ou rétrécissement brusque) la vitesse la plus importante des deux sera considérée dans la formulation. L'ouvrage "Memento des pertes de charge – *Idel'Chik*" [82] propose des formulations d'évaluation des coefficients de pertes de charge dans diverses configurations simples. Voici quelques singularités régulièrement observées dans une installation industrielles.

Élargissement brusque

Dans le cas d'un élargissement brusque (Figure 1.18.a), le coefficient de pertes de charge singulières peut être évalué à l'aide de la formule de Borda-Carnot :

$$\zeta = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \quad (1.31)$$

avec S_1 et S_2 les sections de passage de l'écoulement en amont et en aval du rétrécissement respectivement. Cette formulation prévoit des valeurs d'autant plus proches des mesures que le rapport S_1/S_2 est grand. Comme il a été dit précédemment, la vitesse dans la formulation de la perte de charge correspond à celle présente dans la conduite de plus faible section, ici S_1 .

Rétrécissement brusque

L'écoulement subit cette fois-ci une décroissance brutale de sa section de passage (Figure 1.18.b). S_1 représente la section de passage la plus faible comme c'était

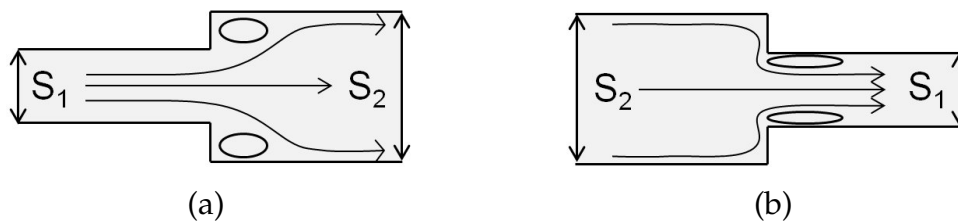


FIGURE 1.18 : Élargissement brusque (a) et rétrécissement brusque (b).

le cas dans l'élargissement brusque et est placée en aval de la singularité. Lorsque l'écoulement en aval de la singularité est caractérisé par $Re < 10^4$ le coefficient de perte de charge singulière est estimé à partir du diagramme de la figure 1.19. Pour des nombres de Reynolds de valeur numérique supérieure, on utilisera la formulation suivante :

$$\xi = 0,5 \left(1 - \frac{S_1}{S_2} \right) \tag{1.32}$$

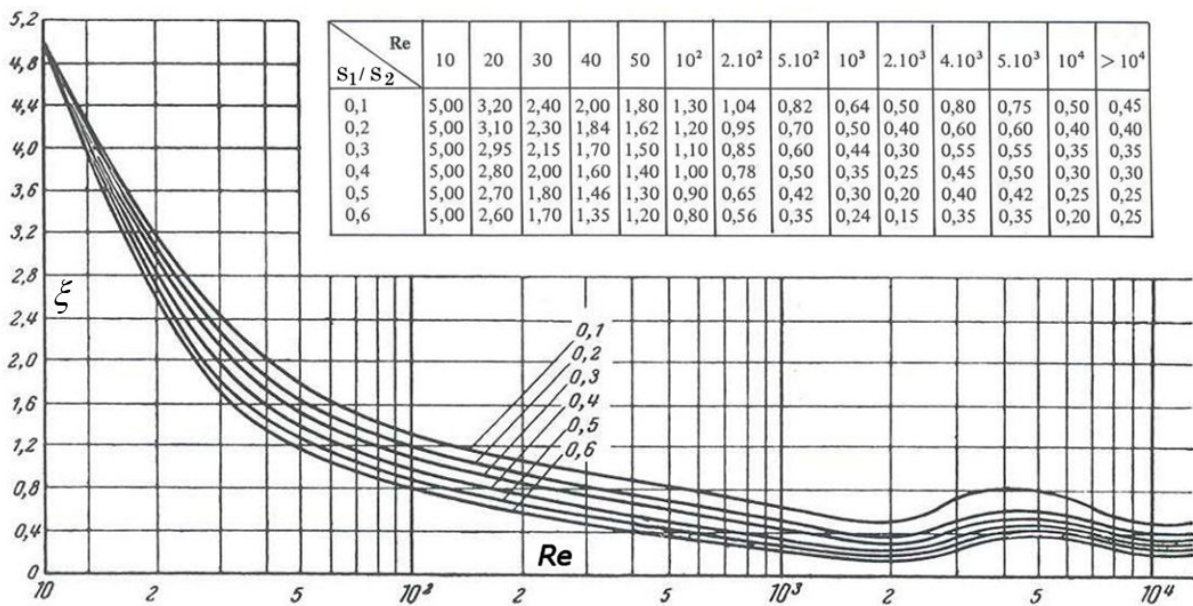


FIGURE 1.19 : coefficient de perte de charge d'un rétrécissement brusque lorsque $Re < 10^4$ et pour différents rapports S_1/S_2 (d'après Idel'cik [82]).

Débouché d'une conduite dans un réservoir

Lorsqu'un écoulement débouche d'une conduite dans un réservoir (Figure 1.20.a) la modification de l'écoulement entraîne une dissipation énergétique. Le coefficient de perte de charge singulière associé à cet événement vaut $\xi = 1,06$ à $1,1$.

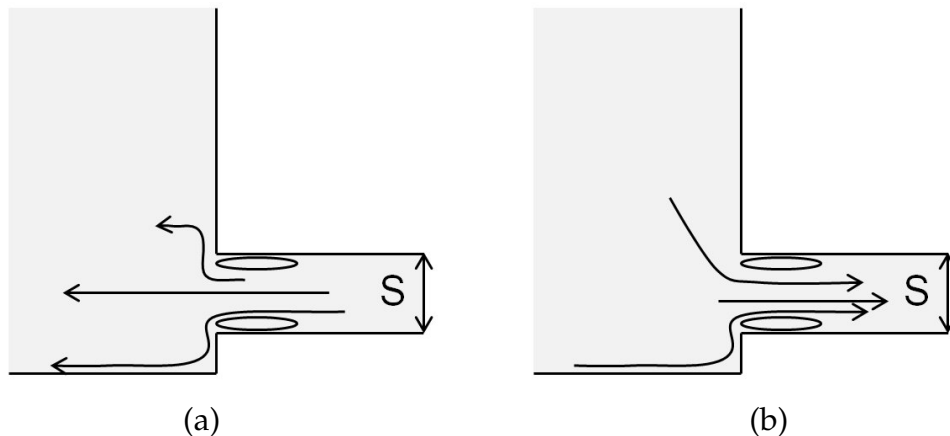


FIGURE 1.20 : Débouché d'une conduite dans un réservoir (a) et départ d'une conduite d'un réservoir (b).

Départ de conduite d'un réservoir

Un écoulement issu d'un réservoir de grande taille et forcé de passer par une canalisation pour y en sortir (Figure 1.20.b) subit une dissipation dont le coefficient de perte de charge vaut approximativement $\xi = 0,5$.

Coude

Dans le cas de conduites circulaires coudées, ayant des diamètres identiques en entrée et en sortie de coude, pour lesquelles $R_c/D > 1$, R_c étant le rayon de courbure, le coefficient de pertes de charge peut être évalué à l'aide de la formulation de Weisbach :

$$\xi = \left[0,13 + 1,85 \left(\frac{D}{2R_c} \right)^{7/2} \right] \frac{\theta}{90} \quad (1.33)$$

avec l'angle θ l'angle du coude exprimé en degré. Lorsque le rayon de courbure est nul (*i.e.* coude brusque) et $\theta = 90$ degré, $\xi = 1,2$.



Les coefficients de pertes de charge sont donnés par des modèles semi-empiriques. Une fois les pertes de charges totales du réseau estimées, on prend l'habitude de majorer de 10% la valeur estimée.

1.5.3 Pertes de charge totales

Les pertes de charge totales représentent l'ensemble des dissipations énergétiques générées par l'installation hydraulique. Il convient alors de comprendre l'agencement des conduites alimentées (*i.e.* parallèle ou série) avant de les estimer. Dans une seule configuration, lorsqu'une seule conduite composée de tronçons placés en série les uns après les autres, les pertes de charge totales seront estimées par l'addition des pertes de charge régulières et singulières. Dans le cas contraire, l'évolution des pertes de charge totales obtenues par voie graphique reste une solution. Celle-ci sera utilisée dans le prochain chapitre.

Notons qu'utiliser les modèles de pertes de charge ne permettent que d'avoir un ordre de grandeur de ces pertes. En effet dans la plupart des installations hydrauliques, les singularités se succèdent les unes après les autres sans que l'écoulement ait suffisamment d'espace entre elles pour redevenir parfaitement développé. Dans ce cas les profils de vitesse de l'écoulement à l'entame des singularités ne correspondent pas à ceux présents dans les configurations expérimentales ayant permises d'obtenir ces modèles. Ces derniers ne permettront donc pas de traduire de façon exacte les pertes de charge réellement observées *in situ*. L'utilisateur souhaitant estimer au mieux les pertes de charge dans des configurations complexes pourra, s'il en a les compétences, réaliser des calculs numériques, telles que la *CFD*.

1.5.4 Notion de longueur équivalente

Il est parfois plus pratique de manipuler des longueurs de conduite que des coefficients de pertes de charge singulières. On peut dans ce but estimer la longueur nécessaire, notée L_e , pour une conduite (virtuelle) de diamètre D et de coefficient de perte de charge linéaire λ produisant des pertes de charge linéaires équivalentes à celle d'une singularité caractérisée par un coefficient de perte de charge ζ . L'égalité de ces deux pertes

$$\zeta \frac{V^2}{2g} = \lambda \frac{L_e}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \text{conduit à la relation} \quad L_e = \zeta \frac{D}{\lambda} \quad (1.34)$$

Les valeurs de la conduite virtuelle, D et λ , sont prises égales aux valeurs de la conduite composant le circuit hydraulique. Tout se passe donc comme si la présence de singularités augmentait la longueur de conduite du réseau. Cette notion est souvent utilisée dans les catalogues de fournisseurs de matériels hydrauliques.

1.6 Présence d'une machine dans le réseau hydraulique

Nous avons supposé jusqu'à présent que la ligne de courant, sur laquelle le bilan énergétique était réalisé, ne rencontrait aucune machine avec laquelle une interaction était possible. Ceci n'est plus le cas dans les installations hydrauliques présentant des pompes ou des turbines. Dans les deux cas une interaction entre le fluide et la machine doit être considérée cette fois. Prenons une ligne de courant et isolons des sections S_1 et S_2 entre lesquelles une machine est présente, le bilan énergétique s'écrit alors :

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g \Delta H - \frac{P_u}{Q}$$

P_u est la puissance utile fournie (*i.e.*, $P_u > 0$) ou prélevée (*i.e.*, $P_u < 0$) par les pales au fluide. En conséquence, la charge voit sa valeur numérique augmenter dans le premier cas et diminuer dans le second. On peut écrire la relation précédente en utilisant la notion de charge cette fois :

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_v}{\rho g Q} - \frac{P_u}{\rho g Q}$$

avec P_v la puissance dissipée par effet visqueux et donc associée aux pertes de charge.

Dans le cas des turbines, des éoliennes ou des moulins (Fig. 1.21.a), les aubes prélèvent de l'énergie mécanique à l'écoulement, *i.e.*, $P_u < 0$. L'énergie est alors initialement sous forme d'énergie potentielle (cas des retenues d'eau des stations hydroélectriques) ou cinétique (cas des éoliennes ou des moulins). L'énergie mécanique est ensuite convertie en puissance électrique ou alors en une autre forme d'énergie mécanique, comme cela était le cas pour les moulins broyant les céréales. Dans le cas des pompes (Fig. 1.21.b), la roue, clavetée sur un arbre mis en rotation par un moteur électrique, dispose d'aubes. Ces dernières fournissent l'énergie à l'écoulement, la charge en sortie de la machine se trouvant dès lors plus importante qu'à son entrée. Le chapitre 4 est consacré à l'utilisation des pompes centrifuges dans les réseaux hydrauliques.

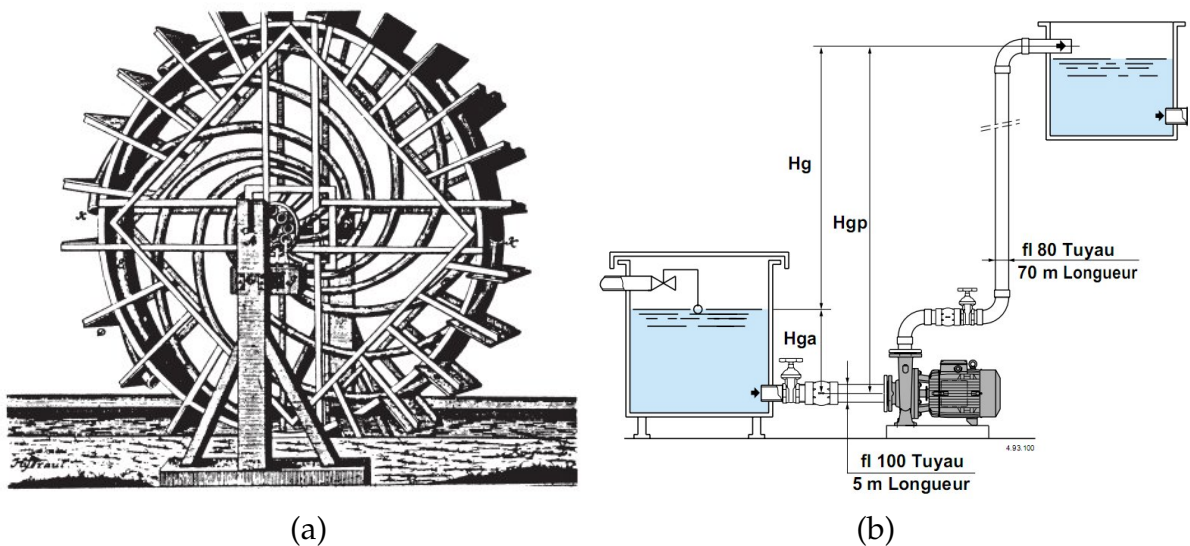


FIGURE 1.21 : a, Roue à eau conçue par Jacob Leupold. L'originalité de cette roue repose sur la présence de tuyaux tuyaucourbés alimentant en eau la région centrale de la roue; b, Installation hydraulique avec une pompe de type centrifuge et montée en charge (d'après [2]).

1.7 Mesure du débit dans les conduites

Il existe beaucoup de méthodes expérimentales permettant d'estimer le débit dans une canalisation et choisir le débitmètre adapté n'est pas forcément simple. Ce choix est basé entre autre sur la précision attendue, le type de fluide, le nombre de Reynolds, la gamme de débit, l'environnement au contact avec le débitmètre, le coût du débitmètre, la facilité de lecture du débit et la durée de vie du débitmètre.

Les débitmètres peuvent être classés comme suit [45] :

- débitmètres à pression différentielle;
- déversoirs et chenaux;
- débitmètres à turbine, compteurs;
- débitmètres électromagnétiques, débitmètres à ultrason;

— débitmètres de type oscillant.

1.7.1 La méthode directe

Lorsque l'écoulement est permanent il est possible d'estimer le débit volumétrique à partir du temps nécessaire à l'écoulement pour remplir un volume connu. La qualité de la mesure est d'autant plus importante que le temps de mesure est long. Aucune calibration n'est nécessaire rendant cette méthode très séduisante. Il est d'autre part possible d'utiliser cette méthode pour l'estimation de débit d'un écoulement de gaz mais la compressibilité de celui-ci doit alors être prise en compte.

1.7.2 Les débitmètres à restriction de passage

Les débitmètres à restriction de passage sont tous basés sur l'accélération de l'écoulement suite à un passage au travers d'une tuyère ou une autre forme équivalente (Figure 1.22). Une région de recirculation est formée par le décollement de la couche limite sur la tuyère (schématisée en pointillé sur la figure). L'écoulement principal est accéléré pour former une région contractée (*vena contracta*) puis décélère ensuite pour occuper la section de conduite entièrement. Le débit massique théorique s'écrit :

$$Q = \frac{S_2}{\sqrt{1 - (S_2/S_1)^2}} \sqrt{2\rho (p_1 - p_2)} \quad (1.35)$$

avec S_1 et S_2 les sections de passage en amont de la tuyère et dans la région contractée. $p_1 - p_2$ est la différence de pression notée entre ces deux sections et mesurée à l'aide de tubes piézométriques. Lorsque l'écoulement est turbulent la valeur de S_2 est très bien identifiée. Quelques points limitent l'utilisation de la relation (1.35). Par exemple lorsque le diamètre de la tuyère, D_t , est trop faible devant celui de la conduite amont (*i.e.* D_1) la valeur du diamètre de la région contractée est incertaine. Enfin l'emplacement des tubes piézométriques influence la valeur de $p_1 - p_2$. Le débit volumétrique est donc généralement donné sous la forme :

$$Q = K S_t \sqrt{2\rho (p_1 - p_2)} \quad (1.36)$$

où K est un coefficient de débit qui est fonction du diamètre géométrique de la tuyère et de celui de la région contractée. Il s'agit donc d'une correction apportée à la relation précédente qui est basée sur les paramètres géométriques uniquement (D_1 et D_t , et non pas D_2).

Les géométries des débitmètres déprimogènes sont connues par construction, la norme Iso 5167 [6] permet de les utiliser sans avoir à les étalonner au préalable.

Plusieurs débitmètres basés sur ce principe sont présentés dans la suite du document.

Le Venturi

Le tube de Venturi est composé de deux parties consécutives, un convergent suivi d'un divergent (Fig. 1.23.a). La fabrication de ce débitmètre nécessite une grande

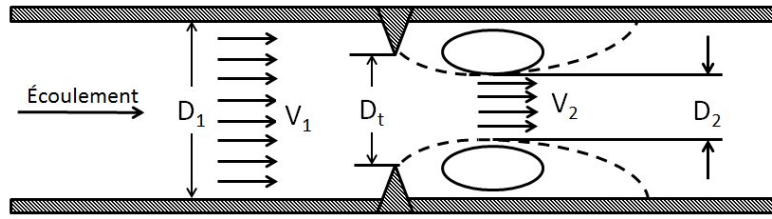


FIGURE 1.22 : Représentation d'un débitmètre à restriction de passage.

précision et de faibles tolérances expliquant ainsi son coût élevé. Il est principalement placé dans des canalisations sous pression. Le Venturi classique détaillé dans la norme ISO 5167-1 possède un angle au sommet de la partie convergente valant 21° , et celui de la partie divergente valant 7° . Les pertes de charge par un tel débitmètre restent faibles.

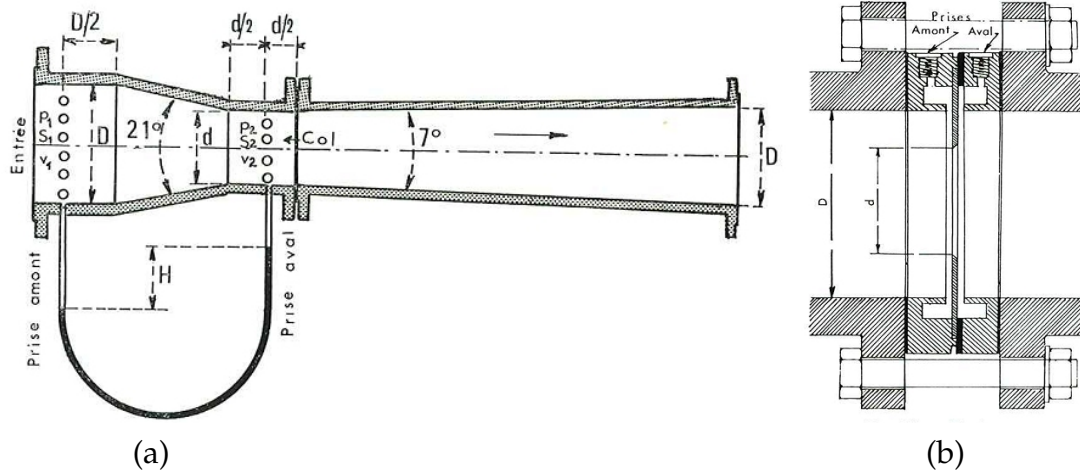


FIGURE 1.23 : Représentation d'un Venturi (a) et d'un diaphragme (b) (d'après A. Dupont [34]).

Les mesures de pression sont réalisées sur deux sections placées légèrement en amont et en aval du convergent. Les deux prises de pression sont reliées à un manomètre différentiel à mercure et la différence de hauteur Δh enregistre la quantité $(p_1 - p_2) / (\rho g)$. Le débit massique est formulé de la façon suivante

$$Q = K_V S_c \sqrt{2\rho (p_1 - p_2)}$$

où K_V est le coefficient de correction propre au tube de Venturi, et S_c est la section au col.

Le diaphragme

Le diaphragme utilise un étranglement de l'écoulement par la présence d'une couronne circulaire (Fig. 1.23.b) dont l'orifice est un simple perçage centré. L'épaisseur du diaphragme doit rester faible mais dès lors que la pression exercée par l'écoulement devient excessive pour une tenue mécanique convenable du diaphragme, l'épaisseur

est alors augmentée. Un chanfrein est alors réalisé avec un angle égal à 45° [6]. Étant donnée sa simplicité son coût est très faible et l'installation ou le remplacement reste aisé. Contrairement au Venturi pour lequel la variation de section de passage est contrôlée, ici cette section de passage passe brutalement d'une section de diamètre D à une section plus faible de diamètre d . De ce fait, les pertes de charge sont supérieures. D'autre part, la place occupée par les diaphragmes devient plus faible.

Le principe de mesure étant identique à celui du Venturi, la relation débit massique-hauteur est de la même forme

$$Q = K_D S_c \sqrt{2\rho (p_1 - p_2)}$$

avec K_V un coefficient correctif propre au diaphragme.

1.7.3 Les débitmètres à réponse linéaire

Il existe quelques débitmètres dont la réponse est linéaire avec le débit volumétrique et sans la nécessité de mesurer des différences de pressions.

Le rotamètre

Le Rotamètre (de la société Rota) est un débitmètre constitué d'un tube vertical (Fig. 1.24.a) dont la section de passage augmente du bas vers le haut et dans lequel un organe, appelé de façon impropre *flotteur*, est animé d'un mouvement de translation (et parfois de rotation). L'altitude du flotteur est fonction de son poids propre, de l'effort d'Archimède et de la traînée générée par le passage de l'écoulement autour de l'obstacle. Seul ce dernier effort dépend de la vitesse et donc du débit de l'écoulement. Une relation entre ce débit et l'altitude observée est alors possible.

L'application du théorème de Bernoulli et de la conservation de la masse permet d'écrire la relation entre le débit et la section de passage locale, S_2 :

$$Q = K S_2$$

La surface de passage, S_2 , est proportionnelle à la hauteur par construction, une graduation linéaire peut être ajoutée pour rendre la lecture directe.

Cet appareil simple dans le principe n'est pourtant pas d'usage courant, et on lui préfère les dispositifs déprimogènes, moins fragiles. Le rotamètre est surtout conseillé pour les petits débits, les débits plus élevés entraînant des dimensions beaucoup plus importantes et des coûts plus élevés. De part son principe de fonctionnement, ce dispositif doit être placé à la verticale.

La turbine

La turbine est composée d'une hélice libre de tourner autour d'un axe aligné avec la conduite de l'écoulement (Fig. 1.24.b). La vitesse de rotation peut être mesurée par un capteur magnétique.

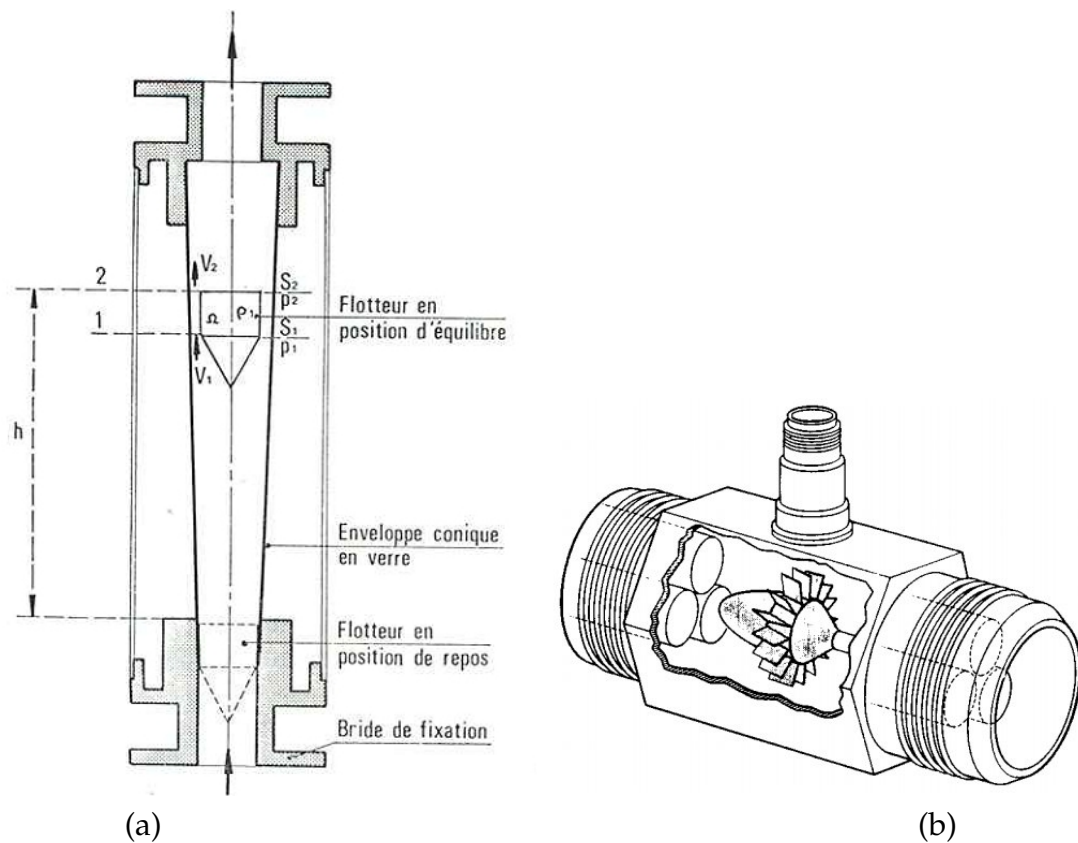


FIGURE 1.24 : Représentation d'un rotamètre (d'après A. Dupont [34]) (a) et d'une turbine (b) (d'après F. Kreith [52]).

Débitmètre à effet vortex

Un débitmètre à effet vortex est basé sur la génération d'instabilités par un cylindre placé dans un écoulement. La fréquence de cette génération est caractérisée par le nombre de Strouhal $St = fD/V$ où f est la fréquence des lâchers de tourbillons, D le diamètre du cylindre circulaire, et V la vitesse de l'écoulement à caractériser. Le nombre de Strouhal dépend du nombre de Reynolds de l'écoulement mais demeure constant sur la plage $Re = [300 - 100\ 000]$. L'estimation de la vitesse d'écoulement repose donc sur la mesure de cette fréquence réalisée la plupart du temps à partir de jauges de déformations (Fig. 1.25.a).

1.7.4 Le débitmètre à effet Coriolis

Le débitmètre à effet Coriolis (Fig. 1.25.b) est basé sur l'apparition d'une force de Coriolis s'appliquant sur un écoulement sollicité par une vibration perpendiculaire à ce mouvement. L'effort ainsi créé agit sur le tube donnant lieu à un déphasage du mouvement de celui-ci. La lecture du déphasage entre deux points est utilisée pour l'estimation du débit massique. Ce débitmètre a de nombreux avantages car il permet d'estimer plusieurs grandeurs simultanément : le débit massique, la masse volumique, et la température du fluide. Enfin sa précision

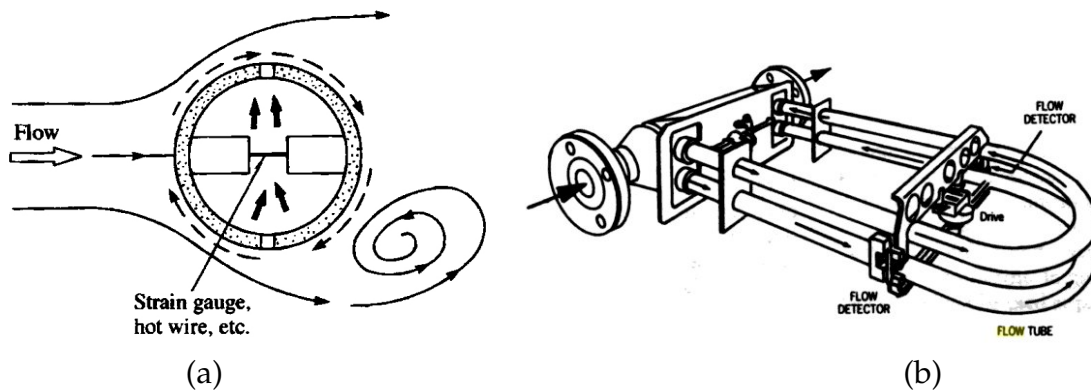


FIGURE 1.25 : Représentation d'un débitmètre à effet vortex (a) et d'un débitmètre à effet Coriolis. Respectivement d'après H. Yamazaki *et al.* [95] et d'après D. Liu [18].

1.7.5 Le tube de Pitot

Le tube de Pitot¹³ est un obstacle placé dans l'écoulement et muni d'orifices permettant la mesure des pressions totale, $p_{\text{Tot.}}$, et statique, $p_{\text{Stat.}}$, de cet écoulement (Fig. 1.26). La vitesse de l'écoulement s'exprime à l'aide de la relation

$$V = c \sqrt{2(p_{\text{Tot.}} - p_{\text{Stat.}}) / \rho}$$

avec c le coefficient du tube de Pitot égal à 1 pour des tubes standards. La valeur de ce coefficient est différente de l'unité lorsque les effets de compressibilités deviennent importants.

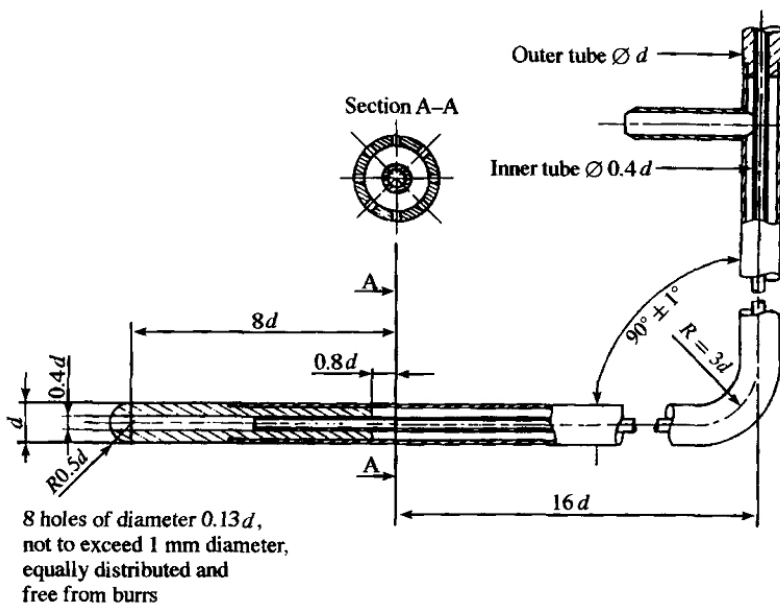


FIGURE 1.26 : Représentation d'un tube de Pitot (d'après Y. Nakayama *et al.* [63]).

13. Henri de Pitot, physicien français (1695-1771), mis en œuvre une "machine pour mesurer la vitesse des eaux courantes et le sillage des vaisseaux".

Chapitre 2

Réseaux hydrauliques

Les réseaux hydrauliques ont pour rôle d'acheminer, dans des conditions maîtrisées, un fluide d'un endroit à un autre pour y être utilisé, lors de son parcours ou à l'extrémité du réseau. Les réseaux hydrauliques dans les bâtiments permettent par exemple de distribuer la chaleur et le froid *via* des échangeurs thermiques. Le fluide doit alors avoir suffisamment d'énergie pour circuler et lutter contre les dissipations générées par les composants du réseau. Le but de ce chapitre est de présenter la démarche permettant d'obtenir la courbe du système hydraulique à alimenter. Cette courbe sera tracée sur le même graphique que celle caractérisant le système de pompage (présenté au chapitre suivant).

2.1 Choix des conduites

Les conduites constituant le réseau hydraulique seront composées d'un matériau dont le type (acier, fonte, cuivre, etc.) doit satisfaire certaines contraintes liées au fluide transporté énoncées, quant à elles, sous forme de vitesse d'écoulement. Ainsi une vitesse trop faible d'un écoulement d'eau et de sable entraînera un dépôt systématique du sable sur les parties basses du réseau alors qu'une vitesse trop élevée sera à l'origine d'un brassage non souhaité pour les fluides susceptibles de mousser fortement. D'autre part les diamètres utilisés seront choisis parmi des diamètres nominaux proposés par des normes, NF EN ISO 6708 par exemple. Le diamètre installé est à relier à la vitesse de l'écoulement dépendant du type de tuyauterie (Tableau 2.1).

Eau de refroidissement.....	{ tuyauterie d'absorption	0,7 — 1,5
	{ tuyauterie de refoulement..	1 — 2
Eau d'alimentation des chaudières	{ tuyauterie d'absorption	0,5 — 1
	{ tuyauterie de refoulement..	1,5 — 2,5
Tuyauterie de condenseur.....		1 — 2
Installations principales d'eau potable.....		1 — 2
Réseau de distribution d'eau potable		0,6 — 0,7
Eau sous pression		15 — 30
	Air comprimé	15 — 25
En désignant par	Compres- } à piston < $V_a = 16 - 20$	
$V_a =$ vitesse de l'eau du côté ad-	seurs } rotatifs ... $V_a, V_r = 20 - 25$	
mission,		
$V_r =$ vitesse de l'eau du côté		
refoulement		
on a en moyenne :	Vapeur à l'échappement.	15 — 20
— pour les pompes à piston $V_a =$	Vapeur jusqu'à 40 atm...	20 — 40
0,8 m/s (pour une petite hauteur	Vapeur à haute pression.	30 — 60
d'absorption et une courte tuyau-	Gaz jusqu'à 2 atm	4 — 20
terie) jusqu'à 4 m/s pour l'eau qui	Gaz jusqu'à 5 atm	11 — 35
contient beaucoup d'air (vitesse plus	Gaz au-dessus de 5 atm .	> 15
grande pour éviter les corrosions) ;	Installat. ménag. de gaz..	≈ 1
$V_r = 1,0 \div 2,0$ m/s.	Essence, benzol.....	1 — 2
— pour les pompes centrifuges	Mazout	0,5 — 2
$V_a = 1,0 \div 1,5$ m/s et	Comme ordre de grandeur, on peut	
$V_r = 2,5 \div 3,0$ m/s.	prendre en moyenne :	
	pour liquides $V = 1$ m/s.	
	pour gaz $V = 5 \div 10$ m/s.	
	pour vapeur $V = 10 \div 20$ m/s.	

TABLEAU 2.1 : Vitesse en m/s pour diverses tuyauteries (d'après Oniga [66]).

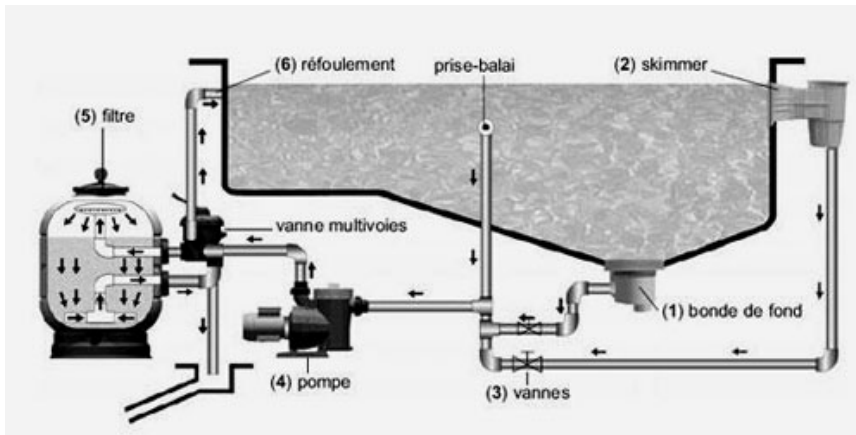


FIGURE 2.1 : Vue en coupe d'un réseau hydraulique d'une piscine avec filtration classique (d'après [8]).

2.2 Constitution d'un réseau hydraulique

Le réseau hydraulique désigne l'ensemble des conduites et des composants à travers lesquels circule l'écoulement de fluide. Il peut être très simple, par exemple un circuit composé d'une conduite d'aspiration suivie d'une conduite de refoulement alimentant un réservoir, ou très complexe (existence de plusieurs bassins de puisage à partir de plusieurs pompes et alimentant des branches placées en parallèle entre elles). La figure 2.1 présente, par exemple, le réseau hydraulique d'une piscine permettant la filtration de l'eau pour des raisons sanitaires. Comme on peut le voir, le fluide parcourt une série de tronçons rectilignes uniformes séparés par des coudes. Ceci entraîne la présence de pertes de charge, régulières et singulières. Le passage, d'autre part, à travers des organes de fonctionnement du réseau, le filtre ou les vannes dans cet exemple, génère aussi d'autres pertes de charge singulières qui peuvent être très élevées et qu'il ne faut pas ignorer dans le problème.

Le réseau hydraulique est caractérisé par une courbe tracée dans le repère débit-hauteur (Q, H) dans lequel est tracée en plus la charge manométrique du système de pompage. La courbe du réseau peut être obtenue soit à partir d'une formulation analytique des pertes de charge, soit de façon graphique par manipulation d'autres courbes caractérisant des tronçons de réseau. Il s'agit-là du propos de ce chapitre d'expliquer la démarche à utiliser pour obtenir cette courbe.

2.3 Courbe caractéristique d'un circuit hydraulique

On appelle **courbe caractéristique d'un circuit hydraulique** (H_c) la charge nécessaire au fluide pour pouvoir circuler dans le réseau hydraulique. Cette charge devra compenser d'une part les différences d'altitude entre les surfaces libres des bassins et des réservoirs à alimenter (placés généralement à une altitude supérieure), et d'autre part les pertes de charge liées à l'écoulement dans les conduites. La courbe du réseau sera obtenue généralement de façon graphique et sera d'autant plus complexe que le circuit hydraulique fera apparaître des branches différentes placées en parallèle ou en série, et alimentant des réservoirs localisés à des altitudes différentes.

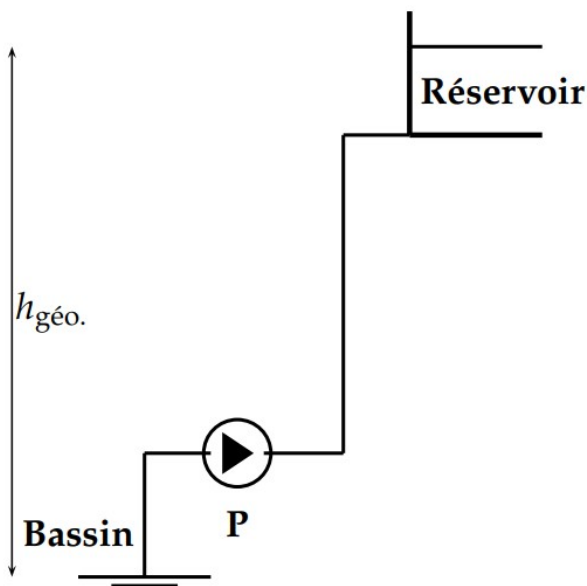


FIGURE 2.2 : Réseau hydraulique comprenant des conduites d'aspiration et de refoulement traversées par le même débit.

2.3.1 Réseau hydraulique simple

Dans le cas *simple* d'un réseau pourvu d'un bassin d'alimentation et d'un réservoir à atteindre caractérisés tous deux par des surfaces libres sur lesquelles régnent une pression atmosphérique (Fig. 2.2), la courbe du réseau est exprimée de façon générale par la relation :

$$H_c = h_{\text{géo}} + \lambda \frac{8L_{\text{Tot.}}}{\pi^2 g D^5} Q^2$$

où $h_{\text{géo}}$ représente la différence d'altitude des deux surfaces libres placées aux extrémités du réseau, et $L_{\text{Tot.}}$ représente la longueur équivalente totale des conduites d'aspiration et de refoulement (*i.e.* $L_{\text{Tot.}} = L_{\text{Asp.}} + L_{\text{Ref.}}$). Cette addition est évidemment possible car les deux conduites sont traversées par le même débit. Si ce n'est pas le cas, *i.e.* dans le cas de conduites placées en parallèle, le tracé de la courbe de réseau, plus complexe, est obtenu en considérant les courbes des conduites de façon individuelle et de les additionner de façon cohérente selon leur agencement.

2.3.2 Comment obtenir la courbe du réseau hydraulique ?

L'obtention de la courbe d'un réseau hydraulique complexe à alimenter est effectuée la plupart du temps à partir d'une méthode graphique. Celle-ci vise dans un premier temps à décomposer le réseau en plusieurs branches placées en série ou en parallèle les unes par rapport aux autres. Chacune de ces branches étant caractérisée par une courbe, la courbe totale est atteinte en effectuant des additions de débits ou de hauteurs selon la configuration des conduites entre elles. En effet, lorsque deux conduites sont placées en parallèle, le débit entrant dans la dérivation se divise en deux débits de telle sorte que les pertes de charge dans les deux conduites soient identiques. La courbe résultante est ainsi atteinte par l'addition de débits traversant les deux conduites pour des valeurs de pertes de charge fixes (Fig. 2.3.a). Par contre lorsque deux conduites sont placées en série, elles sont toutes deux traversées par des

débites identiques, les pertes de charges s'accumulent alors. La courbe résultante est obtenue en considérant différents débits, et en additionnant les pertes de charge des deux conduites (Fig. 2.3.b).

L'assemblage des courbes caractéristiques de chaque conduite nécessite une bonne analyse du réseau – qu'il ne faut pas négliger – à partir du schéma.

2.3.3 Prise en compte des altitudes des bassins d'alimentation et des réservoirs

Une pompe est dans certains cas utilisée pour élever de l'eau d'une altitude "basse" vers une altitude plus haute. La différence d'altitude est généralement prise en compte dans le tracé des caractéristiques des conduites débouchant sur les réservoirs à l'aide du terme $h_{\text{géo}}$ vu plus haut. Dans le cas d'un unique bassin ou lorsque plusieurs bassins dont les surfaces libres sont toutes localisées à la même altitude sont présents, les courbes caractéristiques des réservoirs à alimenter démarreront alors sur le graphe à une ordonnée correspondant à la différence d'altitude des bassins et du réservoir. Prenons l'exemple illustré sur la figure 2.4. L'eau y est pompée d'un unique bassin dont la surface libre est localisée à une altitude de 4 m (par rapport au niveau de la mer) pour y être transportée jusqu'à un réservoir par une conduite dont le point le plus haut est placée à une altitude de 20 m. La pompe doit alors fournir au minimum une charge égale à la différence d'altitude, soit 16 m ici, pour vaincre les effets de la pesanteur. En plus de cela, elle doit fournir une charge supplémentaire pour équilibrer les pertes de charge du réseau. La courbe caractéristique est alors une parabole ascendante.

La figure 2.5 illustre le cas d'une alimentation de deux réservoirs dont les points les plus hauts à alimenter sont égaux à 16 m pour le premier et 20 m pour le deuxième. Les deux bassins ont tous deux des surfaces libres situées à une altitude égale à 4 m. Les différences d'altitudes entre les surfaces libres des deux réservoirs et les bassins n'étant pas identiques, les deux courbes caractéristiques démarreront à des ordonnées décalées, 12 m et 16 m.

Notons bien que les deux cas précédents ne considèrent que les conduites débouchant sur le(s) réservoir(s). Il faut d'autre part considérer les caractéristiques des autres conduites du circuit pour compléter la résolution.

Les termes d'altitudes ayant été pris en compte par ce biais, les autres courbes ne devront pas les considérer. La courbe caractéristique d'une conduite localisée à l'intérieur du réseau (c'est à dire non placée aux extrémités du réseau) pourra démarrer à l'origine du repère (Q,H) (voir plus bas).

2.3.4 Courbe résultante de plusieurs réservoirs à alimenter

Il convient ici dans une première étape de tracer les courbes caractéristiques de chacune des conduites véhiculant le liquide jusqu'aux réservoirs comme il a été montré dans le paragraphe précédent. Il reste ensuite pour l'utilisateur à retrouver la courbe résultante de l'ensemble de ces courbes à partir des précédentes courbes.

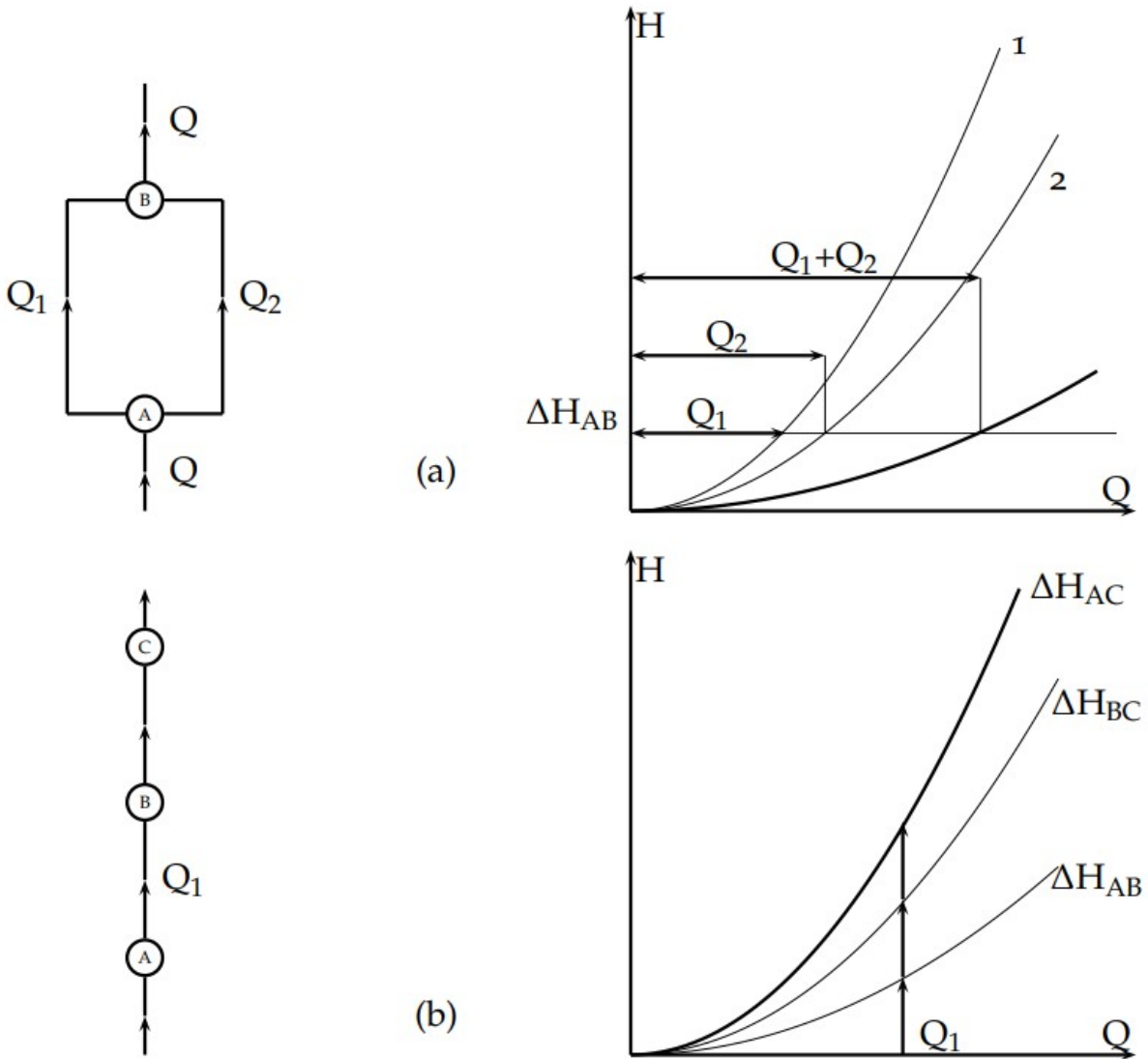


FIGURE 2.3 : Courbes caractéristiques résultantes de conduites placées en parallèle (a) ou en série (b). Lorsque les conduites sont disposées en parallèle, pour différentes valeurs de pertes de charge, la courbe résultante est atteinte par addition des débits traversant chaque conduite ; lorsque les conduites sont disposées en série, pour des différentes valeurs de débits, on additionne les pertes de charge.

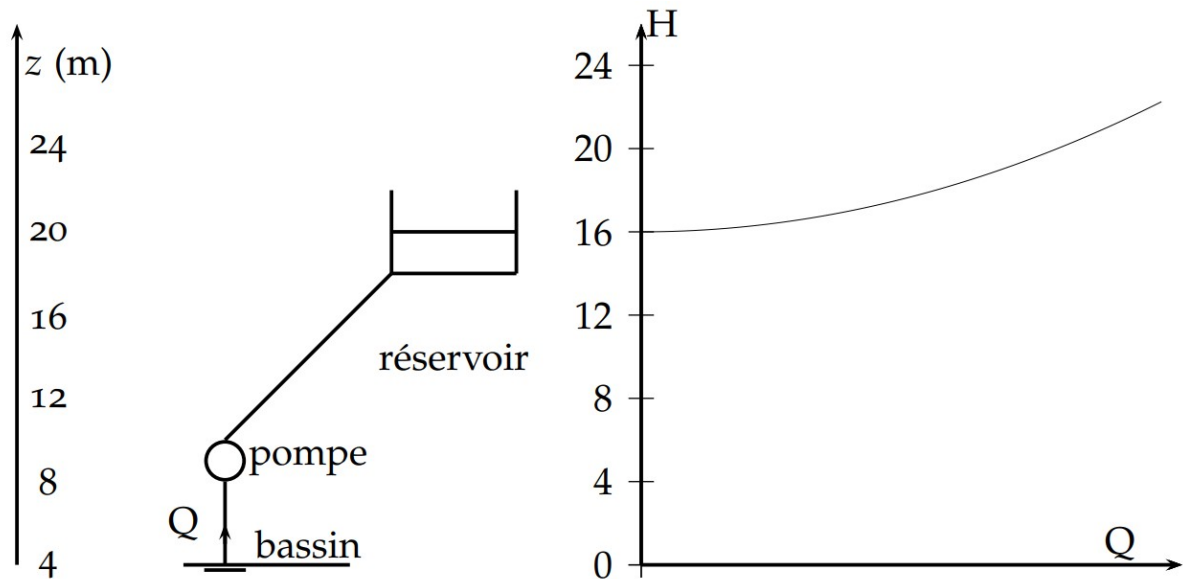


FIGURE 2.4 : Prise en compte de la différence d'altitude entre le bassin d'alimentation et le réservoir. À gauche, le réseau à alimenter ; à droite, la courbe caractéristique de la conduite débouchant sur le réservoir.

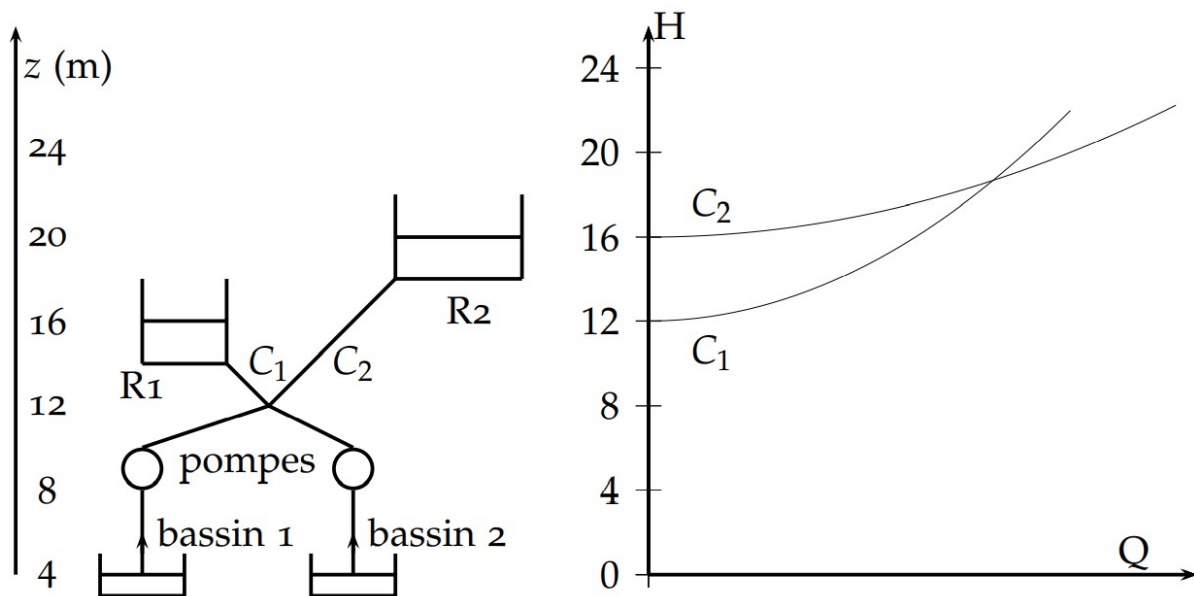


FIGURE 2.5 : Prise en compte de la différence d'altitude entre plusieurs bassins d'alimentation dont les surfaces libres sont toutes localisées à la même altitude et plusieurs réservoirs. À gauche, le réseau à alimenter ; à droite, les courbes caractéristiques des conduites débouchant sur les réservoirs.

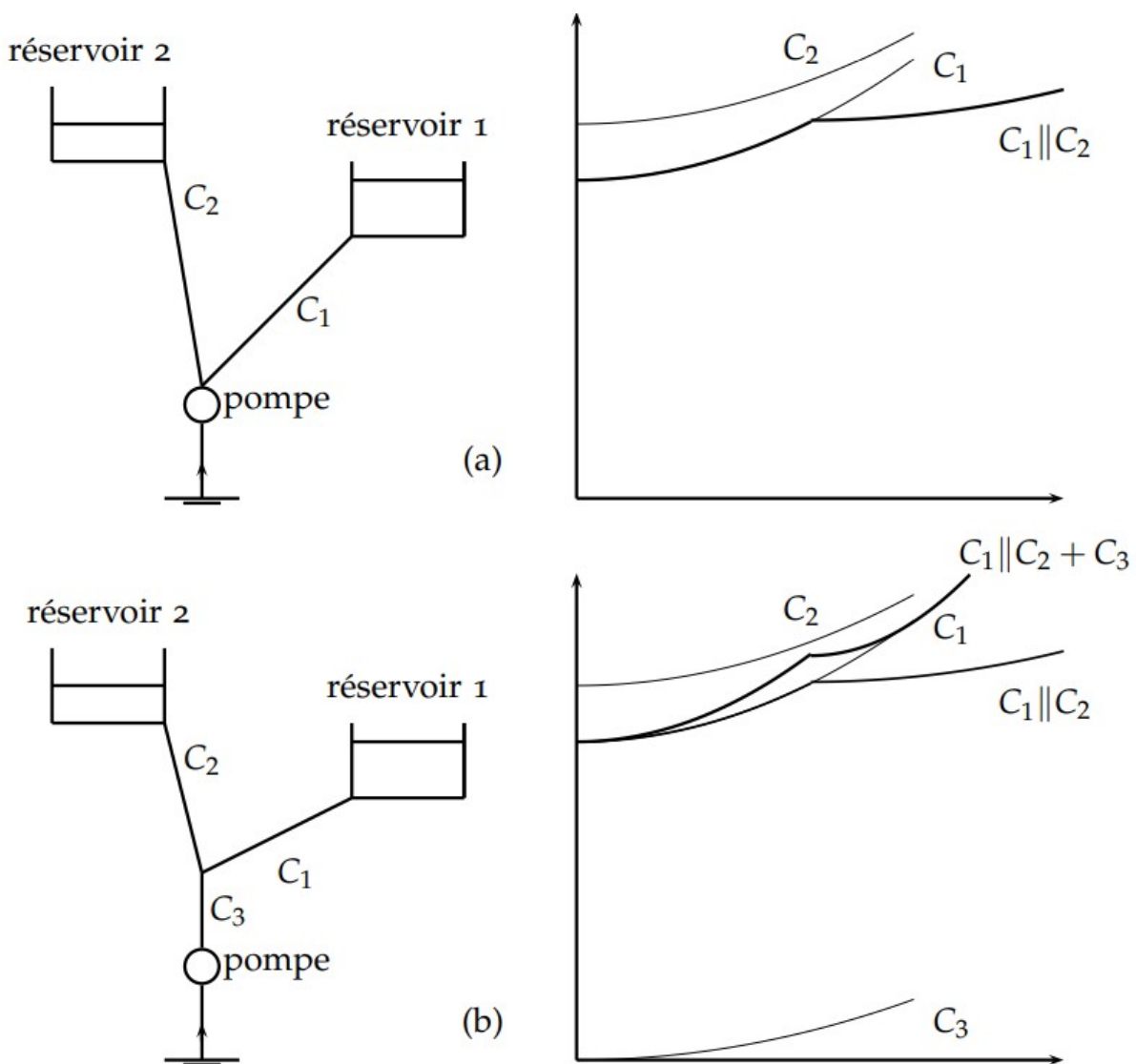


FIGURE 2.6 : Courbes caractéristiques de réseaux hydrauliques. a, deux conduites C_1 et C_2 en parallèle ; b, deux conduites C_1 et C_2 en parallèle et toutes deux en série avec une troisième conduite C_3 . Dans ces exemples, les pertes de charge à l'aspiration sont négligées.

Ceci est illustré sur la figure 2.6.a avec deux réservoirs à alimenter étant situés à des altitudes différentes, la courbe résultante notée $C_1 \parallel C_2$ étant tracée en gras.

2.3.5 Courbes caractéristiques de conduites placées à l'intérieur du réseau

Il s'agit ici de conduites placées au milieu du réseau et donc éloignées des extrémités. Elles seront alors caractérisées uniquement par un terme de pertes de charge. En effet, même si elles sont situées à des altitudes non nulles par rapport au plan de référence, le terme d'altitude sera pris en compte dans les caractéristiques des conduites alimentant les réservoirs (voir plus haut). Ceci est illustré sur la figure 2.6.b avec la conduite C_3 placée dans le refoulement de la pompe. La courbe caractéristique

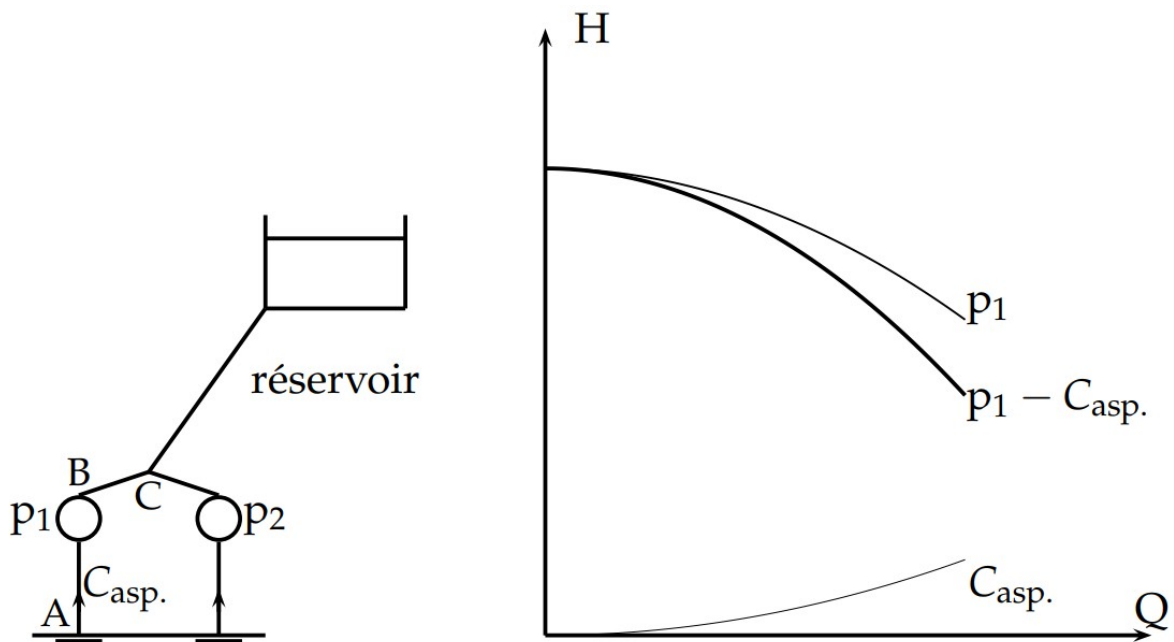


FIGURE 2.7 : Courbes caractéristiques d'une conduite AC composée d'une pompe et de sa conduite d'aspiration (Les pertes de charge dans la conduite BC sont négligées). Les autres parties du réseau ne sont pas tracées.

est tracée à partir de l'origine et ne fait intervenir que ses pertes de charge. Dans ce cas précis, après avoir tracé la courbe résultante des deux conduites desservant les réservoirs, notée $C_1 || C_2$, on ajoute les pertes de charge de la conduite C_3 .

2.3.6 Courbes de conduites d'aspiration des pompes

Il convient d'être vigilant quant à l'utilisation des courbes caractérisant l'aspiration des pompes. Il existe en effet deux cas et ainsi deux types de tracé. (1) Si le réseau ne fait apparaître qu'une "unique" conduite (*i.e.*, aspiration/refoulement/réservoir, Fig. 2.4), alors les pertes de charge cédées dans la conduite d'aspiration peuvent être ajoutées à celles du reste du circuit, les débits des conduites étant identiques. (2) Dans le cas d'un système de pompage composé de pompes (et leur conduite d'aspiration) placées en parallèle, deux démarches sont possibles. (2.a) On peut retrancher les pertes de charge de l'aspiration à la charge délivrée par la pompe, afin d'obtenir une courbe caractéristique du système d'alimentation composé de la pompe et de sa conduite d'aspiration. (2.b) On peut tracer la courbe caractéristique des deux conduites d'aspiration en parallèle, celle-ci étant placée ensuite en série avec le reste du circuit. La solution (2.a) est illustrée sur la figure 2.7. Dans le cas où les pertes de charge de la conduite de refoulement (BC) ne sont plus négligeables, il est alors nécessaire de les prendre en compte. Ce cas n'a pas été considéré sur la figure 2.7 pour des raisons de clarté de l'exposé.

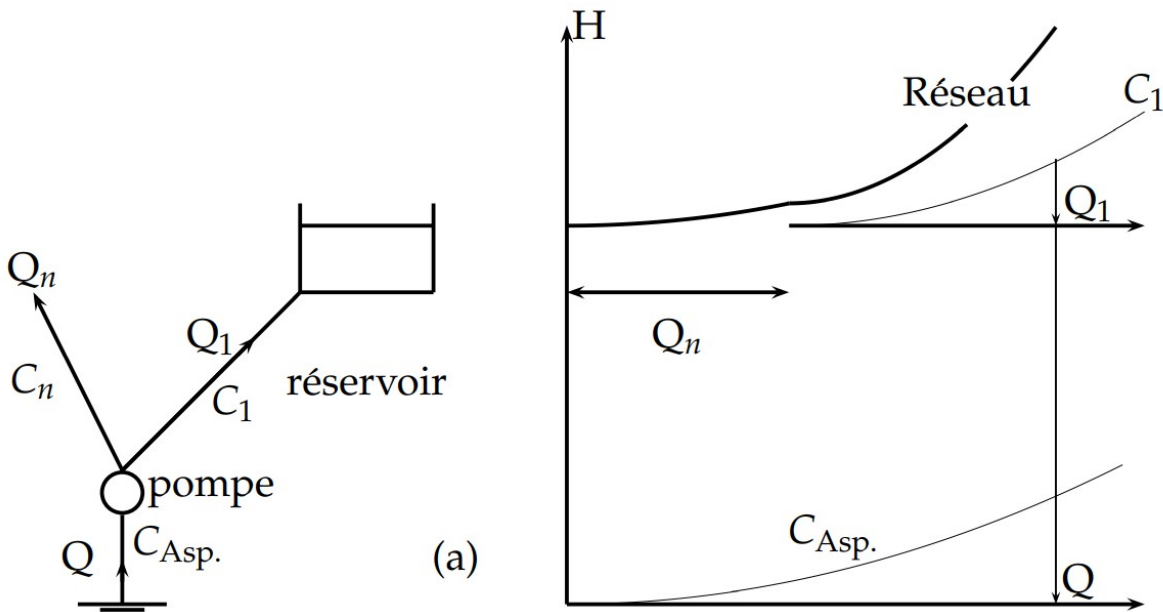


FIGURE 2.8 : Réseau présentant un débit de fuite imposé dans une conduite (La courbe "Réseau" correspond aux conduites $C_{Asp.}$ et C_1).

2.3.7 Réseau hydraulique avec des débits de fuite

Il est parfois nécessaire qu'une conduite délivre un débit imposé (dans le cas d'un échangeur thermique par exemple). Les conduites ayant en commun ce point de jonction sont donc placées parallèlement à la première. L'ajout de l'ensemble des pertes de charge cédées à toutes les conduites du problème doit être effectué méthodiquement dès lors qu'elles ne sont plus traversées par des débits identiques.

Ceci est illustré sur la figure 2.8. Une vanne de la conduite C_n est ouverte de telle sorte que celle-ci délivre un débit Q_n . La conduite C_1 est alors traversée par un débit différent de celui présent à l'aspiration de la pompe. On ne peut donc pas ajouter de façon triviale les pertes de charge à l'aspiration avec celles de la conduite C_1 . Ceci peut être fait à partir du moment où on additionne des pertes de charge à l'aspiration au débit Q avec des pertes de charge dans la conduite C_1 au débit $Q - Q_n$, soit Q_1 . Une addition des pertes de charge est alors possible graphiquement dès lors que l'on translate la courbe de C_1 vers les débits positifs d'une valeur égale au débit de fuite.

2.3.8 Présence d'un réservoir d'air comprimé

Certaines installations disposent d'un réservoir d'air comprimé qu'il convient de tenir compte de façon réfléchie dans la résolution graphique. Si l'air comprimé est une aide pour une pompe à mettre le fluide en mouvement (Figure 2.9.a) ou s'il est présent dans un réservoir à remplir (Figure 2.9.b), la stratégie à adopter sera différente. Posons p_s la pression présente dans le réservoir et considérons pour simplifier le problème une pression atmosphérique régnant sur la surface libre du bassin d'alimentation ou du réservoir à alimenter. Lorsque l'air comprimé est en appui à la pompe, il faudra ajouter à la courbe caractéristique de cette dernière la quantité $(p_s - p_{atm.})/\rho g$.

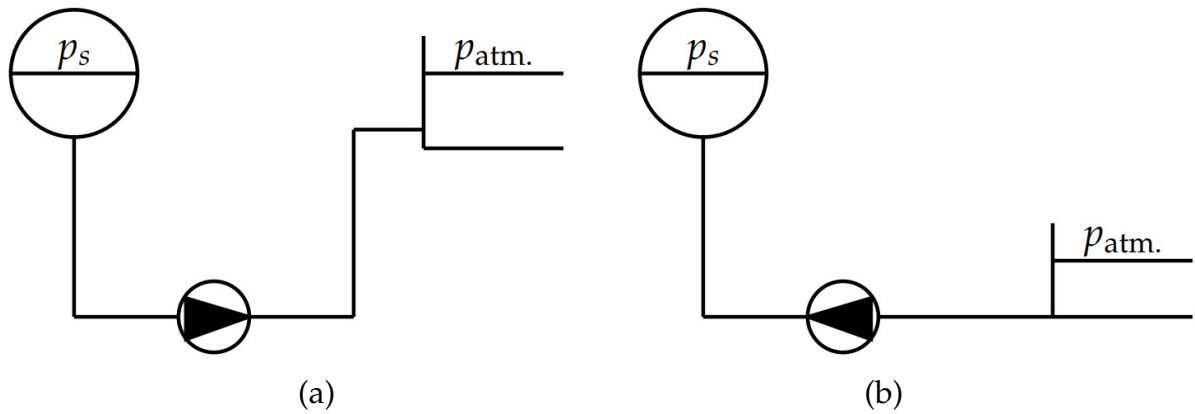


FIGURE 2.9 : Collecteur en appui d'une pompe (a) et collecteur à remplir (b).

On obtient alors la courbe du système alimentant "pompe + réservoir". Au contraire lorsque l'air comprimé est présent dans une cuve à remplir, il s'agit alors d'une quantité à contrer. De ce fait, on ajoutera à la courbe du réseau le terme $(p_s - p_{atm.})/\rho g$ en plus des termes d'altitude et de pertes de charge.

Chapitre 3

Les vannes

Les vannes¹ sont des éléments importants d'un réseau hydraulique et sont utilisées pour de nombreuses actions. Nous nous intéresserons ici qu'aux vannes dont le rôle est de réguler le débit qui diffèrent des *vannes de contrôle* par le fait qu'elles ne sont pas actionnées de façon pneumatique ou hydraulique permettant alors un contrôle avec précision de l'écoulement. Ainsi le terme vanne *de contrôle* est plus associé à la fonction de la vanne qu'à son type. Si les vannes ne sont pas correctement dimensionnées ou manipulées, elles peuvent être à l'origine d'incidents graves. Fermer ou ouvrir, par exemple, une vanne trop rapidement entraîne l'apparition de phénomènes transitoires destructeurs, ce qui sera évoqué dans un prochain chapitre. Si elles sont soumises à de la cavitation, elles peuvent s'endommager grandement et être à l'origine de fuites, ce qui nécessitera alors leur remplacement.

3.1 Exemples de vannes

Les vannes de régulation sont généralement utilisées dans des boucles de contrôle dont le but est de maintenir une variable du procédé (débit, pression, température, etc.) dans une plage de valeurs souhaitées. L'organe de la vanne assurant la modification du débit est le **clapet** obturant plus ou moins le passage de l'écoulement par une modification de sa position dans la partie interne de la vanne. Le **corps de vanne** est le système mécanique assurant le réglage de la position du clapet (et donc du débit). Le clapet est déplacé en translation (corps droit) ou en rotation (corps d'angle). Parmi les nombreuses vannes de régulation, on note :

1. Le terme *vanne* est traduit en anglais par le terme *valve* mais a une signification beaucoup plus large puisqu'elles concernent les vannes de régulation (*throttling valves*), les vannes d'arrêt (*on-off valves*) et les clapets (*nonreturn valves*).

- les vannes (ou robinets) à soupape (*globe valve* – Figure 3.1.a);
- les clapets à cage;
- les clapets papillon (*butterfly valve* – Figure 3.1.b);
- les clapets à membrane;
- les vannes à clapet rotatif excentré;
- les vannes à boisseau sphérique (*ball valve*);
- les vannes à cône (Figure 3.1.c);
- les vanne d'arrêt (Figure 3.1.d).

Chacun de ces types de vannes présente certains avantages et inconvénients vis-à-vis des autres et le choix du type de vanne se portera en fonction des contraintes liées à leur utilisation (précision souhaitée, présence d'un fluide chargé, qualité de l'étanchéité, niveaux de pression, etc.).

3.2 Caractéristiques hydrauliques des vannes

Les vannes sont des singularités dont le rôle est de produire une dissipation énergétique sur l'écoulement susceptible de modifier le débit de fonctionnement présent dans le réseau. Les pertes de charge sont proportionnelles à la vitesse élevée au carré et la relation entre la perte de charge, ΔH , et la vitesse ou le débit est réalisée *via* des coefficients. Ces coefficients varient, cependant, avec la position du clapet dans la vanne. Il existe beaucoup de coefficients de vanne utilisés dans le monde de l'hydraulique, pas tous utilisés universellement, en voici trois qui seront utilisés dans ce document :

$$\xi_v = \frac{2g\Delta H}{V^2} \quad (3.1)$$

et

$$C_d = \frac{V}{\sqrt{2g\Delta H + V^2}} \quad (3.2)$$

avec ΔH les pertes de charge exprimées en m et V la vitesse moyenne de l'écoulement exprimée en m/s, et

$$C_v = \frac{Q}{\sqrt{\Delta p/d}} \quad (3.3)$$

avec d la densité du fluide transporté comparativement à l'eau (*i.e.* $d = \rho_{\text{fluide}}/\rho_{\text{eau}}$). Le coefficient C_v est à l'origine utilisé pour caractériser des robinets ou des vannes et correspond au débit exprimé en gallons US par minute d'eau à 16°C d'un robinet sous une perte de charge constante et égal à 1 psi (6894,76 Pa). Ces unités ne sont pas celles du système international puisque cette formulation a été proposée en 1944 par la firme américaine Masoneilan. Pour utiliser les unités du système métrique², la norme NF 29-312 définit un coefficient K_v comme étant la quantité de débit exprimé en m³/h traversant la vanne avec une perte de charge Δp égale à 1 bar :

$$K_v = \frac{Q}{\sqrt{\Delta p/d}}$$

2. Le système métrique ne correspond pas forcément aux unités du système international.



FIGURE 3.1 : (a) Vue en coupe d'une vanne à tige montante dans laquelle la dissipation énergétique est assurée par la perturbation de l'écoulement à travers la section de passage laissée par le clapet (d'après Fisher [40]) ; (b) vanne papillon dans laquelle le clapet est un disque qui peut tourner à 90° autour d'un axe. En fonction de l'angle que fait le clapet, la surface de passage laissée à l'écoulement diffère (voir section 3.4) et modifie alors les dissipations énergétiques (d'après EMERSON.com) ; (c) Vanne à cône (le cône est localisée dans la partie droite et peut être déplacé vers la gauche — cette vanne est utilisée pour libérer un écoulement vers l'atmosphère — d'après www.enviropro.co.uk) ; (d), vanne d'arrêt (le clapet peut être déplacé verticalement obstruant ainsi de façon plus ou moins importante le passage de l'écoulement — d'après www.enviropro.co.uk).

Ainsi une vanne n'aura pas les mêmes valeurs numériques des coefficients C_v et K_v pour une même ouverture. Le coefficient ξ_v est le coefficient de perte de charge singulière tel que nous l'avons déjà vu dans le chapitre de rappel.

Lorsque l'on compare des coefficients de vannes identiques mais de tailles différentes, les coefficients ξ_v et C_d sont identiques (puisque'ils sont sans dimension) alors que les valeurs de C_v dépendront de la taille. Néanmoins les rapports d'échelles de deux vannes de diamètres D_1 et D_2 entraîneront $C_{v1} = C_{v2} (D_1/D_2)^2$.

Certaines vannes sont caractérisées par des pertes de charge nulles (ou quasiment nulles) lorsqu'elles sont totalement ouvertes. Il est alors préférable d'utiliser le coefficient C_d qui varie entre 0 et 1 alors que les deux autres coefficients tendent vers l'infini lorsque l'ouverture est totale.

Il est possible d'évaluer la valeur numérique d'un coefficient connaissant la valeur numérique d'un autre à partir de ces formulations :

$$\xi_v = \frac{1}{C_d^2} - 1 \quad \text{et} \quad C_d = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_v}} \quad (3.4)$$

et

$$C_v = 8,146 \times 10^4 \frac{S^2}{\sqrt{1 + \xi_v}}$$

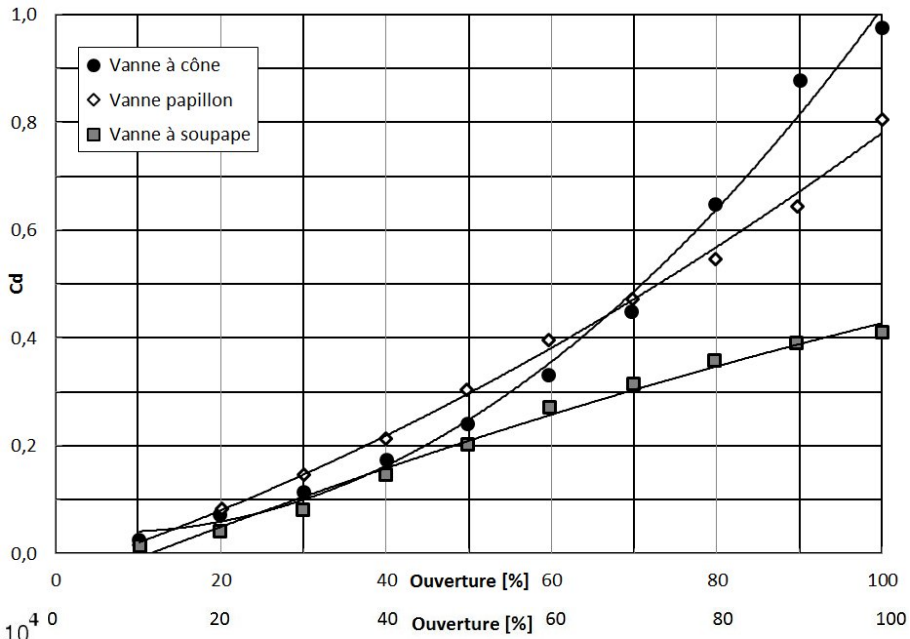
avec S l'aire de la section de passage exprimée en m^2 . Les valeurs numériques de ces coefficients sont tracées généralement en fonction du pourcentage d'ouverture qu'offre le clapet à l'écoulement. Néanmoins, pour certaines vannes le fait d'être totalement ouverte ne signifie pas que l'aire de passage correspond à celle de la conduite. Une vanne papillon par exemple obture légèrement le passage même quand elle est pleinement ouverte. La valeur 100% d'ouverture correspondra alors au pourcentage vis-à-vis de l'aire maximale de passage. Des tracés représentatifs de coefficient de pertes de charge singulières sont proposées sur la figure 3.2. On note des rapports de coefficients très élevés entre une ouverture totale (100%) et une ouverture très faible (10%).

3.3 Course de la vanne

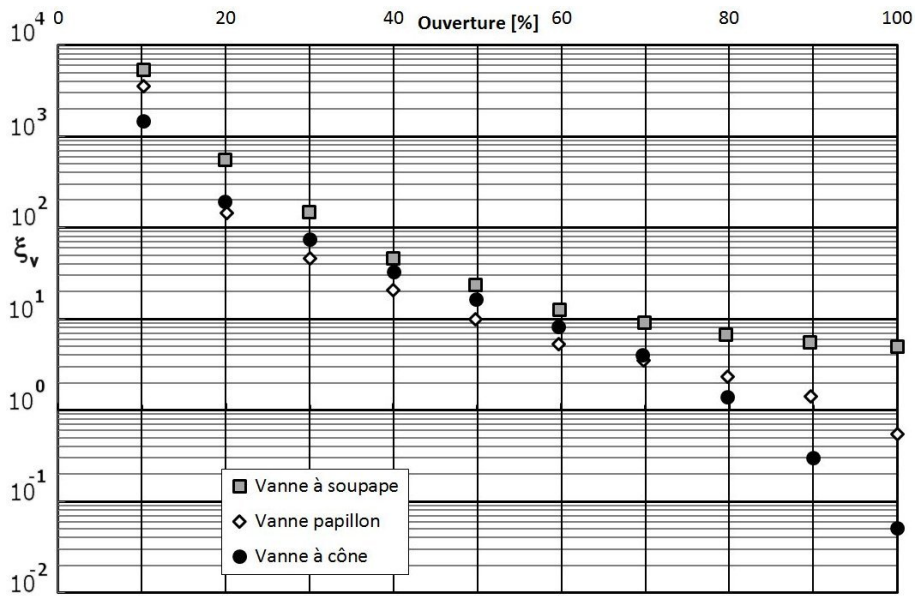
En fonction de l'usage que l'on a d'une vanne, on peut lui demander de contrôler de façon égale l'écoulement tout au long de sa course, ou alors d'avoir un réglage plus précis lorsque l'on est proche de l'ouverture ou de la fermeture. Ceci est lié à la forme du pourcentage du C_v en fonction de l'ouverture de la vanne (Figure 3.4).

Il existe trois types de course : (i) la course linéaire, (ii) la course à ouverture rapide et (iii) la course à égal pourcentage. C'est généralement la forme de l'obturateur de la vanne qui détermine le type de course (Figure 3.3).

- la course **linéaire** : le coefficient de la vanne et la course évoluent dans la même proportion sur toute la plage, *i.e.* $\Delta C_v = k\Delta O$ avec k une constante et O le pourcentage d'ouverture. Ce type de course est utile lorsque l'on souhaite des valeurs de débits assez élevées sur toute la course du clapet (ce qui n'est pas le cas pour la course à égal pourcentage). Ce type de course est généralement



(a)



(b)

FIGURE 3.2 : Évolution des coefficients C_d et de perte de charge singulière des vannes à soupape, papillon et à cône (Données extraites de la référence [84]).



FIGURE 3.3 : Forme de la cage d'un clapet de vanne en fonction du type d'évolution du coefficient C_v relatif (d'après Emerson—Fisher [41]).

utilisé dans le cas où la vanne produit la majorité des pertes de charge du réseau total.

- la course à **ouverture rapide** : le débit augmente plus rapidement à l'ouverture de la vanne comparativement à la région de la fermeture. Ce comportement est utile lorsque l'on souhaite un fonctionnement proche du *tout-ou-rien* (*on-off valve*) puisque sur une large gamme d'ouverture la vitesse de l'écoulement est proche de la vitesse maximale.
- la course à **égal pourcentage** : la variation de C_v par unité d'ouverture est directement proportionnelle à la valeur de C_v avant changement, *i.e.* $\Delta C_v / \Delta O = k C_v$. On peut réécrire la formulation de la sorte : $\Delta C_v / C_v = k \Delta O$. Ce type de vanne permet un réglage fin sur la première moitié d'ouverture de la vanne puisqu'il faut déplacer de façon significative le clapet pour faire varier le débit. D'autre part l'augmentation du débit est élevée dans la seconde moitié permettant alors au débit d'atteindre la valeur souhaitée. Parmi les trois types d'évolution, la course à égal pourcentage est la plus utilisée dans les vannes de contrôle.

Ainsi le type de vanne doit être choisi scrupuleusement afin de satisfaire les usages de celle-ci.

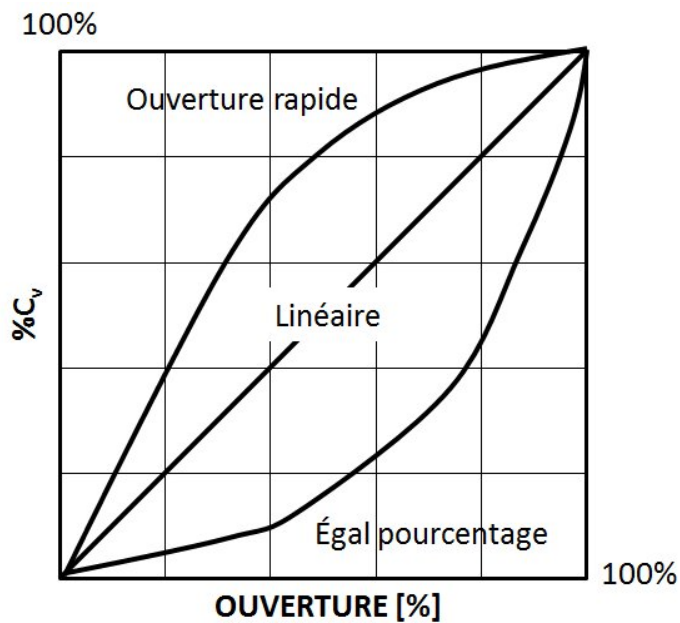


FIGURE 3.4 : Évolution du coefficient C_v relatif.

3.4 Modification de l'écoulement au passage d'une vanne

Considérons le cas d'une vanne papillon dont le clapet est un disque plein placé dans le passage de l'écoulement et dont la position angulaire autour d'un axe perpendiculaire à l'écoulement peut être modifiée (Figure 3.5). Lorsque l'inclinaison vaut 0° le clapet est dit ouvert et offre à l'écoulement la plus grande aire de passage et lorsque l'inclinaison vaut 90° le clapet est totalement fermé entraînant un débit nul. Ici l'écoulement est orienté selon x et l'axe du clapet selon y . Nous illustrerons ce paragraphe par des résultats obtenus à l'aide d'une méthode numérique de type CFD (pour *Computational Fluid Dynamics* [39]) basée sur l'utilisation du logiciel ANSYS-CFX 18.2. Le diamètre de la conduite vaut 50 mm et celle-ci est parcourue par un écoulement d'eau ayant pour vitesse 1 m/s en amont de la vanne.

On observe des influences différentes de l'inclinaison du clapet sur l'écoulement (Figure 3.6). Lorsque le clapet est très ouvert (*i.e.* 5°) l'écoulement est très peu perturbé et les lignes de courant conservent globalement leur trajectoire au passage du clapet. Les dissipations énergétiques, associées au phénomène de cisaillement des particules de fluide, seront dès lors très faibles. Au contraire lorsque le clapet offre peu d'aire de passage (*i.e.* 65°), l'écoulement est très grandement perturbé et les lignes de courant sont cette fois-ci très fortement déviées de leurs trajectoires qu'elles avaient en amont du clapet. Les dissipations seront dès lors plus élevées. Ceci est confirmé par l'analyse des résultats numériques qui montre que le coefficient de pertes de charge singulière de la vanne, ζ_v , vaut 0,11 lorsque l'inclinaison est égale à 5° et augmente jusqu'à 56,8 lorsque l'inclinaison vaut 65° cette fois. L'augmentation du brassage de l'écoulement conduit irrémédiablement à une augmentation des dissipations.

On note aussi que plus le brassage de l'écoulement est élevé, suite à une aire de passage plus faible, plus il faudra de distance parcourue importante en aval du clapet pour que l'écoulement voit ses lignes de courant retrouver la forme en amont de la vanne. Par exemple, lorsque l'inclinaison vaut 85° l'écoulement doit parcourir

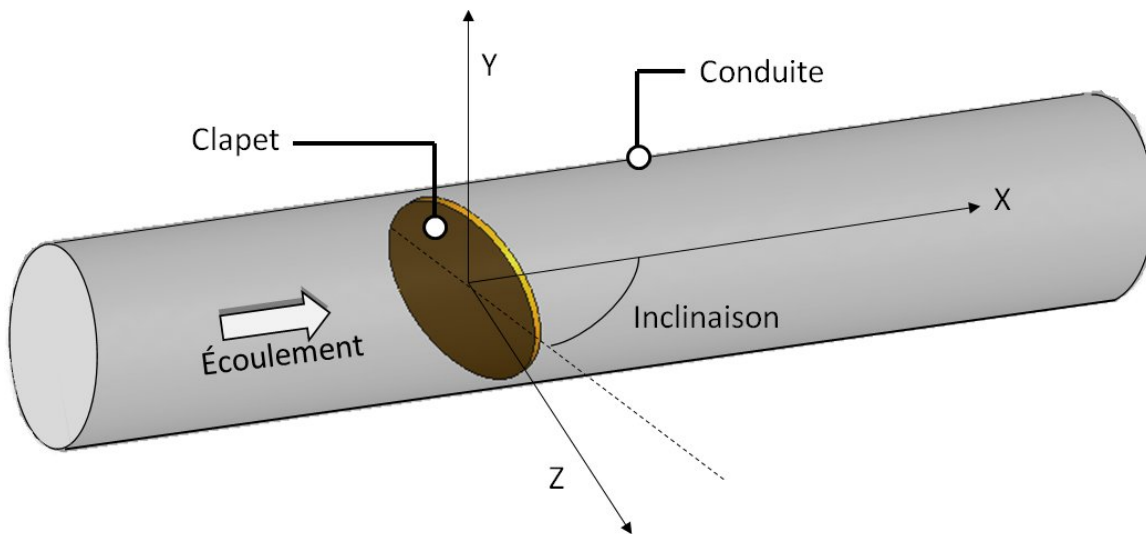


FIGURE 3.5 : Schéma d'une vanne placée dans une canalisation.

presque 10 fois le diamètre de la conduite, soit 500 mm avant de retrouver des lignes de courant alignées avec la conduite. Cette distance est nettement plus pour l'inclinaison égale à 5° puisque les lignes de courant semblent retrouver leur forme dès le clapet passé (Figure 3.6). Nous le verrons dans le paragraphe suivant, cette observation est très importante à comprendre pour placer convenablement un capteur de pression dans l'évaluation des pertes de charge générées par une vanne.

La figure 3.7 présente l'évolution de la variation de la pression statique de l'écoulement par rapport à celle observée un diamètre en amont du clapet et le long de la conduite. On note en premier lieu une augmentation de la pression suite à un ralentissement de l'écoulement à l'approche du clapet. La diminution de l'aire de passage conduit ensuite à une augmentation de la vitesse de l'écoulement par conservation du débit volumique à l'origine d'une dépression élevée (-500 Pa sur la figure 3.7). On observe ensuite une décroissance linéaire de la pression statique après une distance de deux diamètres en aval du clapet. Celle-ci est associée aux pertes de charge régulières que subit l'écoulement une fois celui-ci établi.

3.5 Mesure des coefficients des vannes

Nous l'avons vu dans la section précédente, une vanne modifie l'écoulement et en plus des pertes de charge régulières liées à la conduite s'ajoute la perte de charge singulière que l'on souhaite caractériser en fonction de la géométrie interne de la vanne et essentiellement en fonction du paramètre de position du clapet (position linéaire ou angulaire). L'estimation des coefficients, ζ_v et C_v , repose sur l'utilisation de deux manomètres placés en amont et en aval de la vanne sur des portions droites de conduite. Les longueurs de ces portions doivent au moins être égales à 20 fois le diamètre en amont et 10 fois le diamètre en aval. Le premier manomètre peut être placé deux ou trois diamètres en amont de la vanne et le deuxième doit être positionné au delà de la région d'établissement de l'écoulement. Cette région pouvant être longue, le ma-

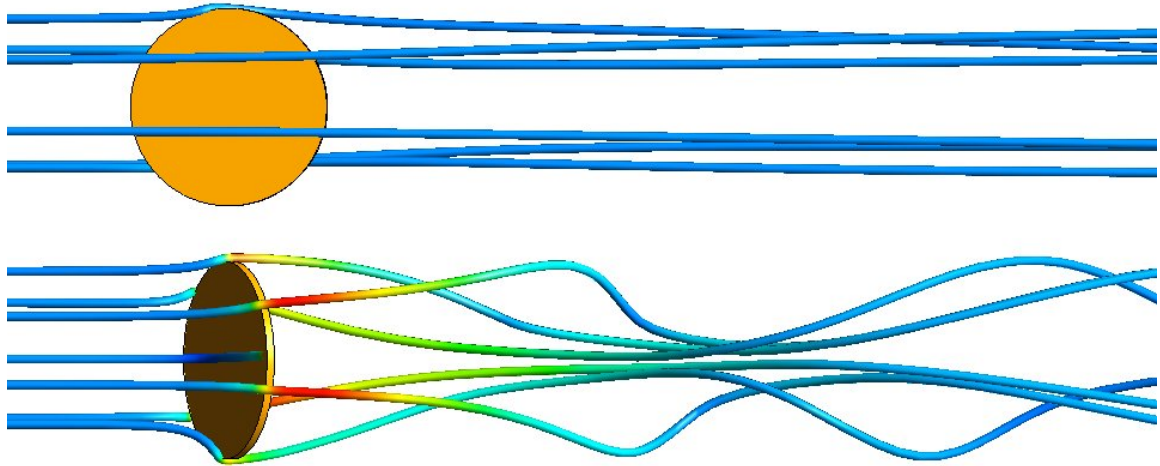


FIGURE 3.6 : Modification de l'écoulement se déplaçant de la gauche vers la droite par la vanne lorsqu'elle est très ouverte (haut, 5°) ou peu ouverte (bas, 65°).

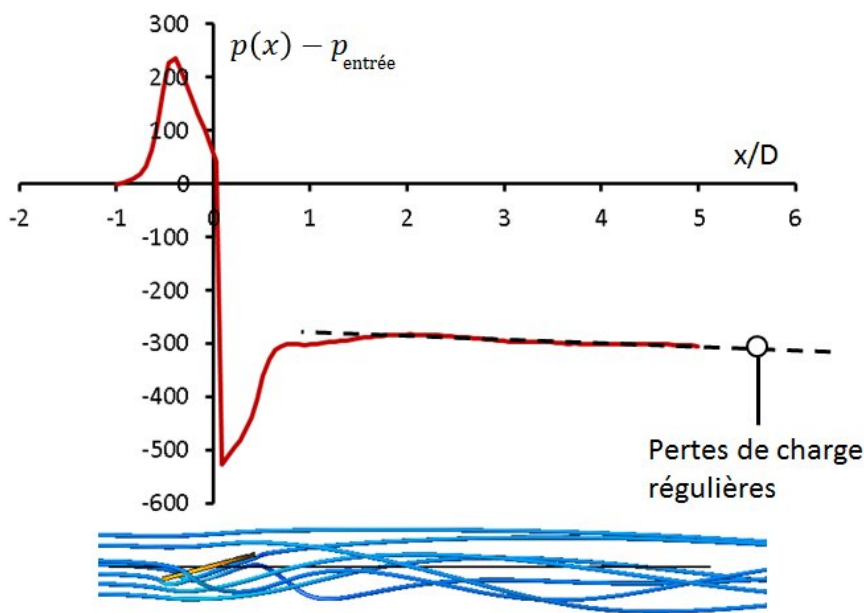


FIGURE 3.7 : Évolution de la pression le long de la conduite par rapport à la pression à la distance axiale $x = -D$ lorsque l'inclinaison du clapet vaut 55° (le trait noir placé dans les lignes de courant correspond à la localisation des points sur le graphique).

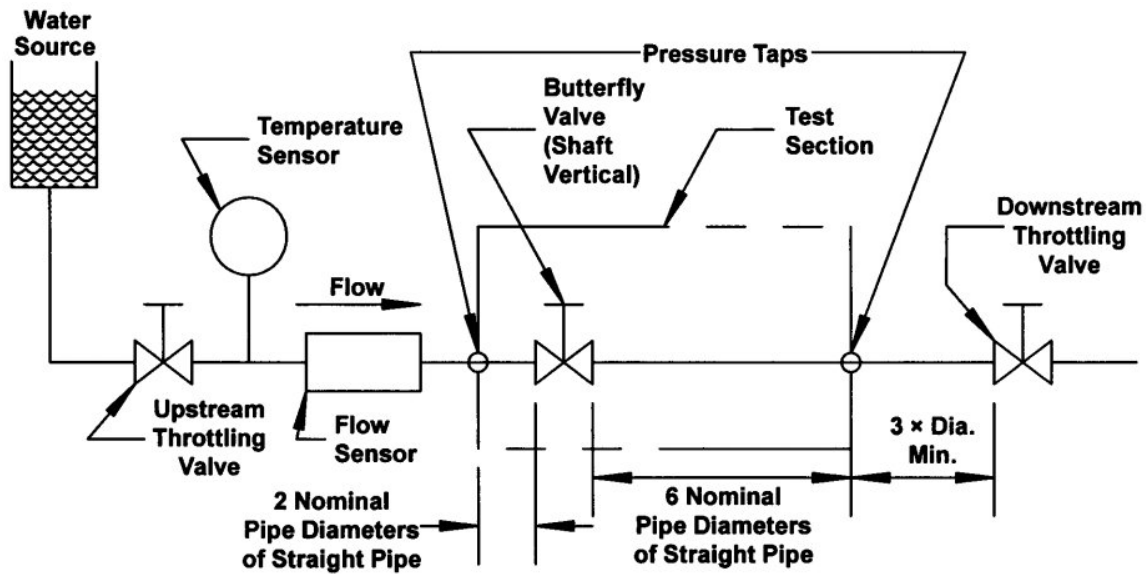


FIGURE 3.8 : Schéma d'un banc de mesure des performances d'une vanne (d'après Bosserman [22]).

nomètre doit être placé au moins à cinq ou huit diamètres en aval de la vanne (Figure 3.8). Cette longueur peut atteindre parfois trente diamètres. L'accumulation des pertes de charge régulières devient donc non négligeable et doit alors être ôtées pour estimer uniquement les pertes de charge singulières de la vanne, ΔH_v . Celles-ci peuvent être évaluées par la formulation suivante :

$$\Delta H_v = \Delta H_{\text{mes.}} - \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

avec $\Delta H_{\text{mes.}}$ les pertes de charge mesurées à partir des deux manomètres, λ le coefficient de pertes de charge régulières de la conduite de diamètre D et L l'espacement entre les deux manomètres.

3.6 Application au cas de l'écoulement de la section 3.4

Le calcul numérique de la section 3.4 a été réalisé sur un domaine ayant une extension longitudinale valant $50 \times D$ avec D le diamètre de conduite égal à 50 mm (Figure 3.9). La longueur d'un domaine de calcul peut être beaucoup plus longue que celle d'un dispositif expérimental puisque le coût n'intervient pas ici. L'entrée et la sortie sont placées à $10D$ en amont et $40D$ en aval du clapet respectivement. L'écoulement d'eau ($\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ et $\mu = 0,001 \text{ Pa.s}$) est caractérisé par une vitesse égale à 1 m/s imposée en entrée du domaine (le nombre de Reynolds vaut $Re = \rho V D / \mu = 49\,900$, l'écoulement est donc turbulent lisse). Quatre plans (PLAN 1, PLAN 2, PLAN 3 et PLAN 4) sont définis $3D$ et $6D$ en amont du clapet pour les deux premiers et $18D$ et $38D$ en aval du clapet, pour les deux autres, dans une région pour laquelle l'écoulement est rétabli (voir section précédente). Les variations de la pression statique entre deux plans consécutifs placés dans la même région, *i.e.* Δp_{12} et Δp_{34} , sont évaluées pour estimer les pertes de charge régulières en amont et en

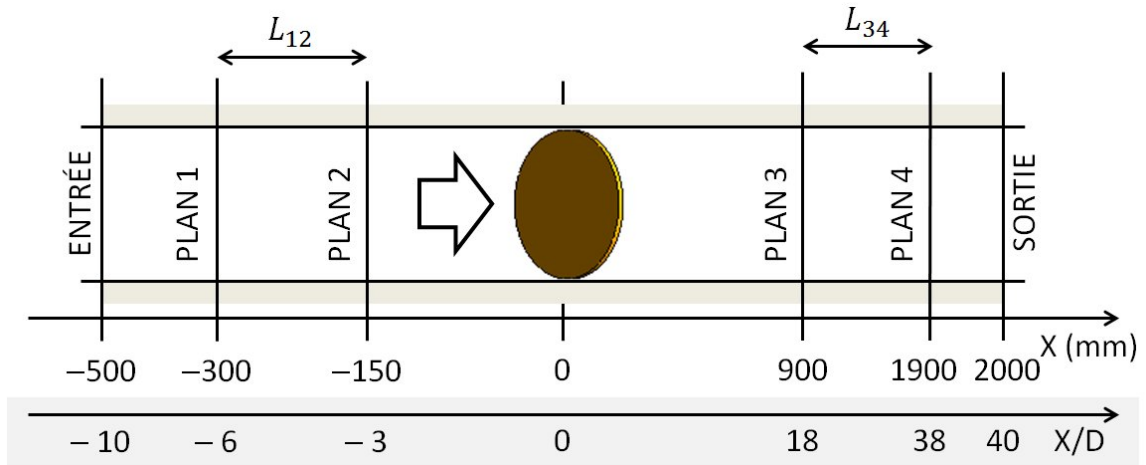


FIGURE 3.9 : Schéma de la conduite de l'étude numérique illustrant la section 3.4 et définition des plans à partir desquels sont estimées des variations de pression statique et totale.

aval du clapet (elles devraient être très proches). La différence des pressions totales, $p_{\text{tot}} = p + 1/2\rho V^2$, évaluées à l'entrée et à la sortie du domaine permet d'estimer les pertes de charge totales dissipées sur la conduite, $\Delta p_{c,\text{tot}}$.³ Les valeurs obtenues numériquement lorsque l'inclinaison du clapet vaut 65° sont rassemblées dans le tableau 3.1.

$\Delta p_{c,\text{tot}}$	Δp_{12}	Δp_{34}
28 841,20 Pa	29,86 Pa	196,05 Pa

TABLEAU 3.1 : Estimation des variations de pression lorsque l'inclinaison du clapet vaut 65° .

Les valeurs numériques du coefficient de perte de charge régulières en amont et en aval du clapet, λ_{12} et λ_{34} , sont estimées à partir des relations :

$$\lambda_{12} = \frac{\Delta p_{12}}{L_{12} \times \frac{1}{2}\rho V^2} \quad \text{et} \quad \lambda_{34} = \frac{\Delta p_{34}}{L_{34} \times \frac{1}{2}\rho V^2}$$

avec $L_{12} = 150$ mm et $L_{34} = 1000$ mm (figure 3.9). On trouve $\lambda_{12} = 0,0199$ et $\lambda_{34} = 0,0196$, soit un écart-relatif inférieur à 2%. On prendra la valeur moyenne $\bar{\lambda} = 0,0198$ (en fait 0,01975 arrondi à quatre chiffres après la virgule). La relation de Blasius applicable aux écoulements turbulents lisses prévoit la valeur $\lambda = 0,316/\text{Re}^{0,25} = 0,021$, soit 6% d'écart-relatif avec $\bar{\lambda}$. Ainsi l'évolution des pertes de charge régulières en amont et en aval de la vanne sont similaires dès lors que l'on s'intéresse à des régions pour lesquelles les lignes de courant sont alignées avec la conduite. De ce fait, une conduite similaire à celle de la figure 3.9 de longueur égale à 2500 mm, soit $50 \times D$ ou la longueur du domaine de l'étude numérique, dépourvue d'une vanne et traversée par le même écoulement génèrerait les pertes de charge régulières suivantes :

$$\Delta p_{\text{reg}} = \bar{\lambda} \frac{L_{\text{tot.}}}{D} \frac{1}{2}\rho V^2 = 0,0198 \times 50 \times 499 = 494,01 \text{ Pa}$$

3. Il suffit d'appliquer le théorème de Bernoulli pour mettre en valeur cette relation.

D'après la relation entre les différentes pertes de charge, on peut écrire :

$$\begin{aligned}\Delta p_{\text{sing}} &= \Delta p_{c,\text{tot}} - \Delta p_{\text{reg}} & (3.5) \\ &= 28841,20 - 494,01 \\ &= 28347,19 \text{ Pa}\end{aligned}$$

Le coefficient de perte de charge singulière vaut donc pour cette inclinaison du clapet (*i.e.* 65°) :

$$\zeta_v = \frac{\Delta p_{\text{sing}}}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \frac{28347,19}{499} = 56,8$$

En appliquant cette démarche pour toutes les inclinaisons, on trouve les valeurs numériques du coefficient de pertes de charge singulières du tableau 3.2.

Inclinaison ($^\circ$)	5	15	25	35	45	55	65
Δp_{sing} (Pa)	53	252	771	1948	4713	11 469	28 347
ζ_v	0,11	0,50	1,54	3,90	9,44	22,98	56,80

TABLEAU 3.2 : Valeurs numériques des pertes de charge singulières et du coefficient de pertes de charge singulières de la vanne en fonction de l'inclinaison de son clapet.

On observe, sans surprise, une augmentation très élevée du coefficient ζ_v avec la fermeture de la vanne. On note d'autre part que lorsque la vanne est très ouverte (jusqu'à 25°), les pertes de charge singulières qu'elle génère sont du même ordre de grandeur que les pertes de charge régulières générées par la conduite *simulée* de longueur $50 \times D$ (ce qui est peu). Ainsi pour ces ouvertures faibles, et dans le cas d'une longueur de conduite beaucoup plus élevée, la vanne aura très peu de contrôle sur le débit. Le contrôle du débit sera assuré par la vanne uniquement lorsque ses pertes de charge singulières seront plus élevées, ou du moins du même ordre de grandeur, que celles régulières. Cela aura, du coup, son importance dans le contrôle de la décroissance de la vitesse d'écoulement face au phénomène de coup de bélier.

3.7 Recommandations pour le dimensionnement des vannes

Lorsque l'on choisit ou que l'on dimensionne une vanne, il est nécessaire de respecter les points suivants [84] :

- Choisir le type de vanne et les dimensions de cette vanne afin qu'elles ne génèrent pas de pertes de charge excessives pour une ouverture totale. On note sur la figure 3.2 que pour des ouvertures toutes totales, les trois vannes ne présentent pas les mêmes valeurs de coefficients, K_v ou ζ_v .
- S'assurer que la vanne contrôle l'écoulement sur au moins 50% de la plage d'ouverture totale. Ceci signifie que lorsqu'une vanne est ouverte à 50%, celle-ci doit être capable de réduire le débit de l'écoulement d'au moins 10%. La contrôlabilité de l'écoulement par la vanne est souvent associée à sa taille par rapport à celle de la conduite principale. En effet, on peut montrer qu'une

augmentation de la vitesse au passage de la vanne permet de passer d'une vanne à *ouverture rapide* vers une vanne *linéaire*.

- Spécifier une procédure de fermeture limitant les effets liés aux phénomènes transitoires.
- Ne pas utiliser une vanne de régulation avec une ouverture inférieure à 10%. En effet pour des valeurs aussi faibles, il devient très difficile de contrôler correctement le débit puisque les valeurs numériques des coefficients varient très grandement dans cette plage d'ouverture. Par exemple, dans le cas de la vanne à soupape, passer de 10% à 20% entraîne une évolution de la valeur de ζ_v de plus de 800%, alors que cette évolution tombe à 25% lorsque l'ouverture évolue de 80% à 90%.
- Ne pas utiliser pour certaines vannes de régulation avec une ouverture supérieure à 90% puisque dans ce cas les dissipations générées par la vanne deviennent faibles par rapport aux pertes régulières du reste du réseau.

3.8 Application

On souhaite dimensionner une vanne à soupape capable de générer une perte de charge égale à 3,0 bar lorsque le débit vaut 52 l/s et au maximum 0,55 bar à 380 l/s. Nous ferons l'hypothèse ici que les diamètres nominaux des vannes sont distancés tous les 5 cm. Seuls les critères d'ouverture seront utilisés dans le dimensionnement de la vanne, ceux étant liés à la cavitation et aux phénomènes transitoires ne seront pas abordés (mais devraient l'être). On utilisera les caractéristiques de vanne de la figure 3.2 pour la résolution de ce problème.

Critère #1 Pour le débit maximum (lorsque la vanne est totalement ouverte) la perte de charge vaut 0,55 bar (ou $\Delta H = \Delta p / (\rho g) = 5,6$ m). On va déterminer ici le diamètre de la vanne permettant de satisfaire ce critère. D'après les figures 3.2.a et 3.2.b, les coefficients C_d et ζ_v valent respectivement :

$$C_d = 0,41 \quad \text{et} \quad \zeta_v = 4,95$$

la valeur numérique du coefficient ζ_v ayant été évaluée à partir de celle de C_d en utilisant la formulation (3.4) pour plus de précision. La vitesse de l'écoulement à travers la vanne vaut :

$$V = \left(2g \frac{\Delta H}{\zeta_v} \right)^{0,5} = \left(2 \times 9,81 \times \frac{5,6}{4,95} \right)^{0,5} = 4,7 \text{ m/s}$$

L'aire de la section de passage, satisfaisant à la fois un débit $Q_{\text{Max}} = 380$ l/s et $V = 4,7$ m/s, s'écrit

$$S = \frac{Q_{\text{Max}}}{V} = \frac{380 \times 10^{-3}}{4,7} = 8,06 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

d'où un diamètre $D = \sqrt{4S/\pi} = 32,0$ cm. Étant donnée la normalisation des diamètres des vannes stipulée par l'énoncé, nous avons le choix entre les diamètres de vanne

égaux à 30 cm et à 35 cm. Choisir un diamètre égal à 35 cm entraîne $S = 9,62 \times 10^{-2} \text{ m}^2$, $V = Q_{\text{Max}}/S = 3,95 \text{ m/s}$, $\Delta H = 3,9 \text{ m}$ ou $\Delta p = 0,39 \text{ bar}$; cette valeur satisfait le critère. Prendre un diamètre égal à 30 cm entraîne –après un calcul similaire– $\Delta p = 0,72 \text{ bar}$. Cette valeur est légèrement supérieure à celle préconisée et nous choisirons $D = 35 \text{ cm}$. Nous avons mis de côté deux autres critères : (i) la cavitation et (ii) le contrôle des phénomènes transitoires. Prendre le diamètre le plus petit conduit à la présence d'une vitesse plus élevée dans la vanne ce qui est défavorable au critère de cavitation et prendre le diamètre le plus grand dégrade le contrôle de la vanne.

Critère #4 Celui-ci stipule une vanne ne devant pas être utilisée avec une ouverture inférieure à 10%. On doit donc l'évaluer lorsque $Q_{\text{min}} = 52 \text{ l/s}$ et $\Delta p = 3,0 \text{ bar}$. En nous basant sur le diamètre évalué d'après le critère précédent, la vitesse vaut $V = 4Q_{\text{min}}/(\pi D^2) = 0,54 \text{ m/s}$. En utilisant la relation (3.1), on obtient $\zeta_v = 2054$ et d'après le graphique de la figure 3.2.b, l'ouverture de la vanne devrait être proche de 15%, valeur acceptable. La vanne à soupape de diamètre égal à 35 cm satisfait donc tous les critères utilisés ici.

Chapitre 4

Principe de fonctionnement des pompes rotodynamiques

Historiquement, le principe de pompage de l'eau est apparu dès lors que l'homme a su construire des habitations artificielles pour se protéger des éléments naturels. Le besoin en eau l'oblige alors à trouver un système de transport de cette eau, du puits ou de la rivière à son habitat. Les Grecs et les Romains furent les premiers à utiliser des systèmes (rotatifs) de pompage dont la fonction était de relever l'eau dans des aqueducs alimentant ensuite les villes et les bains. Il faudra attendre la fin du XVIII^{ème} siècle pour que les premières pompes soient réellement construites et utilisées de façon industrielle. En effet, avant cette date, le moulin à eau restait le principal moyen de production d'énergie et les besoins économiques étaient satisfaits par la croissance démographique qui fournissait une main-d'œuvre bon marché. L'explosion démographique, qui apparût dans la seconde moitié de ce siècle, obligea l'outil de production à se mécaniser. Cette mécanisation mise en place grâce à l'apparition de la machine à vapeur entraîna le besoin en minerais situés à des profondeurs de plus en plus importantes. Dès lors l'utilisation de pompes (à pistons) fût obligatoire afin d'évacuer l'eau s'infiltrant dans les galeries. Il s'agit probablement là de la première utilisation industrielle des pompes. L'un des acteurs de cette évolution est Thomas Newcomen qui en 1712 mis au point un système utilisant la puissance de la vapeur en puissance mécanique permettant la mise en mouvement des organes des pompes. Ce système de pompage fût utilisé à travers l'Angleterre principalement pour évacuer l'eau des mines. Les pompes centrifuges, dont le principe avait déjà été énoncé en 1689 par Denis Papin dans son "*Acta Eruditorum*", ne furent industrialisées qu'à la fin du XVIII^{ème} siècle (Fig. 4.1) même si la première pompe semble être celle de Le Demours

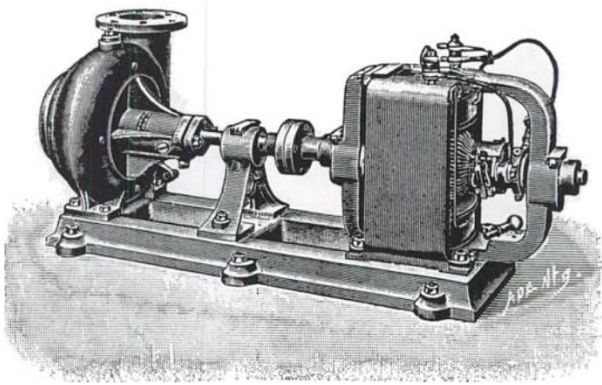


FIGURE 4.1 : Première production de pompes centrifuges par les usines pompes et moteurs W. Lederle (1898) [53].

(1732) suivie par celle du colonel Ducrest (1771) [56].

Une deuxième évolution dans l'utilisation des pompes fut atteinte encore une fois pour des besoins énergétiques. L'énergie électrique permis le développement des pompes à principe rotatif, turbine et centrifuge, pour alimenter les alternateurs des centrales dont les plus gros modèles furent réalisés par les Suédois. Depuis cette avancée, aucun principe majeur n'est apparu. Seuls les matériaux utilisés et la précision d'usinage permirent aux pompes d'évoluer vers de meilleurs rendements, de plus grands débits, et de plus hautes pressions. Comme nous pouvons le voir, le seul fait d'utiliser un liquide pour sa consommation, pour la fabrication ou pour les besoins de la fabrication d'un produit, impliquent nécessairement l'utilisation de pompes permettant le déplacement du liquide d'un point à un autre. Les pompes communiquent alors l'énergie nécessaire à ce déplacement. Il s'agit là du propos de ce chapitre.

4.1 Généralités sur les turbomachines

Une **turbomachine** est un appareil hydraulique dont le rôle est d'échanger de l'énergie entre un fluide en mouvement et un rotor animé d'une vitesse de rotation. Selon le sens de l'échange d'énergie, on parlera d'une machine **réceptrice** (les turbines, les éoliennes, les moulins,...) ou **génératrice** (*i.e.*, les pompes, les ventilateurs, les compresseurs,...). Ainsi certaines machines ajoutent de l'énergie à l'écoulement alors que d'autres en extraient. Dans le cas des pompes et des ventilateurs, l'écoulement est considéré comme incompressible, ce qui n'est évidemment pas le cas pour les compresseurs.

Il existe de nombreuses classifications des turbomachines. Parmi celles-ci, la nature de l'écoulement à travers la turbomachine est une possible classification. Ainsi lorsque la direction de l'écoulement est parallèle ou presque à l'axe de rotation, la turbomachine est appelée **turbomachine axiale** (Fig. 4.2.a). Lorsque la trajectoire de sortie de l'écoulement est placée dans un plan perpendiculaire à cet axe de rotation, on parlera alors de **turbomachine radiale** (Fig. 4.2.c). Il existe d'autre part de nombreuses **turbomachines mixtes** pour lesquelles l'écoulement en sortie est une combinaison de directions axiale et radiale (Fig. 4.2.b).

Dans la suite de ce document, seules les pompes seront abordées, et parmi elles, les pompes rotodynamiques. Nous ne traiterons pas ici des turbomachines réceptrices.

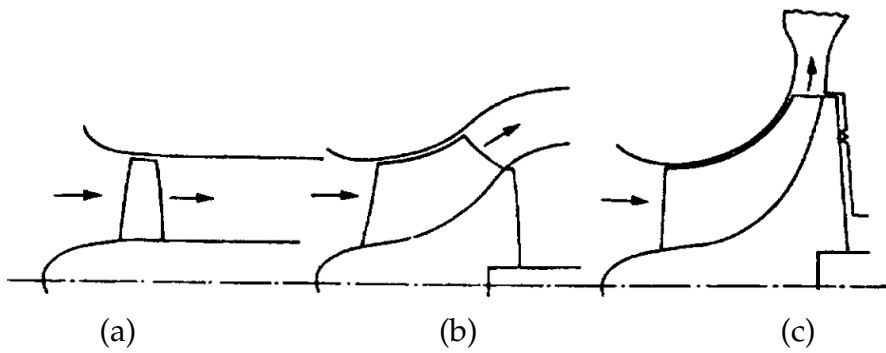


FIGURE 4.2 : Trois natures différentes d'écoulement dans le cas des pompes rotodynamiques (D'après Dixon [32]).

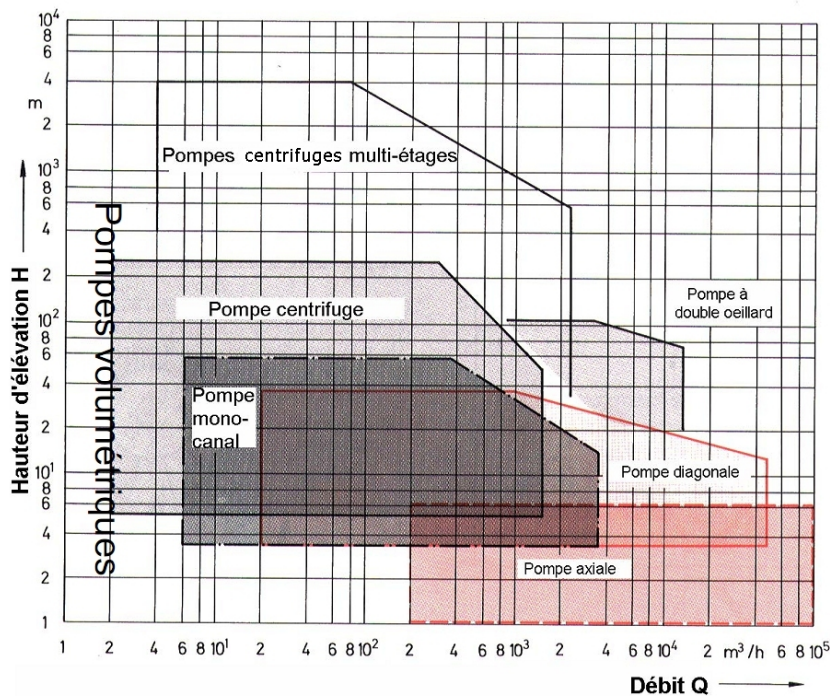


FIGURE 4.3 : Classification des pompes (Doc. Bohl [21]).

Il existe principalement deux types de pompes, **volumétriques** et **rotodynamiques**. Les premières sont utilisées pour de fortes pressions à délivrer associées à de faibles débits, alors que les pompes rotodynamiques fournissent des débits plus élevés pour des faibles pressions. On peut néanmoins atteindre des pressions plus importantes à partir de ces dernières dès lors qu'elles sont constituées de plusieurs étages, les hauteurs délivrées par chacun de ces étages s'ajoutant. Le domaine des pompes volumétriques et rotodynamique est donné de façon globale sur la figure 4.3.

Dans le cas des pompes volumétriques, le fluide est entraîné dans un volume à travers un orifice d'admission. Ce volume est ensuite fermé, puis le fluide est comprimé et entraîné vers l'orifice de refoulement. Le cœur humain est un bon exemple de ce type de pompe, et beaucoup d'entre elles sont basées sur ce principe. Elles sont très utilisées dans les circuits hydrauliques à haute pression. Celles-ci représentent la production la plus importante car elles sont peu onéreuses et délivrent un débit constant. Elles sont répandues dans toutes les industries (chimiques, métallurgiques, ou pharmaceutiques). On note des pompes volumétriques rotatives (palettes, engrenages) et alternatives (pompe à piston). Le fonctionnement de ces pompes ne dépend que d'un seul degré de liberté, la vitesse de rotation. Le débit est donc fixé par la géométrie et

par cette vitesse de rotation. Un débit variable est présent dans le cas d'une pompe à pistons mais l'est aussi pour des pompes à engrenages. Le fluide étant enfermé dans le creux entre deux dents, lorsqu'il y a engrènement, la dent agit comme un piston et chasse le fluide. A chaque position d'engrènement correspond un point de contact différent, d'où la fluctuation de débit. Les caractéristiques principales des pompes volumétriques sont données dans le tableau 4.1.

TABLEAU 4.1 : À propos des pompes volumétriques.

Performance	Avantages
Quelques 100 ^{aines} de m ³ /h	Q fixe \forall la pression de refoulement Pas d'émulsion des produits pompés (bière, ...) Adapté pour les produits visqueux

Les pompes rotodynamiques constituent, quant à elles, un système ouvert où le fluide n'est jamais enfermé dans un volume clos. Elles accroissent l'énergie du liquide par le passage dans une roue munie d'aubes. Celles-ci entraînent le liquide par rotation et la pression est alors générée soit par action des forces centrifuges soit par conversion en pression de l'énergie cinétique communiquée au fluide. Les pompes rotodynamiques sont distinguées parfois par la hauteur d'élévation [83], autrement appelée *charge manométrique* :

- pompe à faible hauteur d'élévation, quand $H < 50$ m ;
- pompe à moyenne hauteur d'élévation, quand $50 \text{ m} < H < 100$ m ;
- pompe à grande hauteur d'élévation, quand $H > 100$ m ;

Le débit et l'énergie délivrées par ce type de pompe dépend à la fois de la pompe elle-même (géométrie, vitesse angulaire, etc.) mais aussi des particularités du réseau (altitude à franchir, dissipations) contrairement aux pompes volumétriques. Le tableau 4.2 caractérise ces pompes.

TABLEAU 4.2 : À propos des pompes rotodynamiques.

Performance	Avantages
jusqu'à 10 ⁵ m ³ /h	Plage de fonctionnement très large Bon rendement (70 à 80 %) Vitesse de rotation de 750 à 3000 tr/min
	Inconvénients
	Inadaptées aux fluides très visqueux Production d'une pression différentielle faible

4.2 Généralités sur les pompes rotodynamiques

Il existe principalement trois familles de pompes rotodynamiques, comme cela a été illustré sur la figure 4.2. Celles-ci se distinguent par la trajectoire de l'écoulement dans le rotor, partie en rotation de la pompe, quelle que soient les formes des conduites autour de cette région. On peut distinguer :

-(i) Les pompes centrifuges pour lesquelles l'écoulement entre dans la partie interne de façon alignée avec l'axe de rotation, l'écoulement ressortant de la partie interne selon un plan dont la normale est alignée avec l'axe de rotation (Figure 4.4).

-(ii) Les pompes axiales ont la particularité quant à elle, de part leur géométrie, de laisser l'écoulement principalement de façon alignée avec l'axe de rotation tout au long de son parcours dans le rotor (Figure 4.5).

-(iii) Les pompes hélico-centrifuges sont caractérisées par une entrée axiale de l'écoulement mais un écoulement en sortie ayant à la fois des composantes de vitesses radiale et axiale (Figure 4.6).

Nous le verrons plus loin, ces trois types de pompe n'ont pas les mêmes usages en terme de débit et de quantité d'énergie délivrée à l'écoulement. Une pompe rotodynamique est composée d'une roue clavetée sur un arbre, tournant à l'intérieur d'un corps de pompe. Dans le cas des pompes centrifuges, celui-ci forme une canalisation progressivement divergente appelée volute (Fig. 4.4). Dans le cas des pompes axiales, le corps de pompe reste généralement cylindrique. Cette roue est pourvue d'aubes dont les formes diffèrent en fonction du type de pompe rotodynamique. Pour les pompes centrifuges, la concavité de la courbure des aubes est dirigée à l'opposé du sens de rotation, imprimant au liquide un mouvement de rotation. Pour les pompes axiales, la forme en hélice oblige l'écoulement à aller de l'avant. Une roue est caractérisée par les angles de ses aubes, son diamètre, sa largeur, et sa vitesse de rotation. Généralement les aubes des pompes centrifuges suivent la forme d'une spirale logarithmique, les autres formes plus simples comme par exemple des portions d'arcs circulaires conduisant à des rendements plus faibles [90]. Un bouchon de remplissage est placé sur la partie supérieure de la volute permettant à la pompe de ne pas démarrer vide d'eau : *une pompe centrifuge n'est pas autoamorçante*. De même, un bouchon de vidange est situé dans la partie inférieure de la volute des pompes centrifuges.

Le grand avantage des pompes rotodynamiques réside dans leur simplicité ; leur construction ne pose pas de problème majeur, car nulle part une grande précision n'est demandée. En effet, on peut accepter jusqu'à un jeu de quelques millimètres sans inconvénient.

Une pompe est généralement placée entre deux canalisations placées en amont et en aval de la pompe appelées respectivement conduites d'**aspiration** et de **refoulement** (Fig. 4.7). Celles-ci n'ont généralement pas les mêmes diamètres puisque la vitesse souhaitée à l'aspiration est plus faible que celle présente au refoulement [66]. Cette pratique provient du fait qu'une réduction de la vitesse tend à éloigner le phénomène de cavitation par une diminution des pertes de charge à l'aspiration [?].

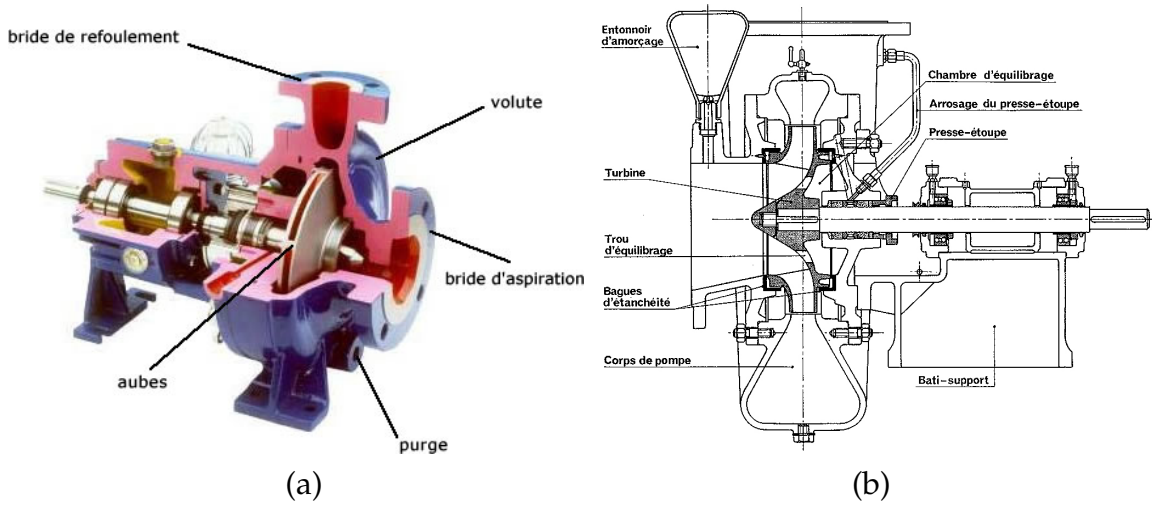


FIGURE 4.4 : Pompe centrifuge — a, vue ouverte; b, vue de coupe (D'après Bergeron [19]).

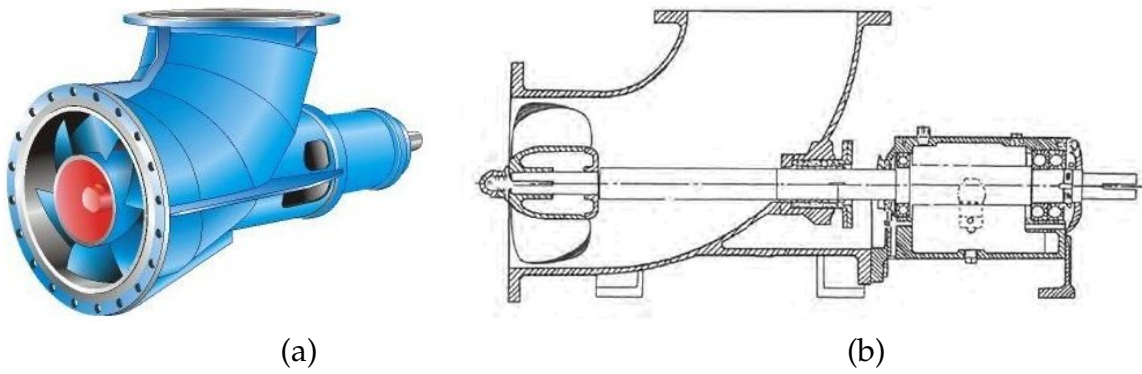


FIGURE 4.5 : Pompe axiale — a, dessin [4]; b, vue de coupe [7] — l'écoulement a une trajectoire rectiligne au passage dans le rotor puis est évacué dans la conduite coudée derrière laquelle est placé le moteur.

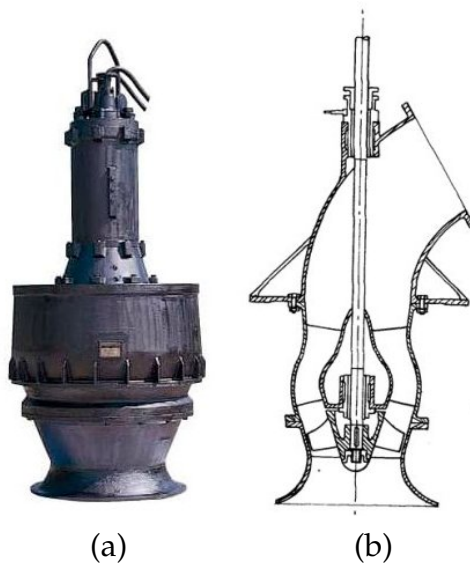


FIGURE 4.6 : Pompe hélico centrifuge — a, photo d'une pompe Tsurumi [3]; b, vue de coupe [44].

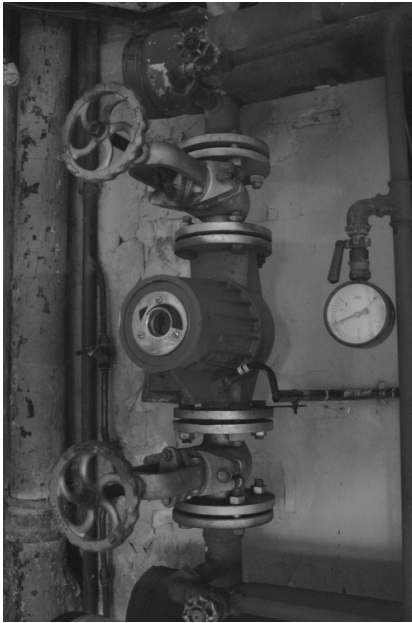


FIGURE 4.7 : Pompe précédée de la conduite d'aspiration et suivie de la conduite de refoulement, l'écoulement allant du bas vers le haut. On note sur cette photo les deux vannes placées aux deux extrémités de la pompe permettant son démontage (chaufferie ECAM).

La variation que subit le fluide au passage de la roue augmente sa charge hydraulique, $H = z + p/\rho g + V^2/2g$. Ainsi la charge hydraulique peut être augmentée par un accroissement des trois termes de cette expression. Si un seau rempli d'eau est monté à l'aide d'une corde à la traction humaine, la variation hydraulique est consécutive à une augmentation de la cote, la pression et la vitesse demeurant invariées. La vis d'Archimède est une machine très ancienne fonctionnant sur ce principe (Fig. 4.8). Les pompes à pistons, ainsi que les pompes centrifuges, quant à elles, sont basées sur l'augmentation du deuxième terme, la pression du liquide qui les traverse.

4.2.1 Différents types d'installations de pompes

Il existe plusieurs types d'installations de pompes rotodynamiques que l'on peut ranger dans les trois grandes catégories suivantes. (1) les pompes *de surface* installées en surface de la nappe dans laquelle s'opère le pompage. Elles peuvent être placées en aspiration ou en charge. Dans le premier cas la surface libre du bassin d'alimentation est placée à une altitude plus basse que celle de l'entrée de la pompe. Lorsque la pompe est montée en charge, l'altitude de l'entrée de la pompe est cette fois plus basse que celle du bassin. L'avantage de cette dernière configuration est l'absence d'un possible désamorçage. L'installation en aspiration implique d'élever la pompe à un niveau tel qu'on ne risque pas de cavitation (Cf. paragraphe 4.10). (2) les pompes *gyrostatiques* : ce sont des pompes dont l'axe de rotation est vertical. Elles sont très utilisées au relevage des eaux chargées dans les stations d'épuration des eaux usées. Beaucoup de pompes de cette famille sont des pompes de type axiale. (3) les pompes *immergées* employées dans l'exploitation des forages étroits et profonds. Elles sont à axe vertical et ne désamorcent jamais. De plus, le gel d'eau n'est pas à craindre.

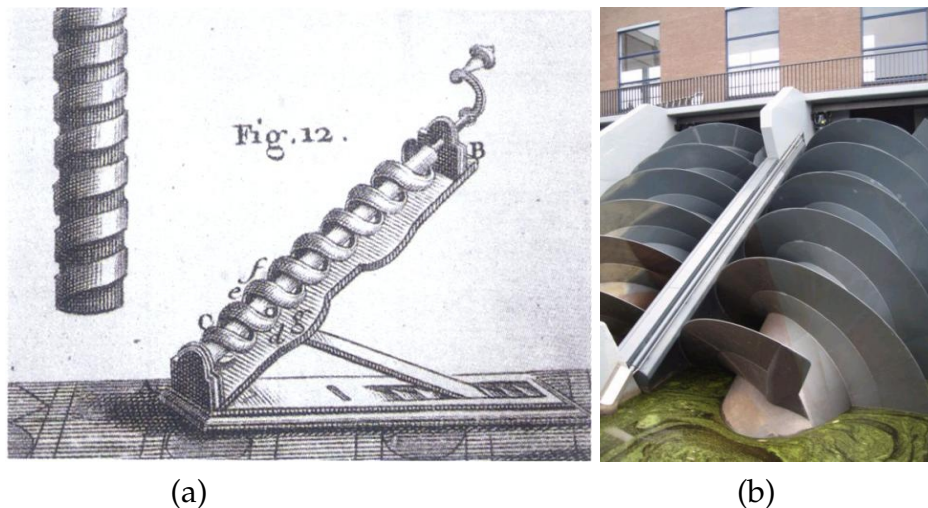


FIGURE 4.8 : a, gravure d'Anthony Turner d'une vis d'Archimède [85] ; b, vis d'Archimède utilisée pour pomper l'eau des polders à Kinderdijk (photo d'après M.A. Wijngaarden - page internet wikipedia concernant Kinderdijk).

4.2.2 Les grandeurs impliquées dans l'utilisation des pompes rotodynamiques

Une pompe rotodynamique met en jeu essentiellement cinq grandeurs. (1) la vitesse de rotation qui, lorsqu'elle est exprimée en radian par seconde, est notée ω , tandis que sa notation en nombre de tours par minute est N , avec $\omega = 2\pi N/60$, (2) le débit refoulé, Q . On admet généralement que le débit refoulé est identique à celui aspiré. Toutefois, pour éviter des échauffements de l'arbre (organe rotor), une légère fuite est admissible au niveau des presse-étoupes (*pièce métallique assurant l'étanchéité*). (3) la hauteur nette d'élévation ou hauteur manométrique, H_m . Celle-ci correspond à la différence des charges aval et amont à la pompe. (4) la puissance utile définie par la relation $\mathcal{P} = \rho g Q H_m$, celle-ci s'exprimant en Watt. (5) le NPSH requis, donnée relative au phénomène de cavitation, et présenté plus loin. Tous ces paramètres sont détaillés dans la suite.

4.2.3 Courbes caractéristiques des pompes rotodynamiques

Les courbes principales qui caractérisent les pompes, pour une vitesse de rotation de l'arbre fixée, sont (1) la courbe hauteur-débit (appelée parfois aussi courbe QH) exprimant la pression exprimée sous forme de hauteur délivrée à l'écoulement par la pompe, (2) la courbe de rendement présentant un maximum pour une certaine valeur de débit et traduisant l'ensemble des pertes dans la pompe, (3) la courbe des puissances absorbées, et (4) la courbe de minimum de hauteur à l'entrée de la pompe pour éviter toute cavitation à l'intérieur de cette pompe. Ceci est exprimé par le NPSH requis (Fig. 4.9). Ces courbes sont généralement obtenues à partir de banc d'essais comprenant des moyens de mesure des pression à l'aspiration et au refoulement de la pompe, et de mesure de la puissance électrique dépensée par le moteur. Ceci permet de connaître les performances de la pompe, une fois celle-ci construite, mais ne per-

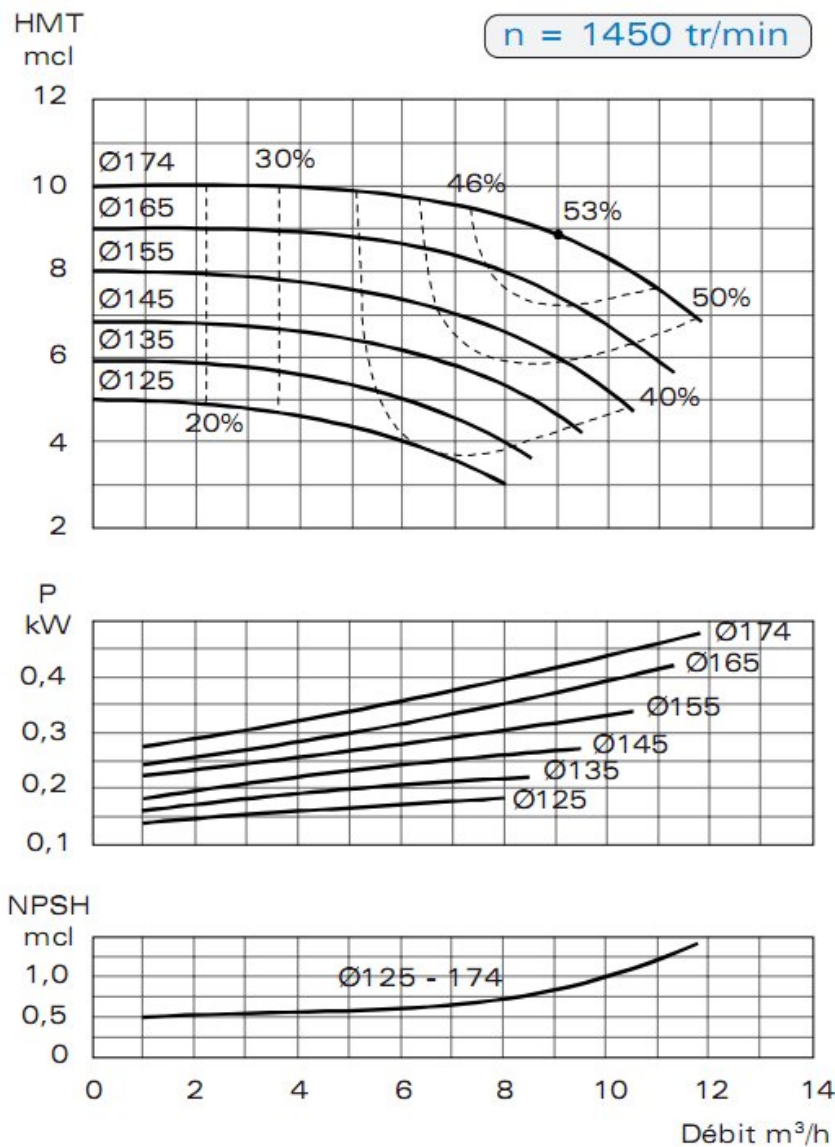


FIGURE 4.9 : Courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge à une vitesse de rotation égale à 1450 tr/min. (du haut vers le bas : charge manométrique, puissance et NPSH requis — d'après Sterling SIHI [9]).

met pas d'améliorer ces performances. Pour cela une analyse fine de l'écoulement au passage du rotor et du stator doit être menée. Les méthodes numériques, de type *CFD* (pour *Computational Fluid Dynamics*), sont utilisées depuis peu et permettent de mieux comprendre la physionomie de l'écoulement. Cette méthode retrouve généralement avec satisfaction la hauteur manométrique apportée par les pompes (Fig. 4.10). Une identification des améliorations de la géométrie est alors réalisée et est souvent à l'origine d'une augmentation des performances de la pompe.

4.3 Courbes de la charge manométrique en fonction du débit

Une des courbes les plus importantes, parmi celles vues dans la section précédente, est la courbe "hauteur manométrique / débit" caractérisant une pompe. Lorsque plu-

sieurs pompes sont associées entre elles pour augmenter les performances du système de pompe, il convient alors de déterminer graphiquement la courbe équivalente "hauteur manométrique / débit" de ces pompes utilisées ensemble.

On appelle **hauteur manométrique**, la charge fournie au fluide par la pompe. Cette charge, notée H_m , permet d'obtenir le débit souhaité à un point souvent situé à une altitude supérieure au plan de pompage.

4.3.1 Rôle de la charge manométrique

Intéressons-nous à la charge délivrée par la pompe dans la configuration de la figure 4.11. Le point 0 correspond au plan de pompage, il sera souvent considéré comme le point de référence. Les points 1 et 2 sont respectivement l'entrée et la sortie de la pompe. Enfin le point 3 représente l'extrémité finale du réseau (cela peut être une surface libre dans un bassin). La conduite conduisant l'écoulement du point 0 à 1 est la conduite d'aspiration. La conduite de refoulement va du point 2 au point 3. Ces deux conduites présentent des pertes de charge régulières et singulières, ΔH_a pour l'aspiration et ΔH_r pour le refoulement. Nous pouvons donc écrire entre ces points :

$$H_0 = H_1 + \Delta H_a \quad \text{et} \quad H_2 = H_3 + \Delta H_r$$

L'équation de Bernoulli entre 1 et 2 donne : $H_1 + H_m = H_2$, avec H_m la charge manométrique délivrée par la pompe. Les relations précédentes permettent d'écrire :

$$H_m = H_2 - H_1 = H_3 - H_0 + \Delta H_r + \Delta H_a$$

À partir de la définition de la charge hydraulique, on obtient finalement

$$\begin{aligned} H_m &= \frac{p_3 - p_0}{\rho g} + z_3 - z_0 + \frac{V_3^2 - V_0^2}{2g} + \Delta H_a + \Delta H_r \\ &= \frac{\Delta p}{\rho g} + \Delta z + \frac{\Delta V^2}{2g} + \Delta H_a + \Delta H_r \\ &= \frac{\Delta p}{\rho g} + \Delta z + \frac{\Delta V^2}{2g} + \Delta H \end{aligned}$$

avec ΔH les pertes de charge générées par le réseau hydraulique complet. Cette relation met en évidence le rôle de la charge manométrique fournie par la pompe à travers ces quatre termes :

- la **hauteur de pression**, Δp : quantité d'énergie nécessaire pour vaincre une pression aval ou une vide amont à la pompe. Cette hauteur est généralement mesurée sur les surfaces libres du bassin d'alimentation et du réservoir alimenté. Si les deux surfaces libres sont caractérisées par la même pression (e.g. la pression atmosphérique), la pompe n'a pas à fournir d'énergie pour lutter contre cette contribution. Ceci est aussi le cas pour un réseau hydraulique fermé.
- la **hauteur géométrique**, Δz : il s'agit de la hauteur géométrique que devra réaliser le fluide durant son trajet. Cette quantité est généralement estimée *via*

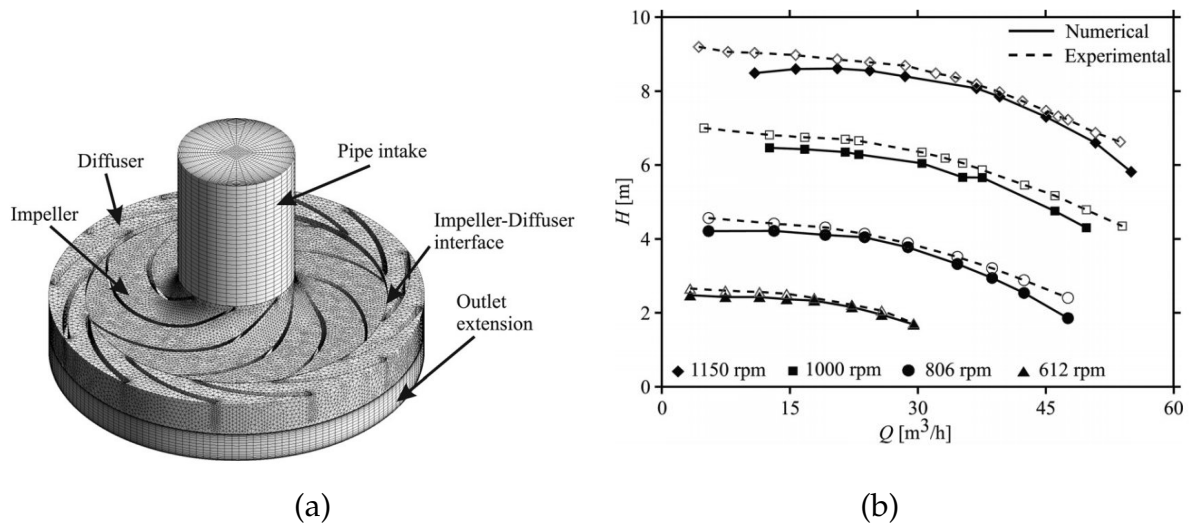


FIGURE 4.10 : Détermination des performances d'une pompe centrifuge à partir d'une méthode numérique (a, maillage des domaines rotor et stator; b, courbe de la charge manométrique en fonction de la vitesse angulaire des pales), d'après Stel [79].

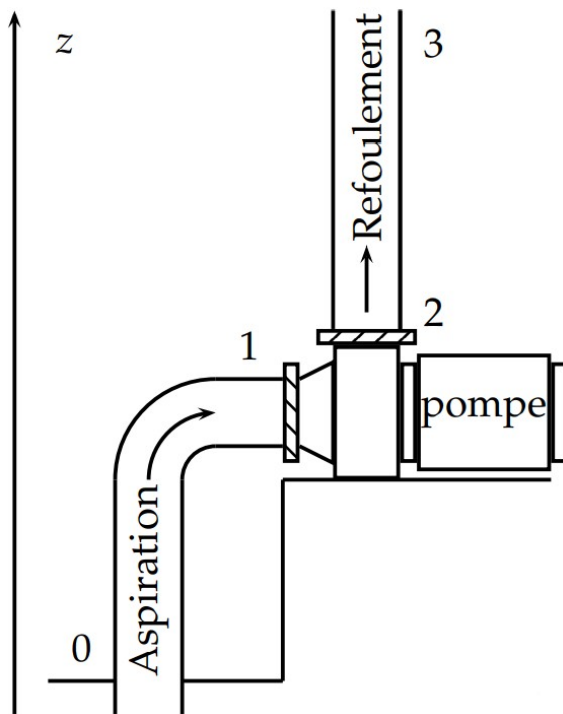


FIGURE 4.11 : Pompe montée en aspiration.

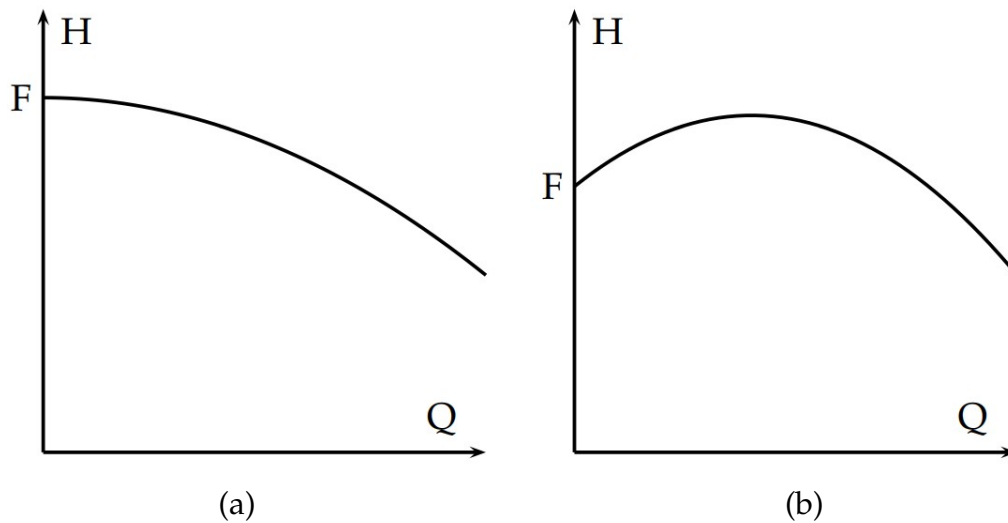


FIGURE 4.12 : Courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge (a, forme classique ; b, autre forme possible).

les altitudes du bassin d'alimentation et du réservoir alimenté, ceci quelle que soit l'altitude de la pompe (par exemple si celle-ci est placée en-dessous la surface libre du bassin d'alimentation). L'élévation de hauteur devient nulle dans le cas d'un réseau hydraulique en boucle fermée.

- la **hauteur liée à la vitesse**, $V^2/2g$: quantité associée à une différence possible entre les vitesses aux extrémités, 0 et 3 sur l'exemple de la figure 4.11. On considère généralement les vitesses des surfaces libres comme étant nulles entraînant alors une énergie, liée à la vitesse, nulle. Dans le cas où le bilan est réalisé à partir d'autres points, pour lesquels une mesure de la pression est possible comme à l'aspiration et au refoulement de la pompe, cette quantité n'est plus nulle puisque le diamètre d'aspiration est généralement plus élevé que celui du refoulement [55]. Elle est tout de même négligée puisque sa valeur numérique reste la plupart du temps faible devant les autres contributions.
- la **hauteur liée aux pertes de charge**, ΔH : il s'agit-là des dissipations énergétiques subies par l'écoulement comme cela a été expliqué dans la section ??.

4.3.2 Couplage des pompes

Les associations en série ou en parallèle sont fréquentes car elles permettent de créer une pompe fictive équivalente avec des performances modulables. Lorsque les pompes sont placées en série (Fig. 4.13), la première pompe seule aspire dans un puits, elle refoule dans l'aspiration de la seconde et ainsi de suite jusqu'à la dernière qui refoule au niveau désiré. Dans ce cas, le même débit traverse toutes les pompes, mais les pressions s'ajoutent et la caractéristique de l'ensemble des pompes correspond alors à l'addition des hauteurs manométriques (Fig. 4.14). Lorsque les pompes sont placées cette fois-ci en parallèle (Fig. 4.13.c), les hauteurs délivrées par les pompes sont identiques et les débits s'ajoutent (Fig. 4.14).

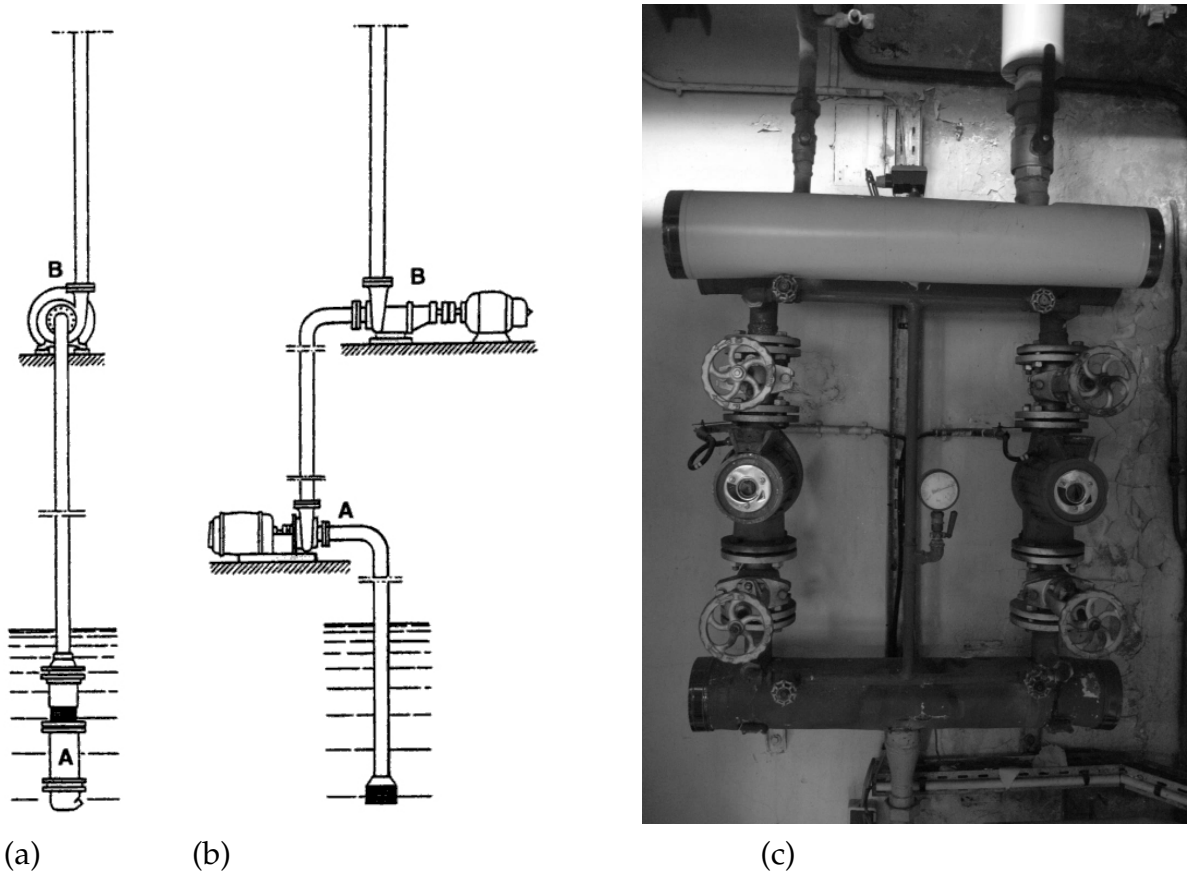


FIGURE 4.13 : Couplage de deux pompes en série (a, couplage en série d'une pompe immergée et d'une pompe de surface ; b, couplage en série de deux pompes de surface), d'après Duclos [33] ; c, Couplage de deux pompes en parallèle (chaufferie ECAM).

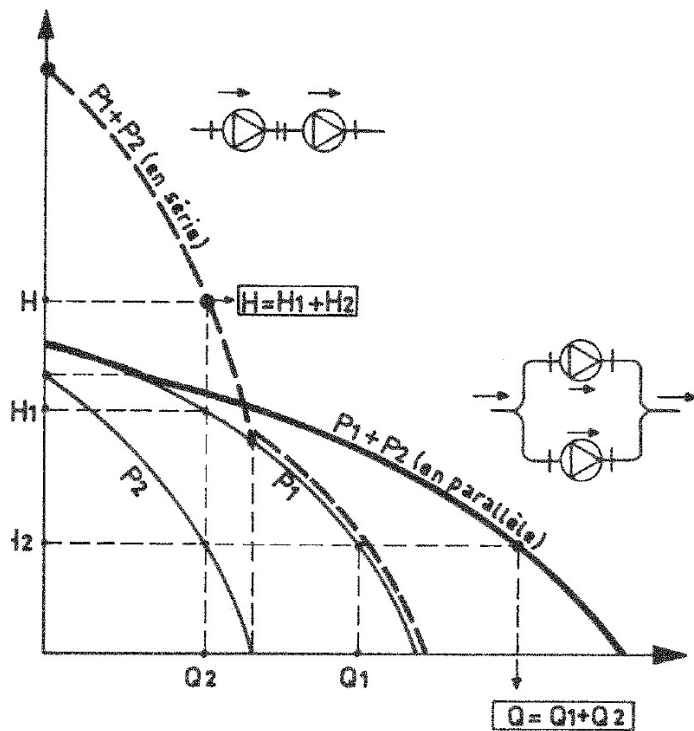


FIGURE 4.14 : Configurations de deux pompes, série et parallèle (d'après [31]).

4.4 Point de fonctionnement

Lorsqu'une pompe opère dans des conditions fixes, l'énergie transmise au liquide est équilibrée par la résistance du circuit au passage du fluide. La pompe opère alors à un point particulier appelé **point de fonctionnement**, intersection de la caractéristique de la courbe de réseau et la courbe du générateur de hauteur. Ceci est illustré sur la figure 4.15 pour laquelle une pompe permet à un fluide de passer d'un bassin jusqu'à un réservoir à travers une canalisation (Fig. 4.15.a). La pompe et le réseau sont caractérisés, tous deux, par leur courbe et leur intersection obtenue graphiquement prévoit le débit de fonctionnement susceptible d'être obtenu *in-situ* (Fig. 4.15.b).



Dans beaucoup de problèmes, plusieurs pompes sont nécessaires à satisfaire les conditions souhaitées. Dans ce cas, on tracera une première courbe représentant le système "alimentant" et une autre courbe représentant le système "à alimenter". Il restera néanmoins à l'utilisateur à retrouver les points de fonctionnement de chacune des pompes afin d'estimer leur puissance consommée.

Dans la pratique, on choisit une pompe pour qu'elle fournisse un débit à une pression donnée (que l'on convertit en hauteur manométrique). La pompe et le circuit étant caractérisés par leurs courbes, on choisira la pompe la plus proche du point de fonctionnement souhaité. Si celui-ci est trop éloigné des caractéristiques de notre pompe, on peut alors soit utiliser une pompe "surdimensionnée" (*i.e.*, délivrant un débit trop important) et introduire une vanne dans le circuit permettant d'introduire une nouvelle perte de charge et baisser ainsi le débit. Une autre solution est de rogner les aubes de la pompe (Cf. paragraphe 4.13.1). Cette opération est possible sur la plupart des pompes, c'est pourquoi les constructeurs de pompes associent non pas une courbe mais une zone de hauteur, définissant alors une plage d'utilisation (Fig. 4.25).

Remarque : Estimation du point de fonctionnement à partir de deux approches différentes

Le texte plus haut mentionne le fait que le point de fonctionnement du système est obtenu à partir de l'intersection de deux courbes, les courbes du système alimentant et du système à alimenter. Il n'y a pas une façon unique de tracer ces courbes, et il faut alors adapter la façon d'estimer le point de fonctionnement de la pompe en fonction de l'approche utilisée. Par exemple, les conduites d'aspiration peuvent être prises en compte soit dans la première courbe, en retranchant dans ce cas leurs pertes de charge à la charge fournie par la pompe, soit dans la courbe du système à alimenter, en ajoutant ces pertes de charge à celles du reste du circuit de façon adaptée à la configuration du réseau (en d'autres mots, pas n'importe comment...). Au final, il faut que, quelle que soit votre approche, le point de vue énergétique soit cohérent. On n'ajoutera jamais par exemple des pertes de charge à la charge délivrée par une pompe.

Nous allons voir sur un réseau très simple deux méthodes pour retrouver le point de fonctionnement d'une pompe. Considérons pour cela le réseau hydraulique illustré sur la figure 4.16.a caractérisé par des conduites d'aspiration et de refoulement dont

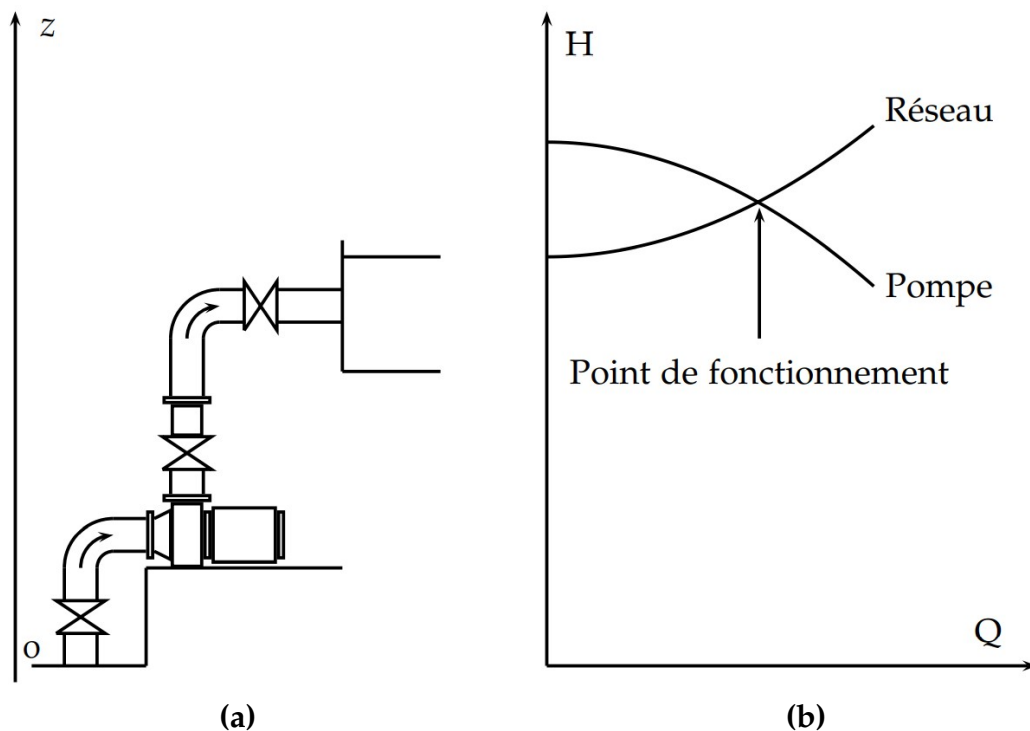


FIGURE 4.15 : Alimentation d'un bassin (a) - Point de fonctionnement (b).

on ne pourra pas négliger les pertes de charge. L'écoulement créé par la pompe alimente un réservoir situé à une altitude plus élevée que le plan de pompage. Toutes les courbes des conduites du réseau sont illustrées sur la figure 4.16.b.

Les deux approches permettant d'estimer le point de fonctionnement de la pompe sont illustrées sur la figure 4.17. Dans le cas (a), le système alimentant est composé de la pompe et de sa conduite d'aspiration. Les pertes de charges correspondant à une dissipation irréversible de l'énergie de l'écoulement, celles-ci sont donc ôtées de la charge délivrée par la pompe. Le système à alimenter est composé alors de la conduite de refoulement seule. Le point d'intersection entre les courbes des deux systèmes, tracées en gras, correspond au point de fonctionnement du système. On trouve le point de fonctionnement de la pompe, en ajoutant à partir de ce point les pertes de charges de l'aspiration (*i.e.* on se déplace sur une droite de débit constant jusqu'à atteindre la courbe caractéristique de la pompe). La deuxième approche, illustrée sur la figure 4.17.b, propose de composer le système à alimenter des conduites d'aspiration et de refoulement. Les deux conduites sont traversées par le même débit, on additionne alors les pertes de charge. Le système alimentant est dans ce cas caractérisé seulement par la courbe de la pompe. Cette fois, le point de fonctionnement est directement estimé par l'intersection des deux courbes.

4.5 Puissances et rendements

Une pompe est une machine dont le rôle est de fournir de l'énergie à un fluide en vue de son déplacement. Evidemment cette énergie n'est pas entièrement restituée,

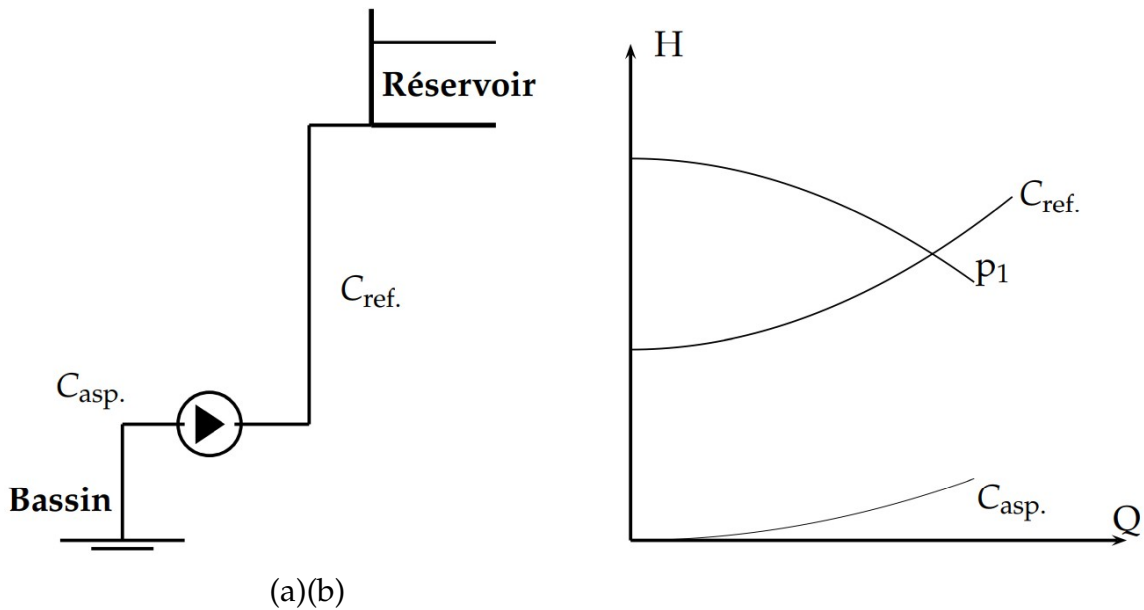


FIGURE 4.16 : a, réseau hydraulique de l'estimation du point de fonctionnement d'une pompe à partir de deux approches différentes ; b, courbes caractéristiques des conduites d'aspiration et de refoulement, et de la pompe.

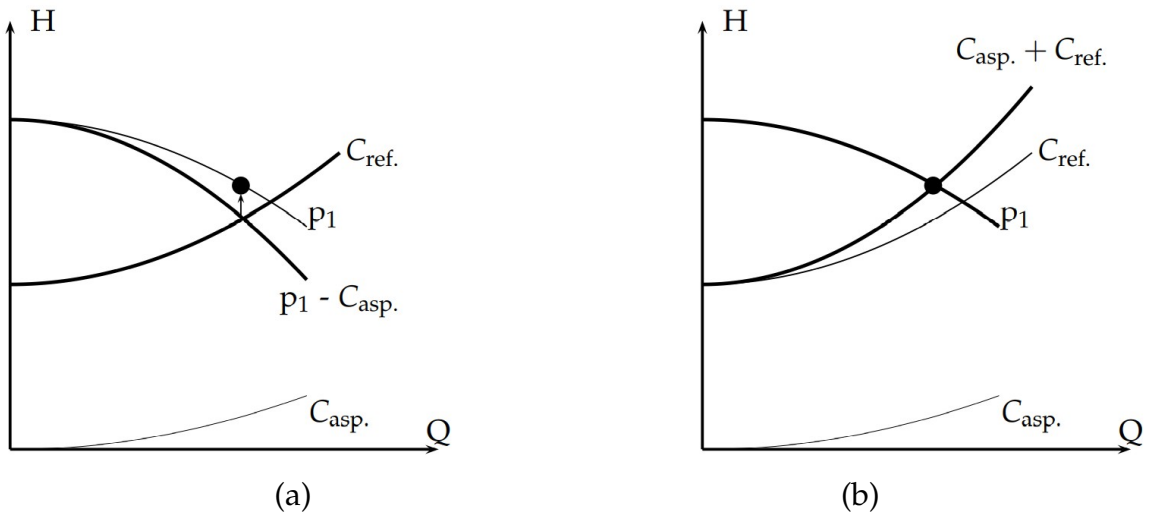


FIGURE 4.17 : Détermination du point de fonctionnement de la pompe utilisée dans le réseau hydraulique de la figure 4.16 à partir de deux méthodes. a, la courbe du système alimentant est construite en enlevant les pertes de charge de la conduite d'aspiration de la charge délivrée par la pompe, et la courbe du système à alimenter correspond à la courbe caractéristique de la conduite de refoulement ; b, la courbe du système alimentant correspond à la courbe seule de la pompe, et le système à alimenter correspond aux pertes de charge des conduites d'aspiration et de refoulement. Dans les deux approches, on retrouve les mêmes points de fonctionnement de la pompe (•).

consécutivement à différentes pertes, affectant ainsi le rendement global de la pompe. Définissons en premier lieu les puissances impliquées dans l'étude des pompes, ce qui nous amènera naturellement vers les rendements.

4.5.1 Puissances

Les puissances impliquées dans l'étude d'une pompe sont (1) la puissance communiquée au fluide ou **puissance utile** ($\mathcal{P}_u = \rho g H_m Q$), (2) la puissance de la pompe ou **puissance hydraulique** ($\mathcal{P}_p = \rho g H_p Q$), (3) la puissance absorbée par la roue ($\mathcal{P}_r = \rho g H_p (Q + q)$), et (4) la puissance absorbée sur l'arbre ($\mathcal{P}_a = C_m \omega$) avec C_m le couple délivré par le moteur entraînant la pompe, q le débit de fuite.

4.5.2 Rendements

Le **rendement de la pompe** ou **rendement global** est le rapport de la puissance communiquée au fluide et de la puissance absorbée sur l'arbre moteur :

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_u}{\mathcal{P}_a} = \frac{\rho g H_m Q}{C_m \omega}$$

Ce rendement est donné dans les catalogues des fabricants, et peut être affecté par différentes pertes dans la pompe : (1) les pertes hydrauliques, fonctions du débit, (2) les pertes par fuite s'il existe un débit de fuite q (le débit dans la roue doit être de $Q + q$). Le débit de fuite augmente avec la pression et diminue avec la viscosité. (3) les pertes mécaniques fonctions de la vitesse de rotation. On peut alors décomposer le rendement global :

- **Rendement manométrique** : rapport de la puissance communiquée au fluide et de la puissance de la pompe

$$\begin{aligned} \eta_m &= \frac{\mathcal{P}_u}{\mathcal{P}_p} = \frac{\rho g H_m Q}{\rho g H_p Q} = \frac{H_m}{H_p} = \frac{H_p - \Delta H_p}{H_p} \\ &= 1 - \frac{\Delta H_p}{H_p} \end{aligned}$$

Ce rendement caractérise les pertes de la charge internes à la pompe.

- **Rendement volumétrique** : rapport de la puissance de la pompe et de la puissance absorbée par la roue. Ce rendement caractérise les pertes par fuite liée à la différence de pression entre l'entrée et la sortie des aubes. Un léger débit peut apparaître sans travailler.

$$\eta_v = \frac{\mathcal{P}_p}{\mathcal{P}_r} = \frac{\rho g H_p Q}{\rho g H_p (Q + q)} = \frac{1}{1 + q/Q} \equiv \frac{Q_{\text{réel}}}{Q_{\text{théorique}}}$$

- **Rendement mécanique** : rapport de la puissance absorbée par la roue et de la puissance du moteur. Ce rendement tient compte des pertes dans les paliers

de l'arbre de rotation qui supportent la pompe et des frottements qui ont lieu entre les aubes et les parois fixes.

$$\eta_{\text{méca}} = \frac{\mathcal{P}_r}{\mathcal{P}_a} = \frac{\rho g H_p (Q + q)}{C_m \omega}$$

Le rendement global peut dès lors s'écrire $\eta = \eta_m \times \eta_v \times \eta_{\text{méca}}$ avec un rendement caractéristique des performances internes à la pompe ($\eta_m \times \eta_v$), et un rendement lié à la partie externe à la pompe ($\eta_{\text{méca}}$). Pour des débits nuls, aucune puissance n'est communiquée au fluide ($\mathcal{P}_u = 0$) et pour un débit très important la puissance utile est nulle car les pertes de charge sont trop importantes. Finalement, la courbe de rendement a une allure en cloche. La pompe devra travailler évidemment dans des conditions pour lesquelles le rendement est maximum, afin entre autre de baisser les coûts d'utilisation. Ce dernier aspect est important et à ne pas négliger car les pompes consomment près de 20 % de l'énergie électrique utilisée par l'industrie [37]. Un abaissement de la puissance consommée peut être atteint par amélioration de la pompe elle-même mais aussi par le moteur associé.

Remarque : forme de la courbe de rendement

L'avantage d'un rendement élevé est le coût de la hauteur fournie au fluide. On estime que le gain obtenu sur une année à partir d'une augmentation du rendement de l'ordre de 3% est équivalent au prix de la pompe. Le gain monétaire n'est pas la seule raison d'une utilisation sur un rendement élevé. Pour ce rendement, la puissance à apporter est plus faible. Le moteur associé à la pompe est donc très peu encombrant. D'autre part, une courbe de rendement caractérisée par un pic n'est pas forcément souhaitable dans toutes les configurations. Prenons le cas de deux pompes caractérisées par la même courbe HQ et des courbes de rendement différentes (Fig. 4.18). Elles fonctionnent toutes deux au débit de fonctionnement Q_f , et au même rendement. Le rendement maximum de la pompe 1, placé à un débit inférieur, est supérieur à celui de la pompe 2. Néanmoins, la pompe 1 n'est pas forcément la pompe optimale. En effet, une pompe ne fonctionne que très rarement sur un point de fonctionnement fixe. Si la pompe est amenée à travailler entre les débits Q_b et Q_d , la pompe 1 sera inadaptée car certains rendements sont trop faibles dans cette gamme de débit. Si maintenant la gamme de débit est située entre Q_a et Q_c , l'utilisation de cette même pompe est préférable.

4.6 Vitesse spécifique

Le responsable du dimensionnement d'un réseau hydraulique est souvent confronté au problème simple qui consiste à choisir lors d'une première phase le type de pompe rotodynamique (*i.e.* centrifuge, axiale ou hélico centrifuge) le mieux adapté aux conditions d'écoulement à atteindre. Il a généralement seulement la connaissance de la vitesse angulaire de l'arbre-moteur (ω), le débit volumique (Q) et la charge manométrique (H_m). Une fois la famille identifiée l'utilisateur peut chercher dans les catalogues de fournisseurs celle qui lui semblera être la plus appropriée. Si la

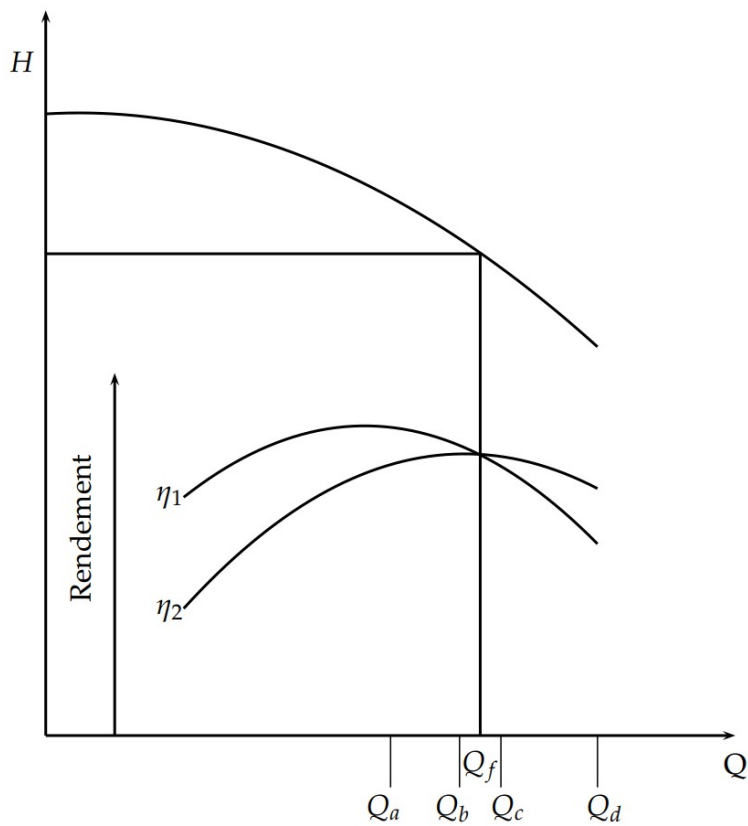


FIGURE 4.18 : Relation entre la forme de la courbe de rendement et la gamme de débit de fonctionnement d'une pompe centrifuge.

famille est choisie correctement, le rendement observé sera généralement satisfaisant. Au contraire, ne pas utiliser une pompe issue de la famille de pompe prévue par la vitesse spécifique conditionne généralement un rendement amoindri et conduit à l'apparition d'efforts axiaux importants (efforts qu'il faut éviter) au sein même de la pompe à l'origine de contraintes sur l'arbre, d'endommagement des paliers et d'usure des joints [16]. Le choix de la famille de pompes repose sur la valeur numérique de la vitesse spécifique, notée ω_s , celle-ci étant fonction des conditions d'utilisation (débit, charge manométrique et vitesse de rotation). Cette notion a été introduite au début du XXème siècle par Camerer [25] dans le cadre des turbines.

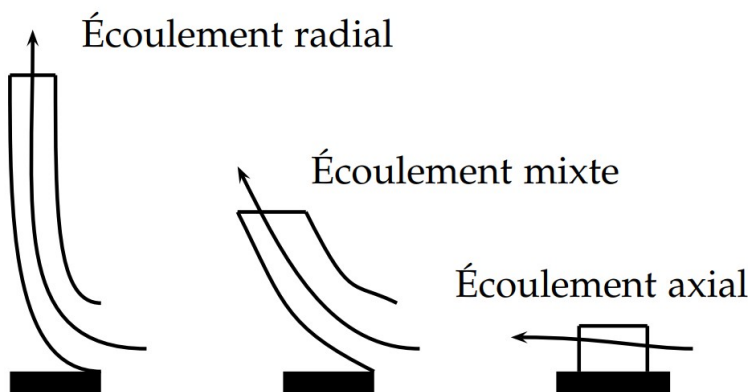


FIGURE 4.19 : Écoulement à travers trois formes différentes d'aubes de pompe (de la gauche vers la droite : pompe centrifuge, pompe hélicentrifuge et pompe axiale).

La formulation de la vitesse spécifique est obtenue à l'aide de celles des coefficients de débit et de hauteur, notés δ et μ respectivement. La suite de ce paragraphe présente en premier lieu ces deux grandeurs et ensuite la vitesse spécifique.

4.6.1 Coefficients de débit et de hauteur

Les performances d'une pompe, et plus généralement d'une turbomachine, peuvent être exprimées en fonction d'autres variables. Dans le cas des pompes rotodynamiques on s'intéressera à l'énergie par unité de masse, gH . Cette dernière est fonction du débit, de la vitesse de rotation de l'arbre, du diamètre extérieur des aubes, des propriétés physiques du fluide et d'autres dimensions de la pompe :

$$gH = gH(Q, \omega, D, \rho, \mu, l_1, l_2, \dots) \quad \text{ou} \quad f(gH, Q, \omega, D, \rho, \mu, l_1, l_2, \dots) = 0$$

On peut dès lors construire des produits sans dimension à partir de ces variables en choisissant les paramètres de base ρ , ω et D afin de représenter la masse, le temps et une longueur. Ces produits s'écrivent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_1 = \rho^{\alpha_1} \omega^{\alpha_2} D^{\alpha_3} Q = Q / (D^3 \omega) \\ \pi_2 = \rho^{\alpha_1} \omega^{\alpha_2} D^{\alpha_3} \mu = \mu / (\rho D^2 \omega) \\ \pi_3 = \rho^{\alpha_1} \omega^{\alpha_2} D^{\alpha_3} gH = gH / (D\omega)^2 \\ \pi_4 = \rho^{\alpha_1} \omega^{\alpha_2} D^{\alpha_3} l_1 = l_1 / D \\ \pi_5 = \rho^{\alpha_1} \omega^{\alpha_2} D^{\alpha_3} l_2 = l_2 / D \\ \vdots \end{array} \right.$$

On peut donc écrire la relation suivante entre ces produits sans dimension

$$\frac{gH}{(D\omega)^2} = f \left(\frac{Q}{(D^3\omega)}, \frac{\rho D^2 \omega}{\mu}, \frac{l_1}{D}, \frac{l_2}{D}, \dots \right)$$

Les produits sans dimension $\mu = gH / (D\omega)^2$ et $\delta = Q / (D^3\omega)$ sont appelés respectivement *coefficient de hauteur* et *coefficient de débit*, et rassemblés sous le terme *coefficients de Rateau*¹. $\rho D^2 \omega / \mu$ est le nombre de Reynolds et caractérise l'écoulement à l'intérieur de la pompe.

Si on considère une **famille de pompes**, c'est à dire des pompes géométriquement semblables, on peut alors passer d'une pompe à une autre en multipliant toutes les dimensions par un même facteur appelé *coefficient de similitude*. Les produits sans dimension faisant intervenir les dimensions, l_1 / D , l_2 / D , ... sont constants et peuvent donc être éliminés de la relation précédente. D'autre part l'expérience montre que pour des nombres de Reynolds élevés, son influence devient très faible (en partie parce que les couches limites sur les aubes sont pleinement développées). De ce fait, le nombre de Reynolds est aussi éliminé de la relation précédente. Il reste alors la relation entre les deux coefficients :

$$\frac{gH}{(D\omega)^2} = f \left(\frac{Q}{(D^3\omega)} \right) \quad (4.1)$$

1. Auguste RATEAU (1863-1930), ingénieur français.

Ainsi d'après cette relation, si on considère une famille de pompes, telle que cela a été défini précédemment, les valeurs numériques de la charge manométrique avec le débit dépendront des dimensions des pompes et de leur vitesse de rotation, alors que les valeurs numériques de $gH/(D\omega)^2$ avec $Q/(D^3\omega)$ seront identiques quelles que soient les dimensions de la pompe et sa vitesse de rotation. La courbe $\mu = f(\delta)$ caractérise donc une famille de pompe, quelles que soient la vitesse de rotation et les dimensions des pompes de cette famille. La figure 4.20 présente en ce sens des résultats numériques de l'évolution du coefficient de hauteur pour une pompe centrifuge [79]. Les hauteurs manométriques ont été obtenues initialement, de façon numérique, à partir de différentes vitesses de rotation de la pompe, 612 tr/min., 806 tr/min., 1000 tr/min. et 1150 tr/min. (Figure 4.10.b). Lorsque les coefficients de Rateau sont utilisés cette fois, on note des points faisant parti de la même courbe caractéristique, $gH/(D\omega)^2 = f(Q/(D^3\omega))$. Ceci confirme ce qui a été dit plus haut. Si une autre pompe de la même famille était étudiée, sa courbe $\mu=f(\delta)$ serait confondue avec les quatre présentes sur la figure 4.20. Ainsi l'intérêt à utiliser les coefficients de débit et de hauteur repose sur la manipulation d'une unique courbe, représentant alors une famille de pompes similaires quelles que soit leur vitesse de rotation et leur dimension. Il est toujours possible évidemment de retrouver la courbe caractéristique d'une pompe particulière de la famille de pompe, à partir de la courbe $\mu = f(\delta)$, connaissant ses dimensions et la vitesse de rotation d'utilisation.

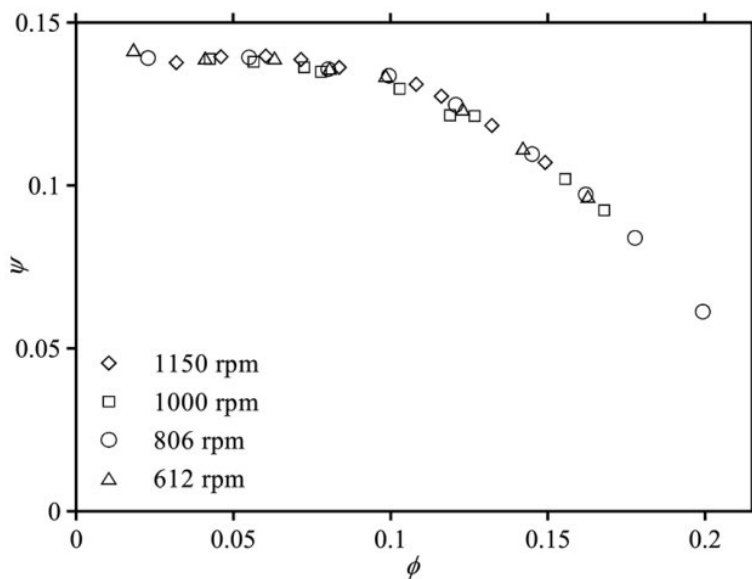


FIGURE 4.20 : Coefficient de Rateau de la pompe centrifuge de la figure 4.10, $\psi \equiv \mu = gH/(\omega D_2)^2$ et $\phi \equiv \delta = Q/(2\pi R_2^2 b_2 \omega)$ (données numériques d'après Stel *et al.* [79]).

4.6.2 Formulation et utilisation de la vitesse spécifique

Comme cela a été dit plus haut, la vitesse spécifique permet de choisir la famille de pompes adaptée à l'utilisation souhaitée. La formulation de la vitesse spécifique peut être mise en évidence à partir des expressions des coefficients de débit et de hauteur manométrique et en éliminant la contribution du diamètre. Ceci est possible

en s'intéressant au rapport μ^3/δ^2 :

$$\frac{\mu^3}{\delta^2} = \frac{(gH)^3}{\omega^4 Q^2} \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{\delta^{1/2} (gH)^{3/4}}{Q^{1/2} \mu^{3/4}} \quad (4.2)$$

Par définition, la **vitesse spécifique** de cette famille de pompes est la vitesse de rotation d'une pompe délivrant un débit de 1 m³/s à une hauteur de 1 m. Ainsi, d'après la relation précédente, $\omega_s = \delta^{1/2} g^{3/4} / \mu^{3/4}$ qui peut être réécrite à partir de la relation (4.2) :

$$\omega_s = \omega \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (4.3)$$

avec ω exprimée en rad/s, H en m, et Q en m³/s. Si on prête attention à l'expression (4.4), on note que la vitesse spécifique n'est pas sans dimension (*i.e.* m^{-3/4} × s^{-3/2}). Sa valeur numérique dépend donc du système d'unités utilisé pour exprimer la vitesse angulaire, le débit et la charge manométrique. Cela rend d'autant plus confus sa manipulation que les unités varient en fonction des pays. Ainsi aux Etats-Unis, la vitesse angulaire, le débit et la charge manométrique sont exprimés en tr/min, en gal US (= 3,785 l) et en pied (= 30,48 cm) respectivement alors que ces unités deviennent tr/min, gal Imp (= 4,546 l) et pied au Royaume Unis. Il est donc parfois préférable d'ajouter l'accélération de pesanteur dans l'expression précédente et exprimée dans les unités adaptées afin de rendre l'expression de la vitesse spécifique sans dimension. On parlera généralement de coefficient de vitesse spécifique (Figure 4.21), il s'écrit dans ce cas :

$$\omega_s = \omega \frac{Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \quad (4.4)$$

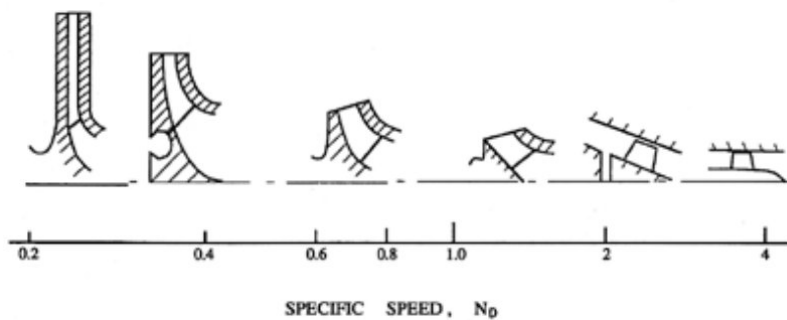


FIGURE 4.21 : Gammes de la vitesse spécifique ($\omega \times Q^{1/2} / (gH)^{3/4}$) pour des géométries classiques de pompes rotodynamiques (d'après Sabersky *et al.* [76]).

Nous utiliserons dans ce document la vitesse de rotation exprimée en tours par minute dans la vitesse spécifique (Eq. 4.4), de ce fait l'expression précédente devient

$$N_s = N \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (4.5)$$

avec N exprimée en tr/min, H en m, et Q en m³/s. Les valeurs numériques de la vitesse spécifique correspondent donc aux gammes proposées sur la figure 4.22. À chaque valeur numérique de la vitesse spécifique N_s , il lui correspond une forme de roue particulière, indépendante de la taille de cette roue. On note par exemple, d'après la relation (4.5), qu'à valeurs égales de débit et de vitesse de rotation, les

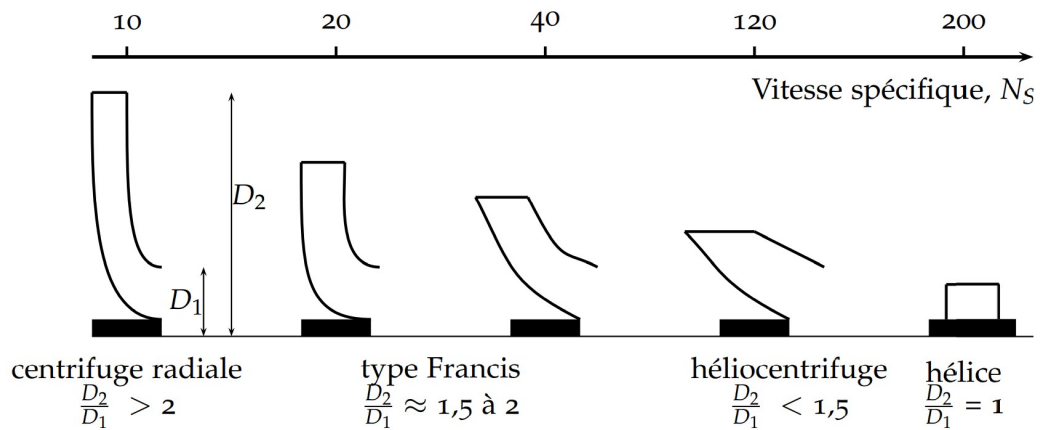


FIGURE 4.22 : Formes de la roue en fonction de la vitesse spécifique, $N \times Q^{1/2} / H^{3/4}$, estimée à partir de la relation (4.5) (les valeurs de N_S sont estimées à partir de N exprimé en tr/min., Q en m^3/s et H en m). On reconnaît la pompe centrifuge pour les valeurs numériques faibles de la vitesse spécifique et la pompe axiale pour laquelle la valeur numérique est élevée.

pompes de grande vitesse spécifique fonctionnent avec une hauteur d’élévation faible (*i.e.* les pompes axiales). Il existe une progression continue entre la pompe centrifuge pure radiale jusqu’à l’hélice de type axial. Notons que la forme n’est ni un avantage, ni un inconvénient en soi pour l’utilisateur ou le constructeur.

On peut se faire une idée de la vitesse spécifique d’une pompe en regardant sa roue. En effet, les roues fortement radiales ont des aubes à faible passage de liquide. La longueur des aubes est importante (le rapport des diamètres extérieur et d’aspiration) excède deux et peut atteindre jusqu’à cinq. Les roues hélicentrifuges ont un diamètre extérieur semi-conique et des aubes larges. Le rapport des diamètres est voisin de l’unité. Les hélices quant à elles ont une largeur de passage très importante pour un rapport de diamètre égal à l’unité. Ainsi pour des rapports de diamètres diminuant et des largeurs de passage augmentant, la vitesse spécifique croît.

Lorsque la valeur numérique de la vitesse spécifique augmente, *i.e.* lorsque l’on passe de la famille des pompes centrifuges pour se diriger vers la famille des pompes axiales, on observe une modification de la courbe caractéristique et une variation dans la valeur maximale possible du rendement (Figure 4.23).

4.7 Similitudes

Les lois de similitude, pour les pompes rotodynamiques, sont généralement utilisées pour estimer la courbe caractéristique d’une pompe à une vitesse ω' connaissant celle mesurée à la vitesse ω . Ceci est rendu possible dès lors que les écoulements observés pour ces deux vitesses, *i.e.* ω et ω' , sont similaires, c’est à dire ayant des formes identiques. Des lois de similitude existent aussi pour des modifications du diamètre d’entrée mais ne seront pas étudiées ici.

Le débit éjecté par les aubes d’une pompe étant linéaire avec la vitesse de rotation, si on considère une pompe rotodynamique, la fonction $f(Q / (D^3\omega))$ de la relation

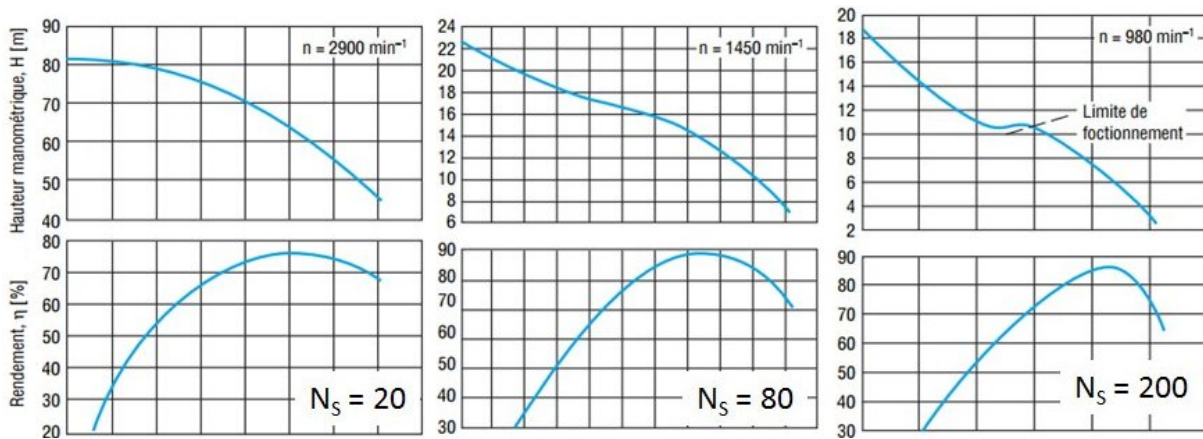


FIGURE 4.23 : Évolution de la courbe de charge manométrique et de la valeur maximale que peut atteindre une pompe de la famille considérée avec la vitesse spécifique (Document SIHI).

(4.1) devient alors constante. En conséquence la quantité gH/ω^2 reste aussi constante. Ainsi pour une variation de la vitesse de rotation de ω à ω' , un point localisé par ses coordonnées (Q,H) sera déplacé aux nouvelles coordonnées (Q',H') tout en satisfaisant les **relations de similitude** suivantes :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\omega'}{\omega} \qquad \frac{H'}{H} = \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2$$

Ces relations pouvant être évidemment remplacées par d'autres faisant intervenir la vitesse de rotation exprimée en tr/min, notée N . Intéressons-nous à l'utilité de ces formulations et considérons pour cela la courbe caractéristique d'une pompe tournant à une vitesse de rotation $N = 1450$ tr/min (Fig. 4.24). On souhaite connaître sa caractéristique pour une vitesse plus faible, $N' = 1200$ tr/min. Le rapport des vitesses et ce même rapport au carré valent respectivement :

$$\frac{N'}{N} = 0,828 \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{N'}{N}\right)^2 = 0,685$$

Ainsi les relations de similitudes :

$$Q' = 0,828 \times Q, \qquad \text{et} \qquad H' = 0,685 \times H$$

permettent le tracé de la caractéristique de la pompe pour la nouvelle vitesse de rotation. On peut pour cela choisir quelques points sur la courbe caractéristique à 1450 tr/min et évaluer leur nouvelle position pour 1200 tr/min (Tab. 4.3). La courbe caractéristique de la pompe à la vitesse de rotation égale à 1200 tr/min est donnée sur la figure 4.24.

Ainsi on note qu'un point, placé sur la caractéristique de la pompe obtenue à une vitesse de rotation donnée, sera déplacé lors de la modification de la vitesse de rotation selon une parabole d'équation $H_m = a \times Q^2$. Ceci est illustré sur la figure 4.24 sur laquelle les trajectoires de deux points, A et B, sont montrées, en plus des

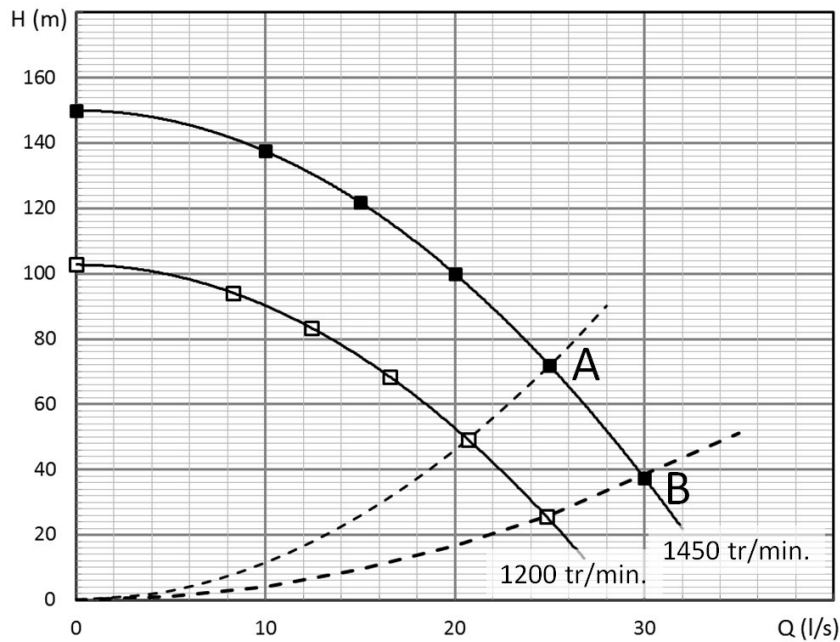


FIGURE 4.24 : Caractéristiques d'une pompe centrifuge pour deux vitesses de rotation différentes et trajectoires de deux points, A et B, lorsque la vitesse de rotation de la pompe varie.

deux courbes caractéristiques de la pompe précédente pour deux vitesses de rotation (1200 tr/min. et 1450 tr/min.). Les valeurs du paramètre α de ces deux trajectoires peuvent être évaluées à l'aide des coordonnées des deux points à une vitesse de rotation donnée (i.e. $\alpha_A = H_{m,A}/Q_A^2 = 0,115 \text{ m.s}^2/\text{l}^2$ et $\alpha_B = H_{m,B}/Q_B^2 = 0,042 \text{ m.s}^2/\text{l}^2$). Ce point abordé ici sera très utile dans l'adaptation d'un débit dans un réseau hydraulique par modification de la vitesse de rotation de la pompe (Cf. paragraphe 4.13.1).

TABLEAU 4.3 : Points de la caractéristique de la pompe de la figure 4.24 pour deux vitesses de rotation (le premier nombre représente le débit, le deuxième la hauteur manométrique).

1450 tr/min	(30; 38)	(25; 72)	(20; 100)	(15; 122)	(10; 138)
1200 tr/min	(24,8; 25,7)	(20,7; 49,2)	(16,6; 68,5)	(12,4; 83,5)	(8,3; 94,2)

4.8 Choix d'une pompe

Le choix d'une pompe pour une application est extrêmement important pour l'obtention d'un rendement global élevé et une sûreté du système de pompage par une bonne adéquation entre la forme des aubes et l'écoulement interne. Ce choix est basé sur différents critères que l'on cherche à respecter au mieux. La ligne directrice aidant l'utilisateur à faire ce choix est détaillé ci-dessous.

Le débit : celui-ci est spécifié par le responsable du projet et découle des besoins simultanés à assurer (besoins domestiques, appareils à alimenter, puissance calorifique d'une installation de chauffage dont la chute de température est fixée,...). Malgré le fait que les statistiques (Tableau 4.4) ne font apparaître que des données moyennées,

il ne faut tenir compte que des débits instantanés. Pour une utilisation domestique, on admet en général comme débit de la pompe 1/3 de la consommation totale journalière.

TABLEAU 4.4 : évaluation de la consommation d'eau.

Consommation par appareil (l/s)		Consommation journalière (l/jour)	
NF P41204 (extrait)		(usage domestique)	
évier	0,2	Par habitant	200
Lavabo	0,1	Arrosage jardin par m ²	6
Bidet	1,1	élev. gros bétail par tête	80
Douche	0,25	élev. petit bétail par tête	20
Baignoire	0,35		
WC	0,1		

La hauteur manométrique : celle-ci est déterminée à partir de l'installation : hauteur d'élévation du fluide, pressions et pertes de charge pour le débit considéré. On choisit généralement un diamètre de conduite tel que la vitesse de l'écoulement soit comprise entre un et deux mètres par seconde. Cette valeur résulte d'un compromis entre un coût énergétique élevé (canalisation de petit diamètre créant de fortes pertes de charge), et un coût d'investissement élevé (canalisation de gros diamètre plus chère à l'achat).

Le point de fonctionnement : nous l'avons vu précédemment, le point de fonctionnement est l'intersection de la courbe réseau avec la courbe de la pompe. Toute variation de la hauteur présumée ou de la consigne déplace le point de fonctionnement sur la courbe de la pompe.

La famille de pompe : lorsque le débit et la charge manométrique que devra fournir la pompe ont été identifiés, l'utilisateur (seul ou aidé par le fournisseur des pompes) évalue la vitesse de rotation des aubes en accord avec la fréquence du réseau électrique. La vitesse spécifique peut donc être évaluée et la famille de pompes adaptée être identifiée.

La puissance du moteur : il est recommandé de conserver une marge entre la puissance du moteur et la puissance absorbée par la pompe pour garantir un fonctionnement correct du moteur dans des conditions normales d'utilisation. Il est indispensable d'examiner les points extrêmes de fonctionnement (remplissage d'un réservoir,...) pour déterminer la puissance maximale absorbée par la pompe.

Les catalogues des constructeurs : on peut maintenant s'intéresser aux pompes proposées par les constructeurs dans la famille la plus adaptée. Ces derniers proposent aux clients des plages d'utilisation de leurs pompes pour lesquelles le rendement est

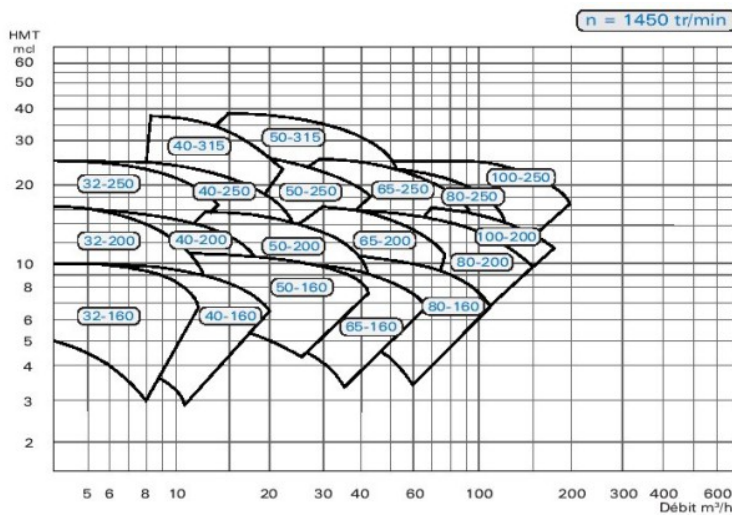


FIGURE 4.25 : Plages d'utilisation d'un type de pompes monocellulaires centrifuges (Document Sihi).

correct et ceci pour des vitesses de rotation fixées. La figure 4.25 représente les plages d'utilisation d'une pompe centrifuge fonctionnant à une vitesse de rotation égale à 1450 tr/min. Il s'agit ici d'une plage et non pas d'une courbe car un rognage des aubes, c'est à dire une réduction du diamètre, est toujours possible.



Il est très difficile d'estimer à l'avance les pertes de charge d'un réseau hydraulique. Les points de fonctionnement sur site et par le calcul seront probablement différents. La pompe risque alors de ne pas fonctionner à son rendement le meilleur. Pour une optimisation, on peut adapter la pompe au réseau en réduisant par exemple le diamètre de la roue à la valeur calculée après essais.

4.9 Accessoires pour une installation hydraulique

Il existe différents accessoires associés à une pompe, utiles à tout bon fonctionnement de l'installation hydraulique :

- **Le clapet de pied avec crépine** : il s'agit d'un organe d'étanchéité situé à l'extrémité inférieure du tuyau d'aspiration (Fig. 4.26). Il empêche l'évacuation de l'eau hors de la pompe à chaque arrêt de celle-ci. Il faut qu'il soit immergé et à une profondeur qui garantisse un fonctionnement parfait en évitant tout phénomène de cavitation. Il est aussi bon de prévoir un flotteur pour l'arrêt automatique de la pompe lorsque le niveau de l'eau descend au-dessous du niveau préétabli.

- **Clapet anti-retour** : il doit être installé sur la conduite de refoulement pour éviter tout reflux de fluide en cas d'arrêt soudain du moteur. Il est aussi préférable de choisir des types de clapet avec ressort intérieur et avec obturateur à ogive, aidant ainsi à atténuer le phénomène de coup de bélier.

- **Vanne** : non seulement elle permet le démontage de la pompe sans vider l'installation mais elle sert aussi pour le démarrage du groupe et pour le réglage de débit.

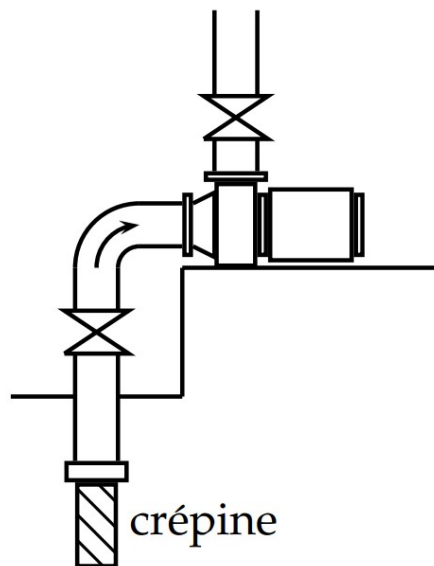


FIGURE 4.26 :
Clapet de pied avec
crépine.

4.10 La cavitation

La cavitation est le phénomène qui se produit quand, en un point de l'écoulement, la **pression absolue** locale devient égale à la pression de vapeur saturante du liquide, notée $p_v(T)$. La baisse locale de cette pression peut provenir :

- d'une augmentation de la vitesse, généralement consécutive à une modification locale de l'aire de la section de passage de l'écoulement ;
- d'une augmentation d'altitude entraînant une diminution de la pression atmosphérique ;
- d'une perte de charge générée par une singularité (*e.g.* vanne, diaphragme, etc.).

Ce phénomène n'est pas à prendre à la légère tant l'impact à la fois sur le rendement de fonctionnement, mais surtout sur la survie du matériel, est important. Afin d'éviter son apparition, il existe un critère basé sur la connaissance du réseau hydraulique amont à la pompe et sur les caractéristiques internes de celle-ci.

La suite de ce paragraphe se propose dans une première partie de détailler les changements de phase impliqués dans ce processus. On terminera enfin par la présentation du critère cité plus haut.

Changements de phase

La cavitation est un type particulier de changement de phase d'un corps correspondant à la vaporisation (Fig. 4.27.a), c'est à dire à la formation de cavités gazeuses. Il existe en effet plusieurs façons de vaporiser un liquide. Aidons-nous du diagramme d'équilibre² entre les phases vapeur et liquide (Fig. 4.27.b). À partir d'un point A appartenant à la phase liquide, l'ébullition peut être atteinte soit en augmentant la température du fluide à pression constante³ (A → B); soit en baissant la pression du

2. Cette courbe est aussi appelée courbe de saturation.

3. C'est le cas de l'eau bouillante dans une casserole.

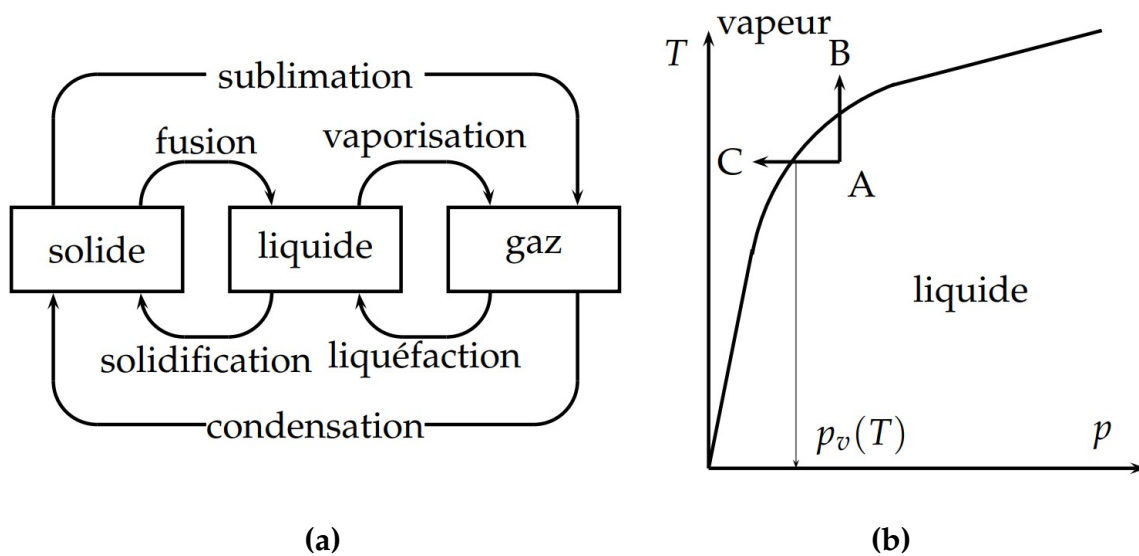


FIGURE 4.27 : (a), Nomenclature des changements de phase ; (b) Courbe de saturation.

fluide à température constante ($A \rightarrow C$) : c'est la cavitation. C'est ce dernier processus qui nous intéresse dans le cas des pompes.

La pression de vapeur saturante peut être estimée à partir de la relation suivante dans laquelle la pression de vapeur saturante $p_v(T)$ est obtenue en mm de colonne de mercure, dont la masse volumique vaut $\rho_{Hg} = 13\,600 \text{ kg/m}^3$, à partir de la température exprimée en Kelvin :

$$\log_{10}(p_v(T)) = 20,310 - \frac{2\,795}{T} - 3,868 \times \log_{10}T.$$

Ainsi pour une température d'eau égale à 20°C , la pression de vapeur saturante vaut approximativement 2260 Pa (ou 22,6 mbar).

Impacts de la cavité sur les pompes

Une pompe génère une zone de dépression dans son orifice d'aspiration. Si, dans cette zone, le liquide voit sa pression absolue diminuer d'une façon conséquente, une cavitation peut alors avoir lieu (Fig. 4.28). La vapeur créée peut s'accumuler (dans une partie haute de la conduite) ou être entraînée dans le corps de la pompe. La trajectoire suivie par ces bulles de gaz les amène vers des régions de plus forte pression (extrémités des aubages sur une pompe centrifuge par exemple). Le fluide repasse en dessous de sa courbe de saturation : les vapeurs se liquéfient. On note ainsi des implosions continues, de fréquences élevées. Ces implosions produisent des microjets et des surpressions (onde de choc) qui peuvent atteindre plusieurs centaines, voire milliers de bar. Lorsque la cavitation se développe, celle-ci perturbe très grandement l'écoulement et altérant donc de façon significative les performances de la pompe. La norme IEC 60609 [10] encadre l'étude de l'érosion des matériaux par le phénomène de cavitation.



FIGURE 4.28 : Cavitation à l'aspiration d'une pompe centrifuge (photo de l'auteur).

Ce phénomène de cavitation s'accompagne de différentes nuisances : (1) du bruit et des vibrations caractéristiques, première manifestation de la cavitation. La tuyauterie se trouve ainsi excitée et vient à son tour rayonner un champ acoustique dans le milieu aérien ambiant. (2) l'effondrement de la courbe de débit et du rendement de la pompe. En effet, une partie de l'énergie est perdue à comprimer les cavités gazeuses. Pour des poches de vapeur très développées, les pompes subissent des chutes de leur performance qui les rendent inutilisables. Ce phénomène est souvent décrit comme *la chute de caractéristique*. (3) un échauffement anormal, et (4) l'érosion caractéristique des aubages et autres éléments de la pompe. Dans ces conditions, une pompe fonctionne très mal et voit sa durée de vie considérablement réduite. Pour toutes ces raisons, la pression à l'aspiration doit être mesurée à l'aide d'un manomètre.

Notion de NPSH

Afin d'éviter les nuisances citées plus haut, il faut qu'en tout point du circuit, la **pression absolue totale** reste supérieure à la tension de vapeur saturante, la première s'écrivant :

$$p_{\text{abs, tot}} = p_s + \frac{1}{2}\rho V^2 \quad (4.6)$$

où p_s , ρ et V sont la pression statique, la masse volumique et la vitesse de l'écoulement au point étudié. Généralement la masse volumique du bassin d'alimentation est considérée dans cette formulation, quelle que soit la localisation à laquelle on souhaite évaluer la pression absolue totale. Néanmoins dans le cas de pompe à eau chaude, il peut exister des écarts de température entre la tuyauterie et le bassin de telle sorte que les valeurs numériques des masses volumiques ne soient plus confondues.

La pression absolue étant quantifiable en tout point du circuit, on est donc capable d'estimer la marge que le fluide dispose par rapport à la cavitation, *i.e.* $p_{\text{abs, tot}} - p_v(T)$. Cette quantité variable dans le circuit, est appelée NPSH, pour Net Positive Suction Head (Hauteur de Charge Nette Absolue). Cette valeur traduit l'énergie encore disponible dans le fluide, au-dessus du seuil de tension de vapeur saturante : **c'est une réserve d'énergie**. À l'entrée de la pompe, cette quantité va atteindre une valeur minimale. En ce point du circuit (et uniquement), on parle de **NPSH disponible**. Cette

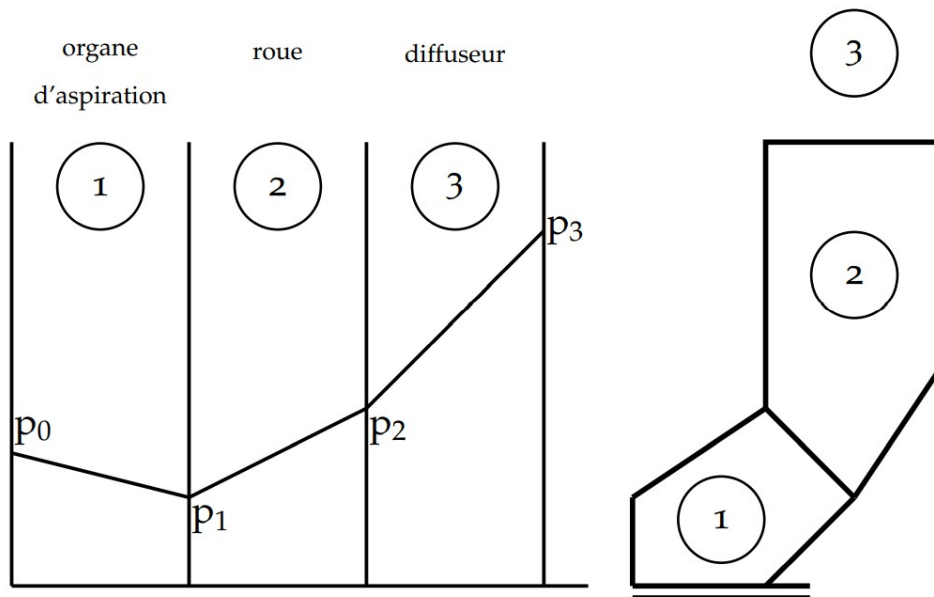


FIGURE 4.29 : Évolution de la pression dans la pompe et trajectoire des particules fluide dans la pompe (les évolutions à travers les différents organes de la pompe ne sont pas respectées ici).

réserve d'énergie dépend du fluide et du type d'installation (réseau en aspiration ou en charge, cf. figure 4.30).

À l'intérieur de la pompe cette fois-ci, l'écoulement perd de sa charge avant de recevoir l'énergie communiquée par la roue. Cette perte de charge $p_0 - p_1$, illustrée sur la figure 4.29, n'est connue que par le fabricant de la pompe et dépend à la fois de la vitesse de rotation et du débit. La quantité $(p_0 - p_1) / (\rho g)$ est désignée sous le nom de **NPSH requis**, dont le constructeur propose une courbe de NPSH pour différents débits (Fig. 4.9).

Finalement pour éviter toute cavitation, la réserve d'énergie du fluide à l'entrée de la pompe doit être supérieure à la perte de la charge dans la pompe, soit :

$$\frac{p_{\text{abs, tot}} - p_v(T)}{\rho g} - \frac{p_0 - p_1}{\rho g} > 0 \quad \text{ou} \quad \text{NPSH}_{\text{disponible}} > \text{NPSH}_{\text{requis}}$$

Le respect de cette relation assure *a priori* l'utilisateur d'une absence de cavitation dans le circuit. Il est néanmoins préférable de prendre une marge, celle-ci étant de l'ordre du mètre afin de considérer à la fois les erreurs d'appréciation du point de fonctionnement mais aussi des susceptibles variations de ce point sur place. On peut dès lors écrire :

$$\text{NPSH}_{\text{disponible}} > \text{NPSH}_{\text{requis}} + 1 \text{ m} \quad (4.7)$$



La valeur de la marge considérée industriellement n'est pas toujours égale à 1 m puisqu'elle peut être de valeurs différentes en fonction de la vitesse spécifique et du matériau (fonte, bronze, inox, etc.). Par exemple, dans le cas de roue en bronze et vitesse spécifique de l'ordre de 80, il convient de prendre une marge égale à 3 m [38].

Détermination du NPSH disponible

L'évaluation du NPSH requis incombe au responsable de la conception du réseau hydraulique. Il peut être mesuré ou être estimé *via* des formulations analytiques. Dans le premier des deux cas, le réseau hydraulique doit prévoir une section de mesure convenable en amont de l'entrée avec un écoulement ne présentant pas de prérotation. La mesure de la pression dans cette section est réalisée à l'aide d'un manomètre estimant alors une pression relative ($p_{\text{mano.}}$) à laquelle il convient d'ajouter la valeur numérique de la pression atmosphérique ($p_{\text{atm.}}$). Ainsi le NPSH s'écrit :

$$\text{NPSH}_{\text{dispo}} = \frac{p_{\text{mano.}} + p_{\text{atm.}} - p_v(T)}{\rho g} + \frac{1}{2}\rho V^2 \quad (4.8)$$

Si cette approche n'est pas réalisable, et si le liquide pompé vient d'un réservoir ou d'un bassin comportant une surface libre, il est alors possible d'estimer au mieux la pression en entrée de la pompe. On applique alors le théorème de Bernoulli entre la surface libre de pompage et l'entrée de la pompe. Nous allons traiter à cet effet deux cas opposés illustrés sur la figure 4.30 qui nous permettront d'énoncer certaines conditions propices à l'absence de cavitation dans une pompe. Le **cas a** considère une pompe placée à une altitude plus basse que la surface libre de l'eau dans le réservoir. La colonne d'eau impose une pression à l'entrée de la pompe susceptible donc d'éviter la présence d'une cavitation. Le **cas b** est moins favorable, la pompe étant placée à une altitude plus importante que la surface libre exposée à une pression atmosphérique. De ce fait, la pompe doit créer une dépression importante pour générer le mouvement de fluide. Cette dépression doit évidemment être étudiée sérieusement dans le cadre de la cavitation.

⇒ **Cas a : Pompe montée en charge** : le liquide provient d'un réservoir dont la surface est pressurisée à une pression $p_s = p_{\text{atm.}} + p_{\text{relative}}$ et situé à une hauteur h au-dessus de l'entrée de la pompe. On notera ΔH_a les pertes de charge dans la conduite d'aspiration. Les indices r et e seront utilisés pour signifier le réservoir et l'entrée de la pompe respectivement. L'application du théorème de Bernoulli permet d'écrire :

$$\frac{p_r}{\rho g} + z_r + \frac{V_r^2}{2g} = \frac{p_e}{\rho g} + z_e + \frac{V_e^2}{2g} + \Delta H_a$$

La vitesse de la surface libre est généralement négligeable devant celle présente à l'entrée de la pompe et sera donc négligée ici ($V_r = 0$). La pression absolue totale à l'entrée s'exprime alors selon l'expression :

$$\frac{p_e}{\rho g} + \frac{V_e^2}{2g} = \frac{p_r}{\rho g} + (z_r - z_e) - \Delta H_a$$

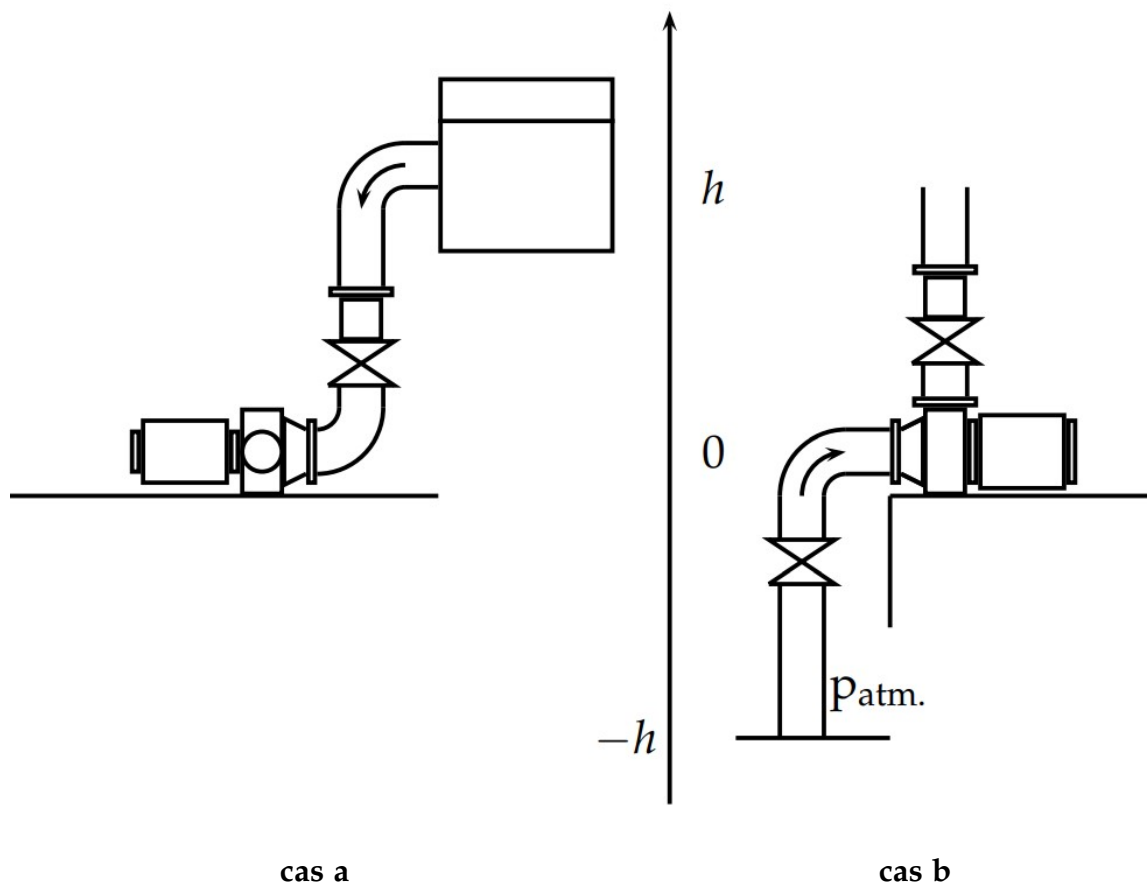


FIGURE 4.30 : Réseaux hydrauliques. cas a, pompe montée en charge ; cas b, pompe montée en aspiration.

Le NPSH disponible dans le cas de la pompe montée en charge, en tenant compte du fait que $p_r = p_s$, s'écrit alors :

$$\text{NPSH}_{\text{dispo}} = \frac{p_s - p_v(T)}{\rho g} + h - \Delta H_a$$

⇒ **Cas b : Pompe montée en aspiration** : un liquide est prélevé d'un bassin, pour lequel cette fois-ci la pression à sa surface est égale à la pression atmosphérique et situé à une hauteur h en-dessous de l'entrée de la pompe. Les indices b et e seront utilisés pour signifier le bassin et l'entrée de la pompe respectivement. L'application du théorème de Bernoulli nous permet encore une fois d'exprimer la pression absolue totale à l'entrée de la pompe, c'est-à-dire :

$$\frac{p_e}{\rho g} + \frac{V_e^2}{2g} = \frac{p_b}{\rho g} + (z_b - z_e) - \Delta H_a,$$

d'où l'expression du NPSH disponible :

$$\text{NPSH}_{\text{dispo}} = \frac{p_{\text{atm}} - p_v(T)}{\rho g} - h - \Delta H_a$$

⇒ **Cas général** : d'après les deux cas précédents, on peut exprimer de façon générale le NPSH disponible :

$$\text{NPSH}_{\text{disp}} = \frac{p_s - p_v(T)}{\rho g} + h_{\text{géo}} - \Delta H_a \quad (4.9)$$

où p_s est la pression à la surface du réservoir alimentant la pompe. Dans le cas d'un bassin ouvert, cette pression est égale à la pression atmosphérique. S'il s'agit d'un réservoir fermé pressurisé, il faut alors additionner la pression (relative) lue sur le manomètre monté sur le réservoir à la pression atmosphérique. $h_{\text{géo}}$ correspond à la différence de hauteur entre le niveau d'alimentation et l'entrée de la pompe. La pompe fonctionnant en charge, cette hauteur sera considérée comme positive alors que dans le cas pour lequel un liquide est pompé d'un niveau plus bas, la hauteur devient négative. ΔH_a représente les pertes de charge dans la conduite d'aspiration. On note d'après la relation (4.9) que le niveau de pression disponible fait intervenir trois composantes, qui ajoutent ou au contraire qui ôtent de l'énergie au système. Ainsi pour augmenter le NPSH disponible, on peut agir sur différents paramètres : (1) se placer si possible dans le cas d'une pompe montée en charge et augmenter au plus la hauteur d'alimentation ; (2) pressuriser si possible l'alimentation ; (3) réduire au maximum les coudes dans la conduite d'aspiration et optimiser le diamètre de celle-ci afin de réduire les pertes de charge ; (4) diminuer la température du liquide afin d'abaisser la pression de vapeur saturante (Fig. 4.27.b).

Pour l'eau, aux conditions de température et de pression normales, *i.e.* 20 °C et 1 013 mbar, et lorsque le bassin a sa surface libre à pression atmosphérique, on a

$p_{\text{atm.}}/\rho g \approx 10,2 \text{ m}$ et $p_v(T)/\rho g \approx 0,2 \text{ m}$, d'où

$$\frac{p_{\text{atm.}} - p_v(T)}{\rho g} \approx 10 \text{ m}$$

Ainsi le NPSH disponible s'écrit dans ce cas particulier :

$$\text{NPSH}_{\text{disp}} = 10 + h_{\text{géo}} - \Delta H_a$$



Notons que la valeur de la pression atmosphérique dépend de l'altitude du bassin et diminuera d'autant plus que cette dernière est élevée (par exemple, au niveau de la mer, la pression atmosphérique vaut 760 mm Hg, alors qu'elle tombe à 596 mm Hg à 2000 m). On peut estimer la pression atmosphérique $p_{\text{atm.}}$ (en Pascal), fonction de l'altitude z , à partir de la relation :

$$p_{\text{atm.}} = 1,19745 \times 10^{-8} (288,15 - 0,0065 \times z)^{5,25588}$$

Il ne faut pas oublier que la tension de vapeur augmente avec la température du fluide. Un fluide plus chaud aura pour effet de baisser le NPSH disponible...

Une autre solution pour éviter la cavitation dans la roue repose sur l'augmentation de la pression de l'écoulement dans sa région d'entrée à l'aide d'un dispositif appelé *inducteur* (ou parfois *roue de gavage*). Il s'agit-là d'une roue axiale placée à l'aspiration d'une roue centrifuge et montée sur le même arbre (Figure 4.31). Cette roue axiale augmente la charge de l'écoulement à son passage (et donc la pression) et rendant donc plus favorable la roue centrifuge par rapport à la cavitation. Par translation des effets, l'inducteur est souvent soumis à la cavitation et son dimensionnement doit alors être réalisé attentivement. La courbe de la figure 4.31 met en évidence une influence nette de l'inducteur sur les performances de la roue en régime cavitant. L'inducteur diminue de façon non négligeable les valeurs du NPSH requis sur une plage de débit allant de $0,3 \times Q_n$ à $1,4 \times Q_n$ où Q_n est le débit nominal. À ce débit, le gain de NPSH requis représente 58% du NPSH requis de la pompe centrifuge seule.

Détermination du NPSH requis

Les valeurs du NPSH requis sont des données intrinsèques à l'intérieur de la pompe et de ce fait les courbes de son évolution avec le débit de fonctionnement de la pompe ne peuvent être obtenues, aujourd'hui encore qu'exclusivement par la voie expérimentale, conformément aux recommandations et exigences des normes en vigueur. On commence pour cela par réaliser un point d'essai à NPSH suffisamment élevé pour éviter toute cavitation. Ensuite, en maintenant le débit, les pertes de charge dans le circuit et la vitesse de rotation, on diminue progressivement la pression de l'écoulement. On note alors plusieurs valeurs caractéristiques, basées sur l'observation et le bruit émis par la cavitation. (1) Le NPSH de début de cavitation; il s'agit de l'apparition des premières poches gazeuses (Figure 4.32). Ce phénomène peut être détecté acoustiquement puisque dès lors que la cavitation est amorcée, *inception* en anglais, la figure 4.34 montre très clairement une augmentation du niveau

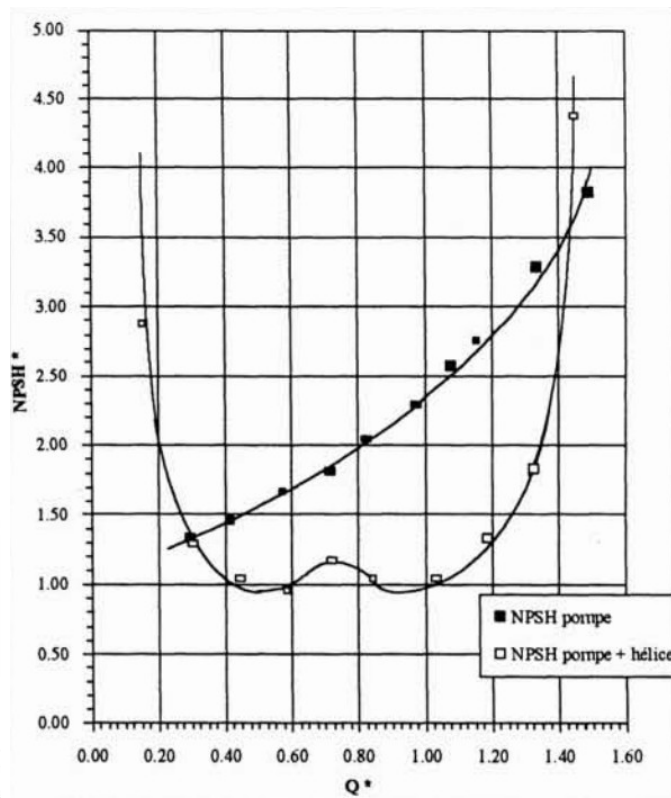
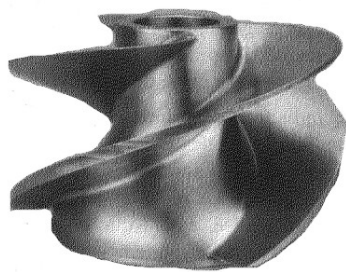


FIGURE 4.31 : Gauche : photo d'un inducteur placée en amont d'une turbo-pompe de moteur-fusée (d'après Morel [59]); droite, influence de la présence d'un inducteur sur le NPSH requis d'une pompe centrifuge [67].

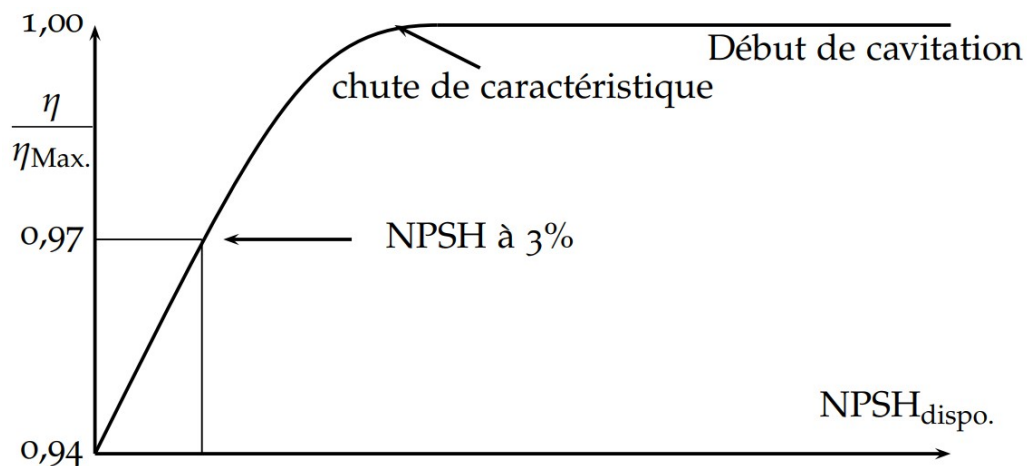


FIGURE 4.32 : Évolution du NPSH pendant l'augmentation de la contribution de la cavitation.

sonore comparativement à celui mesuré en absence de cavitation. Ce critère acoustique a l'avantage d'être répétable et quantitatif.). Le début de la cavitation peut être visualisé lorsque les machines sont prédisposées de hublots transparents ; (2) il existe ensuite d'autres valeurs particulières correspondant à des phases de développement de la cavitation. Ces valeurs correspondent la plupart du temps à des critères propres aux constructeurs ; (3) pour des valeurs de NPSH encore plus faibles, on observe une chute des performances de la machine. On peut dès lors donner un critère objectif pour déterminer un NPSH. Les constructeurs considèrent que la cavitation atteint un degré inacceptable lorsque le rendement est atteint de 3 %. Du point de vue industriel on ne parlera de cavitation, portant alors le nom de *cavitation industrielle*, que lorsque cette valeur de chute de rendement est rencontrée. Si ce n'est pas encore le cas on parlera alors de *cavitation physique*. Il est à noter, lors de la décroissance du NPSH disponible, qu'une légère augmentation de la charge manométrique est observée avant son effondrement et de celui du rendement (Figure 4.33).

En répétant cette opération, on peut tracer l'ensemble de la courbe NPSH à 3 % de la pompe en fonction du débit. C'est cette courbe qui est présentée dans les catalogues de pompes (NPSH requis, Fig. 4.9). Une machine calée à une pression inférieure verra ses performances nettement dégradées.

4.11 Analyse interne d'une pompe centrifuge

L'analyse externe d'une pompe centrifuge a été effectuée, celle-ci nous a permis d'appréhender la notion de point de fonctionnement principalement à partir des caractéristiques du réseau et de la pompe. Cette deuxième partie considère, elle, la région interne de la pompe, utile à la compréhension de l'origine de la charge délivrée par la roue de la pompe. Les différents paramètres sur lesquels on peut agir pour modifier cette charge seront donc mis en évidence. Après une brève description de la région interne proche de la roue, on s'intéressera à la cinématique de l'écoulement en présentant le triangle des vitesses. Ce dernier est nécessaire à la mise en place de la

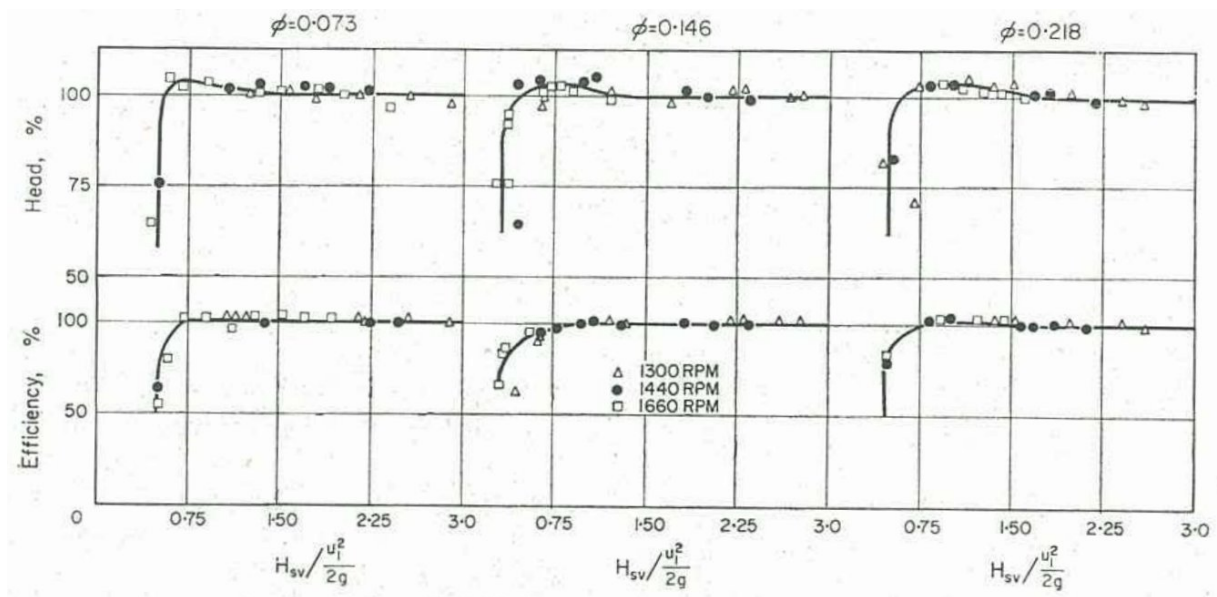


FIGURE 4.33 : Caractéristiques de la cavitation dans une pompe centrifuge pour différentes valeurs numériques du coefficient de débit (d'après Govinda et al. [47]).

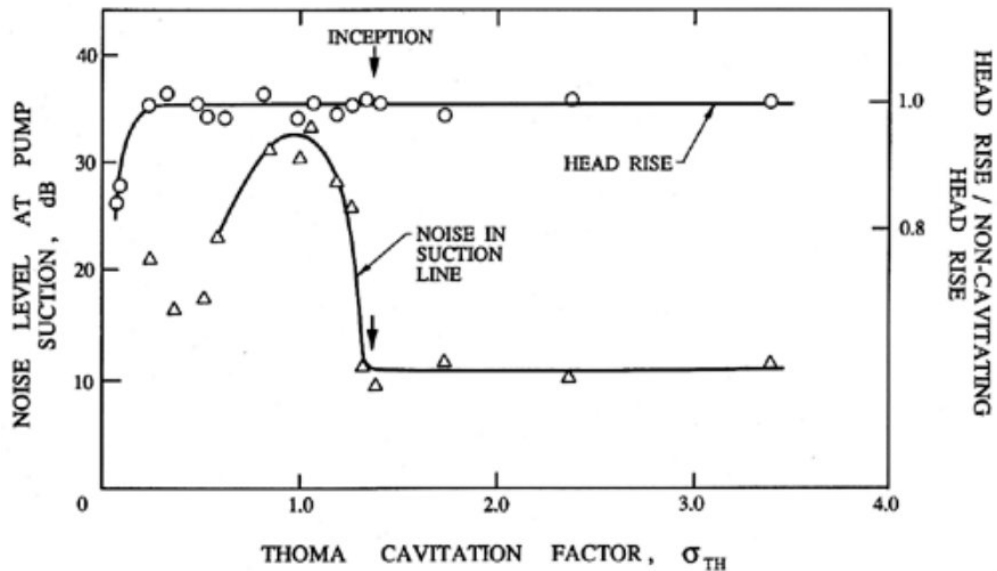


FIGURE 4.34 : Évolution de l'augmentation de la charge manométrique en fonction du facteur de Thoma, $(p_1^T - p_v) / (\rho g H_m)$, avec p_1^T et p_v la pression totale à l'entrée de la pompe et la pression de vapeur saturante respectivement (d'après McNulty et al. [58]).

charge d'Euler, charge délivrée par la roue mobile.

4.11.1 Description de la partie interne d'une pompe centrifuge

Un schéma de la partie interne d'une pompe centrifuge est donné sur les figures 4.36. La **roue** est la seule partie mobile de la pompe tournant à une vitesse de rotation constante ω et portant les **aubes** (autrement appelées pales ou ailettes). Les diamètres interne et externe de la roue sont notés respectivement D_1 et D_2 , et la largeur de la roue au niveau de l'éjection est noté b_2 (Fig. 4.36.b). β_1 et β_2 correspondent aux angles en entrée et en sortie de la roue que fait la surface de l'aube avec la ligne perpendiculaire aux plans méridiens passant par ces points (Fig. 4.37). L'espace compris entre deux aubes mobiles constitue un canal mobile dans lequel on considère l'écoulement comme étant permanent par rapport à un repère solide des aubes. Les pales exercent des efforts de pression sur le fluide, qui se traduit par l'existence d'une surpression le long de leur extrados, et d'une dépression sur leur intrados. Le travail de ces efforts exige un apport permanent d'énergie mécanique par l'arbre qui doit être mis en mouvement par un moteur. Le stator porte une couronne d'aubages fixes constituant un canal dans lequel l'écoulement est considéré comme permanent : le **diffuseur**. Une **volute** collecte tous les filets sortant du diffuseur et les ramène au raccordement de refoulement. La forme de la volute n'est pas à négliger puisqu'elle doit être de forme adaptée à l'inclinaison de l'écoulement expulsé par la roue. Ceci est illustré sur la figure 4.35 sur laquelle une pompe dessinée pour un coefficient de débit égal à 0,092 présente de meilleure performance lorsque la roue est utilisée avec une volute spiral pour cette valeur. On note néanmoins que pour des débits plus élevés, pour lesquels la pompe n'est plus capable d'apporter la même charge manométrique, l'utilisation d'une volute circulaire entraîne de meilleure performance globale. Ceci montre l'importance de la forme d'une volute et la nécessité de comprendre correctement les écoulements pour les rendements élevés et faibles.

4.11.2 Principe de fonctionnement

La pompe est remplie d'eau. La rotation de l'arbre, entraîné par le moteur, projette l'eau à la périphérie et de ce fait engendre une dépression. Celle-ci provoque un appel des tranches suivantes, et par suite un écoulement permanent. L'énergie reçue par le fluide, pendant la traversée du canal mobile, se manifeste par un accroissement de sa pression et de son énergie cinétique. En ralentissant dans le diffuseur, il y a de nouveau une augmentation de pression par transfert de l'énergie cinétique vers l'énergie potentielle.

4.11.3 Cinématique de l'écoulement

Le fluide entrant par l'oeillard de la roue est guidé quasiment parfaitement par les aubes en mouvement. La trajectoire dans un repère relatif aux aubes mobiles est donc très proche de l'inclinaison des aubes (Fig. 4.37.b). La trajectoire du fluide vue d'un repère absolu et non lié aux aubes ressemble quant à elle à l'entame d'une spirale.

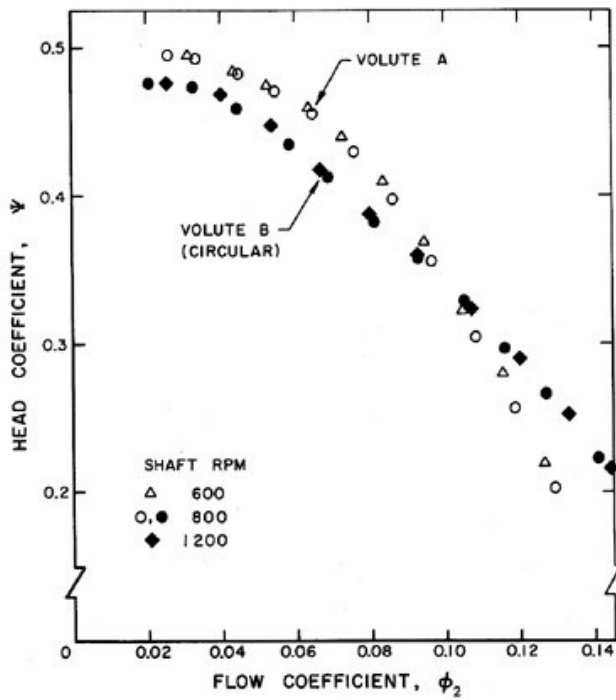


FIGURE 4.35 : Coefficient de hauteur d'une pompe centrifuge utilisant une volute en spirale (volute A) ou circulaire (volute B) — d'après Chamieh [27].

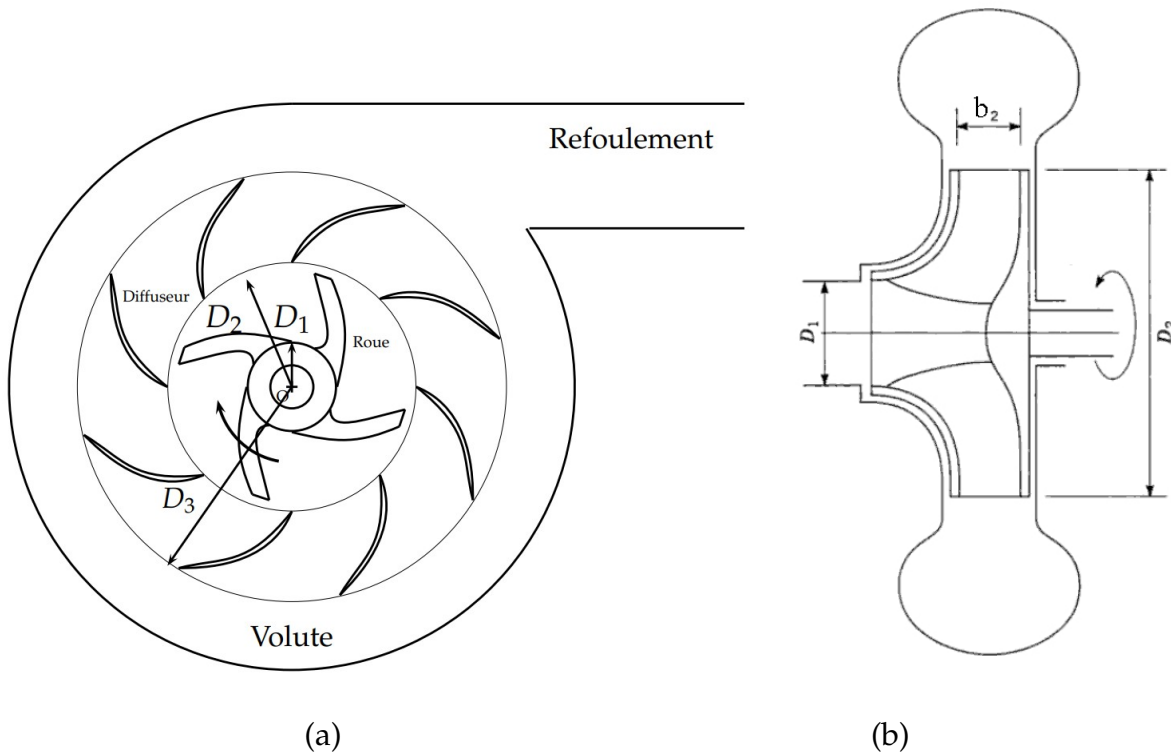


FIGURE 4.36 : Coupes frontale (a) et méridienne (b) d'une pompe centrifuge.

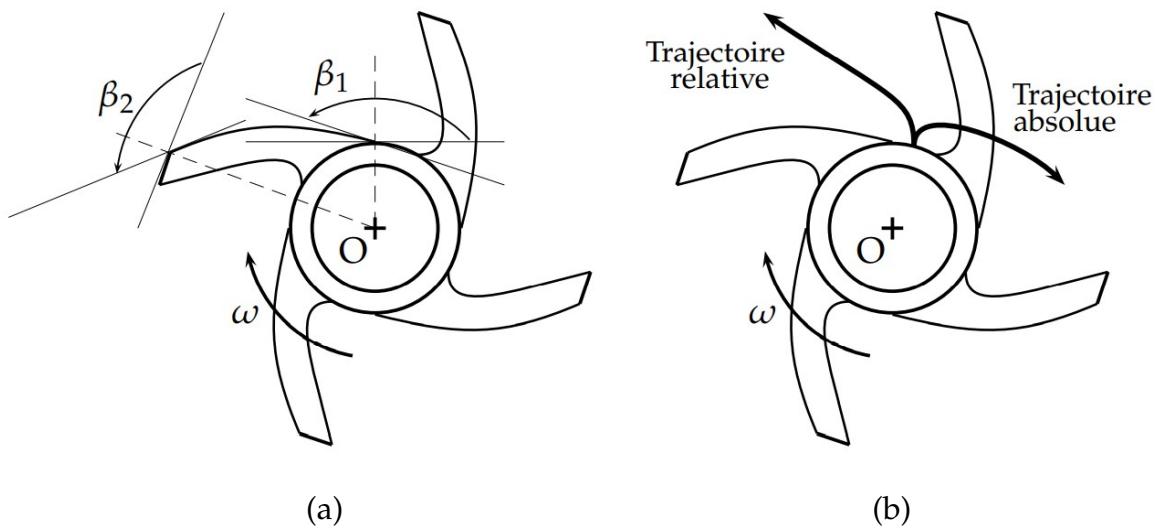


FIGURE 4.37 : a, vue frontale de la roue d'une pompe centrifuge et présentation des angles β ; b, trajectoires absolue et relative de l'écoulement dans les aubes de la roue.

La vitesse du fluide en un point M de l'écoulement peut être définie (1) par rapport à un trièdre de référence fixe (**vitesse absolue**, \vec{V}), et (2) par rapport à un trièdre lié aux organes mobiles (**vitesse relative**, \vec{W}) (Fig. 4.38.a). Le passage du domaine fixe au domaine mobile est effectué à l'aide de la composition des vitesses :

$$\vec{V} = \vec{U} + \vec{W} \quad (4.10)$$

où \vec{U} est la vitesse d'entraînement orientée dans le sens de rotation. Cette vitesse est circonférencielle et est égale en valeur absolue à $r\omega$, où r est la distance de la particule considérée par rapport à l'axe de rotation et ω la vitesse angulaire de rotation. La composition des vitesses donne lieu au tracé d'un triangle des vitesses (Fig. 4.39.a). On notera α et β respectivement les angles que font les vitesses absolue et relative avec la vitesse d'entraînement.

On définit un repère orthonormé $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{z})$ lié aux aubes en mouvement (Fig. 4.39.b). Le vecteur \vec{i} est orienté radialement sortant et est donc placé dans un plan méridien⁴, le vecteur \vec{j} est aligné selon \vec{U} , et \vec{z} tel que $\vec{z} = \vec{i} \wedge \vec{j}$. Ces vecteurs sont utiles à des décompositions des vitesses introduites plus haut.

L'entrée et la sortie de la roue sont généralement indiquées respectivement par les indices 1 et 2. Ainsi, les vitesses d'entraînement en ces points valent $U_1 = \omega r_1$ et $U_2 = \omega r_2$.

Les vitesses \vec{V} et \vec{W} sont décomposées en deux termes : (1) une composante projetée sur \vec{j} et donc alignées avec \vec{U} dite tangentielle ou orthoradiale, V_u ou W_u , mesurée positivement dans le sens de rotation ; et (2) une composante projetée sur \vec{i} dite radiale ou méridienne, V_r et W_r , ou V_m et W_m . Il faut bien comprendre que toute composante projetée selon le vecteur \vec{U} est liée au transfert d'énergie, alors que

4. Un plan méridien d'une géométrie axisymétrique contient l'axe de rotation.

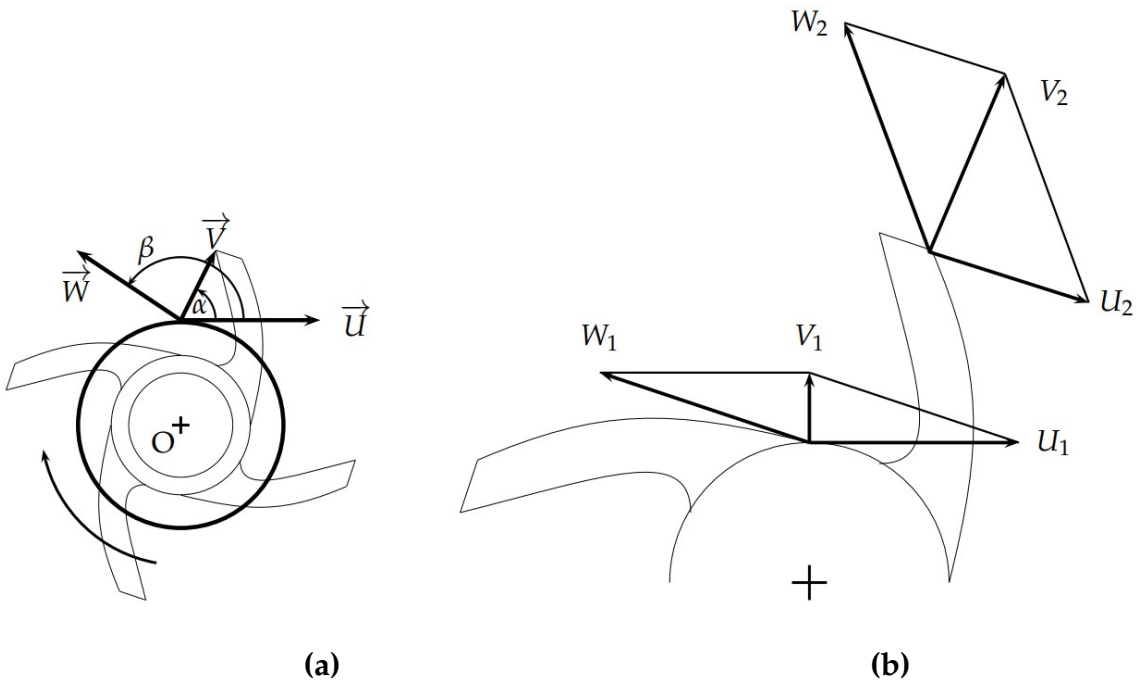


FIGURE 4.38 : Cinématique dans la roue d'une pompe centrifuge. (a), de façon généralisée; (b), en entrée et en sortie des aubes.

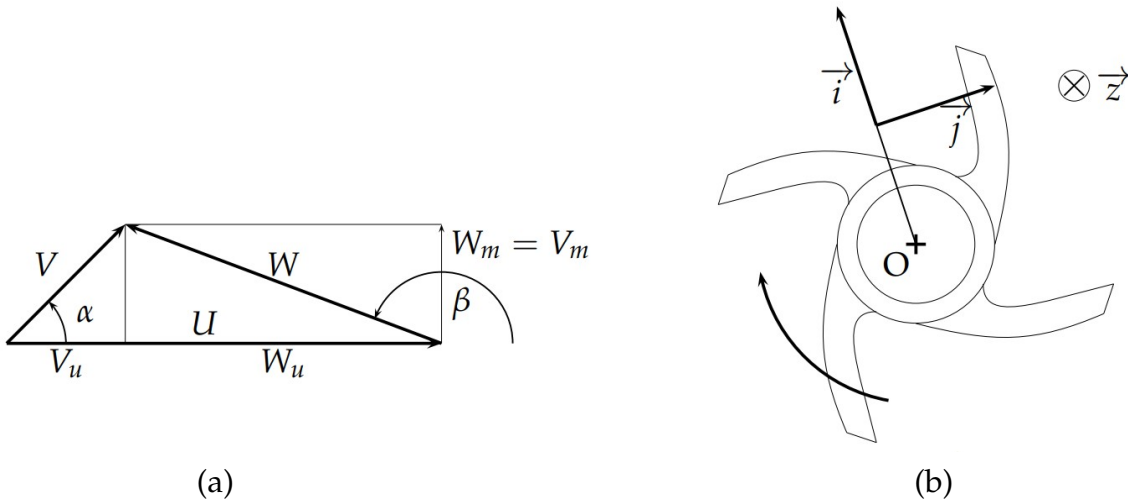


FIGURE 4.39 : Définition du triangle des vitesses (a) et des vecteurs unitaires (b).

les composantes méridiennes sont quant à elles liées au débit (massique) traversant les roues mobiles, $\rho S_2 \vec{W}_2 \cdot \vec{n}_2$ avec \vec{n}_2 sortant radialement de la surface d'éjection S_2 placée au rayon r_2 . Les différentes relations entre ces projections sont les suivantes :

$$\begin{cases} \vec{V}_r = \vec{W}_r \\ \vec{V}_u = \vec{W}_u + \vec{U} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} V_r = V \sin \alpha = W \sin \beta \\ V_u = V \cos \alpha = W \cos \beta + U \end{cases}$$

Pour que l'écoulement s'effectue correctement, W_1 et W_2 doivent être tangents à l'aube, ce qui permet de tracer ces aubes. À l'entrée de la roue, la vitesse absolue forme

avec U_1 un vecteur α_1 très proche de 90° , la composante V_{u1} étant donc très faible. D'autre part, l'angle β_2 est appelé *angle de sortie* de la roue. Sa valeur est comprise entre 130° et 165° .

La suite du document se propose de formuler analytiquement la charge délivrée par la roue. On s'attend, d'après ce qui a été dit plus haut, à noter dans cette expression uniquement des termes de transfert d'énergie.

4.11.4 Rôle de la roue - Charge d'Euler

On aborde ici une étape très importante concernant les pompes. Il s'agit d'estimer la hauteur susceptible d'être communiquée au fluide, c'est à dire l'augmentation d'énergies cinétique et potentielle du fluide, par la roue et donc exprimée à partir du triangle des vitesses seul. Cette charge communiquée sera appelée **charge d'Euler**, et sera notée H_E . L'expression de la charge d'Euler sera déterminée à partir de deux approches : (i) l'utilisation du théorème de l'énergie cinétique, et (ii) l'application du bilan de quantité de mouvement.

En considérant une infinité d'aubes, ce qui revient à considérer des aubes d'épaisseur nulle, l'écoulement du fluide est constitué de lignes de courant parfaitement guidées par deux aubes consécutives et adjacentes. L'écoulement suit alors *via* cette hypothèse une trajectoire identique à celle de l'inclinaison des aubes et l'angle d'un filet avec la tangente est égale à l'angle de l'aubage avec la tangente. Cette hypothèse revient à considérer l'écoulement en bloc. En réalité, avec un nombre fini d'aubes, le filet moyen n'est plus parfaitement guidé et les deux angles précédents sont légèrement différents.

Détermination de la charge d'Euler à partir du théorème de l'énergie cinétique

Le théorème de l'énergie cinétique relie l'énergie cinétique d'un système au travail des efforts auquel il est soumis. Nous verrons plus loin que l'application de ce bilan sur un volume de fluide sur un chemin élémentaire \overrightarrow{dl} permet d'écrire l'équation de Bernoulli en relatif. Il est très important de comprendre les raisons d'écriture de ce bilan dans un repère relatif. En effet, travailler dans ce repère est une condition nécessaire pour observer un écoulement permanent. Ceci n'est plus le cas dans un repère absolu non lié aux aubes en mouvement.

Considérons donc un volume élémentaire de fluide parcourant pendant un temps dt un chemin élémentaire \overrightarrow{dl} (Fig. 4.40). Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit dans le repère relatif de la façon suivante :

$$\frac{dW^2}{2} = -\frac{dp}{\rho} - g dz + dw_e + dw_c$$

où $dW^2/2$ est la variation élémentaire de l'énergie cinétique, et le membre de droite représente respectivement les travaux des efforts de pression, de pesanteur, d'entraînement, et de Coriolis.

Le travail élémentaire des efforts massiques d'inertie d'entraînement est évalué par le produit scalaire de ces efforts et du chemin élémentaire parcouru par la particule de

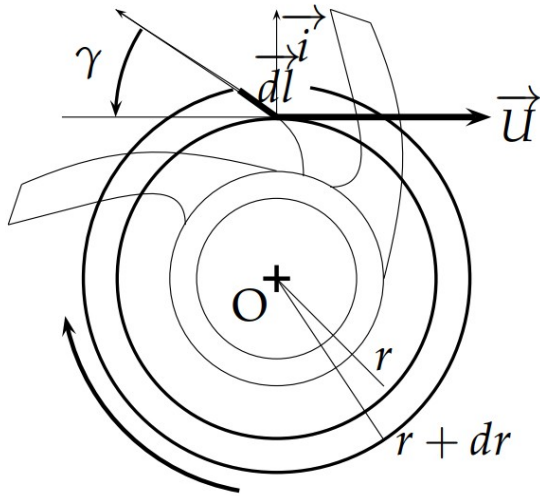


FIGURE 4.40 : Définition du chemin élémentaire \vec{dl} , et de l'angle gamma γ .

fluide, $-(\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})).\vec{dl}$, et vaut $dw_e = r\omega^2 dr$. Le travail élémentaire des efforts massiques d'inertie de Coriolis, $-2(\vec{\omega} \wedge \vec{W}).\vec{dl}$, est quant à lui nul car $(\vec{\omega} \wedge \vec{W})$ est perpendiculaire à \vec{dl} . Le théorème de l'énergie cinétique devient donc :

$$\begin{aligned} \frac{dW^2}{2} &= -gdz - \frac{dp}{\rho} + r\omega^2 dr \\ &= -gdz - \frac{dp}{\rho} + \frac{dU^2}{2} \end{aligned}$$

Il vient donc

$$\frac{d(W^2 - U^2)}{2g} + dz + \frac{dp}{\rho g} = 0$$

L'équation de Bernoulli en mouvement relatif (fluide incompressible) est donc obtenue à partir d'un bilan sur un filet de fluide :

$$\frac{W^2 - U^2}{2g} + z + \frac{p}{\rho g} = \text{constante}$$

Cette quantité est conservée entre l'entrée (indice 1) et la sortie (indice 2) des aubes mobiles, en considérant d'autre part la relation $W^2 - U^2 = V^2 - 2UV_u$:

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + z_2 - z_1 = \frac{U_2 V_{u2} - U_1 V_{u1}}{g}$$

Le terme de gauche caractérise des transferts d'énergies cinétique ($\Delta V^2/2g$) et d'énergie potentielle ($\Delta p/\rho g + \Delta z$), lors du passage du fluide dans la roue mobile. Cette quantité correspond donc à la charge d'Euler telle qu'elle a été définie précédemment. Par identification le terme du membre de droite est une autre forme d'écriture, plus pratique, de la charge d'Euler :

$$H_E = \frac{U_2 V_{u2} - U_1 V_{u1}}{g}$$

Détermination de la charge d'Euler à partir du bilan de quantité de mouvement

Le bilan de quantité de mouvement sera cette fois encore appliqué dans un repère relatif, repère dans lequel l'écoulement est permanent. Dans le cas où ce bilan est appliqué dans un repère absolu, les termes d'instantanéités difficiles à estimer dans ce cas doivent être pris en compte (dérivée temporelle dans la relation (1.14) page 13). La charge d'Euler traduisant la puissance communiquée au fluide ($\rho g Q H_E$) par la roue, et cette puissance étant directement liée à la puissance absorbée par l'arbre ($C\omega$, si on considère la puissance mécanique totalement transférée au fluide), il nous faut donc exprimer le couple *via* l'effort exercé par les aubes sur le fluide pour obtenir *in fine* la charge d'Euler.

Considérons le schéma de la figure 4.41, et intéressons-nous à l'effort exercé par l'aube de gauche sur le fluide au point P. Dans le cas où les effets visqueux sont négligés, cet effort élémentaire s'écrit

$$-p \vec{n}_p dS$$

où \vec{n}_p est la normale sortante à la paroi, et dS la surface élémentaire autour de ce point. Cet effort local crée un couple élémentaire autour de l'axe de rotation

$$d\vec{C} = \vec{r} \wedge (-p \vec{n}_p) dS$$

avec $\|\vec{r}\|$ la distance radiale au point P. Le couple total exercé par les aubes en mouvement sur le fluide s'écrit donc en intégrant l'expression précédente sur la surface des deux aubes en contact avec le fluide :

$$\vec{C} = \int_{S_p} \vec{r} \wedge (-p \vec{n}_p) dS$$

Le but de la démonstration ci-dessous est d'écrire cette expression en fonction de la cinématique de l'écoulement aux extrémités des aubes.

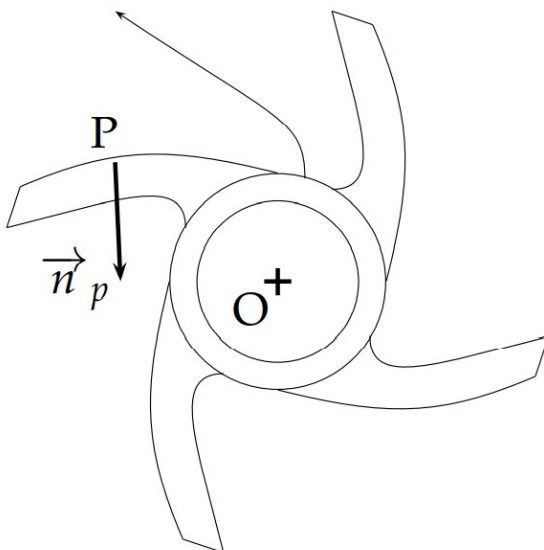


FIGURE 4.41 : Application des efforts de pression sur les aubes.

Nous nous plaçons dans cette démonstration dans l’hypothèse énoncée plus haut. Toutes les particules fluides sont dès lors soumises aux mêmes efforts extérieurs quelle que soit leur position. Les effets que pourraient avoir le voisinage des aubes sont donc négligés. Ceux-ci ont une répercussion sur l’écoulement, et leurs conséquences sont discutées dans le paragraphe 4.11.9. Le bilan de moment de quantité de mouvement s’écrit dans notre cas :

$$\int_S \overrightarrow{OM} \wedge \rho \overrightarrow{W} (\overrightarrow{W} \cdot \overrightarrow{n}) dS = \int_S \overrightarrow{OM} \wedge \overline{\sigma} \overrightarrow{n} dS + \int_D \overrightarrow{OM} \wedge \rho \overrightarrow{f}_v dv + \overline{\mathcal{M}}(\mathbf{F}_e) + \overline{\mathcal{M}}(\mathbf{F}_c) \tag{4.11}$$

Ce bilan est appliqué sur le volume de contrôle proposé sur la figure 4.42 défini par la région de passage des particules entre deux aubes consécutives. L’entrée et la sortie du domaine sont caractérisées respectivement par des indices 1 et 2 ayant des normales unitaires sortantes \overrightarrow{n}_1 et \overrightarrow{n}_2 purement radiales, la paroi étant identifiée par l’indice p . Le premier terme de l’expression (4.11) représente le moment du débit de quantité de mouvement, alors que les termes du membre de droite sont respectivement les moments des efforts surfaciques, des efforts volumiques, et des efforts massiques d’inertie d’entraînement et de Coriolis définis par les expressions suivantes :

$$\overline{\mathcal{M}}(\mathbf{F}_e) = - \int_D \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{\gamma}_e dm = - \int_D \overrightarrow{r} \wedge [\overrightarrow{\omega} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{r})] dm \tag{4.12}$$

$$\overline{\mathcal{M}}(\mathbf{F}_c) = - \int_D \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{\gamma}_c dm = -2 \int_D \overrightarrow{r} \wedge [\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{W}] dm \tag{4.13}$$

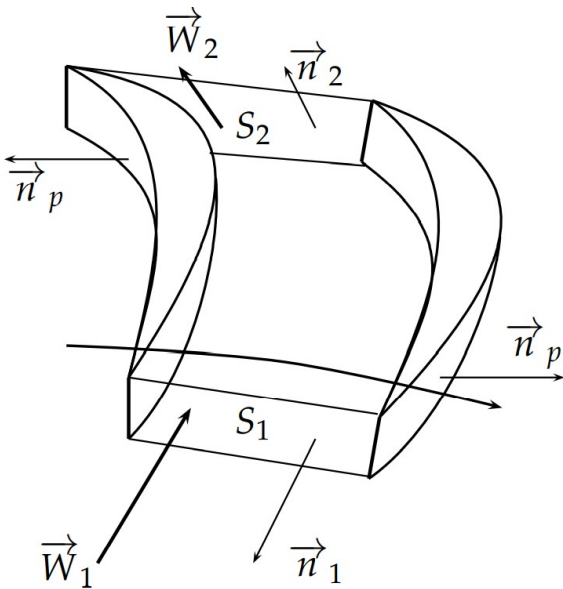


FIGURE 4.42 : Domaine de contrôle.

Le premier terme du membre de droite de la relation (4.11) contient le couple total exercé par les parois sur le fluide. En effet, si on le développe, nous obtenons l’expression :

$$\int_S \overrightarrow{OM} \wedge \overline{\sigma} \overrightarrow{n} dS = \int_{S_1} \overrightarrow{r} \wedge (-p \overrightarrow{n}_1) dS + \int_{S_p} \overrightarrow{r} \wedge (-p \overrightarrow{n}_p) dS + \int_{S_2} \overrightarrow{r} \wedge (-p \overrightarrow{n}_2) dS \tag{4.14}$$

avec les termes placés aux extrémités du membre de gauche nuls car \vec{r} colinéaires à \vec{n}_1 et \vec{n}_2 . Le moment du débit de quantité de mouvement de la relation (4.11) s'écrit, en tenant compte des notations de la figure 4.42 :

$$\int_S \overrightarrow{OM} \wedge \rho \overrightarrow{W} (\overrightarrow{W} \cdot \vec{n}) dS = \int_{S_1} \vec{r} \wedge \rho \overrightarrow{W}_1 (\overrightarrow{W}_1 \cdot \vec{n}_1) dS + \int_{S_2} \vec{r} \wedge \rho \overrightarrow{W}_2 (\overrightarrow{W}_2 \cdot \vec{n}_2) dS \\ + \int_{S_p} \vec{r} \wedge \rho \overrightarrow{W}_p (\overrightarrow{W}_p \cdot \vec{n}_p) dS$$

L'intégrale en paroi devient nulle car la vitesse est tangente à cette paroi. Les deux autres termes font apparaître la composante $\vec{r} \wedge \overrightarrow{W}_i = r_i W_{ui} \vec{z}$ constante sur les surfaces d'intégration S_1 et S_2 . On fait apparaître d'autre part le débit massique "dans le sens de l'écoulement" et défini par la relation suivante :

$$Q_m = \int_S \rho \overrightarrow{W} \cdot \vec{N} dS$$

où $\vec{N}_1 = -\vec{n}_1$ et $\vec{N}_2 = \vec{n}_2$. Le moment du débit de quantité de mouvement s'écrit donc :

$$\int_S \overrightarrow{OM} \wedge \rho \overrightarrow{W} (\overrightarrow{W} \cdot \vec{n}) dS = Q_m (r_2 W_{u2} - r_1 W_{u1}) \vec{z}$$

Les moments des efforts d'inertie s'écrivent :

$$\overline{\mathcal{M}(\mathbf{F}_e)} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \overline{\mathcal{M}(\mathbf{F}_c)} = -2\omega \int_D r W_r \vec{z} dm$$

Notons d'autre part que $dm = \rho dV = \rho A(r) dr$, avec $A(r)$ la surface de révolution située à la distance radiale r de l'axe de rotation (W_r est normale à cette surface). L'expression du moment de quantité de mouvement projeté selon z s'écrit finalement :

$$C = Q_m (r_2 W_{u2} - r_1 W_{u1}) + 2\rho\omega \int_{r_1}^{r_2} A(r) r W_r dr$$

On remarque dans l'expression précédente le débit massique traversant la surface $A(r)$, $Q_m = \rho A(r) W_r$. Après quelques réarrangements, en utilisant entre autres la composition des vitesses tangentielles ($V_u = U + W_u$), le couple devient :

$$C = Q_m [r_2 V_{u2} - r_1 V_{u1}]$$

On peut maintenant introduire la puissance absorbée par l'arbre :

$$C\omega = Q_m [U_2 V_{u2} - U_1 V_{u1}] \\ = Q_m g H_E \text{ d'après le transfert de puissance.}$$

La charge d'Euler s'exprime donc par la relation :

$$H_E = \frac{U_2 V_{u2} - U_1 V_{u1}}{g} \quad (4.15)$$

Remarque sur la formulation de la charge d'Euler

Les parties précédentes ont formulé la charge d'Euler. On note en premier lieu que cette charge dépend du triangle des vitesses à travers des termes de transfert d'énergie uniquement. Il n'y a pas de composante méridienne liée uniquement au débit traversant la pompe. Ceci est cohérent avec la définition de la charge d'Euler. D'autre part, le fluide entre généralement dans la partie mobile radialement et sans pré-rotation. De ce fait, la vitesse du fluide ne possède pas à l'entrée des aubes de composante orthoradiale (i.e. $V_{u1} = 0$). La charge d'Euler est donc simplifiée à l'expression suivante :

$$H_E = \frac{U_2 V_{u2}}{g}$$

La charge d'Euler est fonction de la forme des aubes, et finalement, ces dernières sont adaptées à un point de fonctionnement correspondant à un rendement maximum. En dehors de ce point, il y a décollement, voire des recirculations qui font chuter le rendement.



L'accroissement de pression est utilisable immédiatement. Il n'en est pas de même pour l'augmentation d'énergie cinétique. Celle-ci sera transformée en énergie de pression par le diffuseur. D'autre part, l'expression de la charge d'Euler ne fait apparaître que des termes de vitesse projetés dans la direction de la vitesse d'entraînement. Il n'y a donc que des termes de transfert d'énergie, nécessaire à une augmentation de la charge de l'écoulement.

4.11.5 Courbe caractéristique idéale

Nous allons étudier l'évolution de la charge fournie par la roue, et donc à partir du triangle des vitesses seul, en fonction du débit. Lorsque le débit varie, la direction de la vitesse relative W_2 n'est pas modifiée car d'après les hypothèses énoncées plus haut celle-ci est liée à l'inclinaison locale des aubes. Par contre, sa norme est changée et sa projection est alors dépendant du débit : $W_{u2} = kQ$. La charge d'Euler peut s'écrire :

$$gH_E = U_2 V_{u2} = U_2(U_2 - W_{u2}) = U_2^2 - U_2 kQ \quad (4.16)$$

Pour une inclinaison d'aubes donnée et à vitesse de rotation fixée, il apparaît que la charge d'Euler est une fonction linéaire décroissante du débit. La comparaison avec l'expérience fait apparaître des différences (Fig. 4.43) dont l'origine est connue. Dans la zone 1, des phénomènes de recirculation dans la pompe dégradent son rendement, et des pertes hydrauliques existent dans la zone 3.

4.11.6 Influence de la vitesse de rotation sur la caractéristique de la pompe

Utilisons la relation (4.16) pour travailler autour des similitudes de pompes. En effet, dès lors que nous connaissons la courbe caractéristique d'une pompe pour une

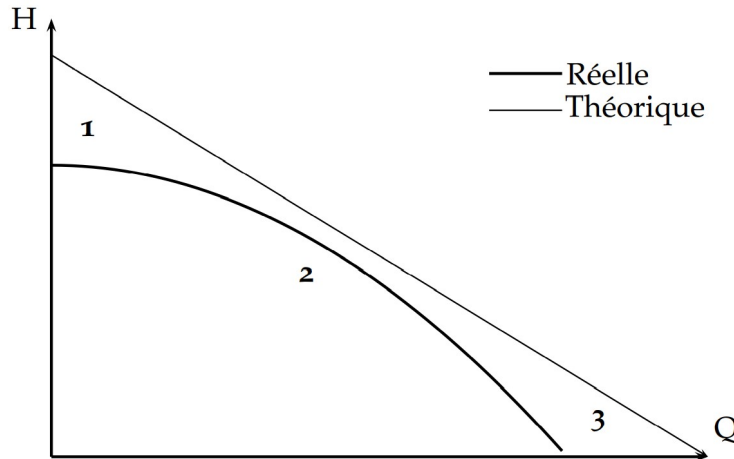


FIGURE 4.43 : Courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge.

vitesse de rotation donnée (ω), il peut être intéressant de connaître celle-ci pour une autre vitesse de rotation (ω'). La vitesse d'entraînement s'écrit $U_2 = r_2\omega$, d'où :

$$gH_E = A\omega^2 + BQ\omega \quad \text{ou} \quad gH_E/\omega^2 = \left[A + \frac{BQ}{\omega} \right] \quad (4.17)$$

où A et B ne dépendent que des données de construction de la machine. Cette expression permet ainsi d'estimer à partir d'une courbe caractéristique connue à la vitesse de rotation ω , la courbe caractéristique correspondant à la vitesse de rotation ω' .

Le débit étant linéaire avec la vitesse de rotation (i.e. $Q/\omega = \text{Cste}$), la relation (4.17) permet d'écrire $H_E/\omega^2 = \text{Cste}$. D'autre part, la puissance hydraulique correspond au produit du débit volumique par la pression, $\mathcal{P} = \rho gHQ$, d'où $\mathcal{P}/\omega^3 = \text{Cste}$. Finalement les relations de débits, de hauteurs, et de puissances pour deux vitesses de rotation s'écrivent :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\omega'}{\omega} \quad \frac{H'_E}{H_E} = \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2 \quad \frac{\mathcal{P}'}{\mathcal{P}} = \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^3$$

Ainsi nous retrouvons les lois de similitude abordées dans la section 4.7.

4.11.7 Influence du profil d'aubes sur la charge d'Euler

Nous avons vu précédemment que la charge d'Euler est directement liée au triangle des vitesses, $gH_E = U_2V_{u_2}$. L'orientation des trajectoires des particules-fluides dépendant fortement de l'inclinaison des aubes, le but de ce paragraphe est de relier plus précisément ces deux paramètres (H_E et β_2). D'après les simplifications précédentes, pour des aubes identiques (avec une inclinaison identique), tous les filets reçoivent la même énergie H_E . D'après le triangle des vitesses, nous avons :

$$U_2 = r_2\omega \quad V_{u_2} = U_2 + W_2 \cos \beta_2 \quad V_{r_2} = W_2 \sin \beta_2$$

d'où $V_{u_2} = U_2 + V_{r_2}/\tan \beta_2$. V_r étant la composante débitante de la vitesse, on a alors $Q = V_{r_2}S_2$, et ainsi $gH_E = U_2(U_2 + Q/(S_2 \tan \beta_2))$. L'évolution de la charge d'Euler avec le débit dépend donc du signe de la fonction tangente, sachant que l'angle est

compris dans l'intervalle angulaire $[0, \pi]$. La figure 4.44 représente les deux cas pour lesquels l'angle β est obtu ou aigu. Pour les angles situés dans l'intervalle $[0, \pi/2[$, la fonction tangente est positive, alors que dans l'intervalle $] \pi/2, \pi]$ elle est négative. De ce fait, dans le premier cas, la charge augmente avec le débit, alors qu'elle est décroissante dans le deuxième cas (Fig. 4.45). On notera d'ailleurs que la figure 4.45 représente la charge d'Euler et ne tient pas compte de la volute qui est généralement adaptée à un angle d'inclinaison obtu. Un sens de rotation désadapté entraîne alors une mauvaise circulation du fluide générant de fortes pertes de charge, diminuant de façon catastrophique le rendement. D'autre part, pour des raisons non développées ici, il est préférable d'utiliser des courbes de pompes décroissantes plus stables que celles ayant des courbes de pompes croissantes. Pour toutes ces raisons, les pompes ayant des aubes incurvées vers l'arrière sont généralement préférées.

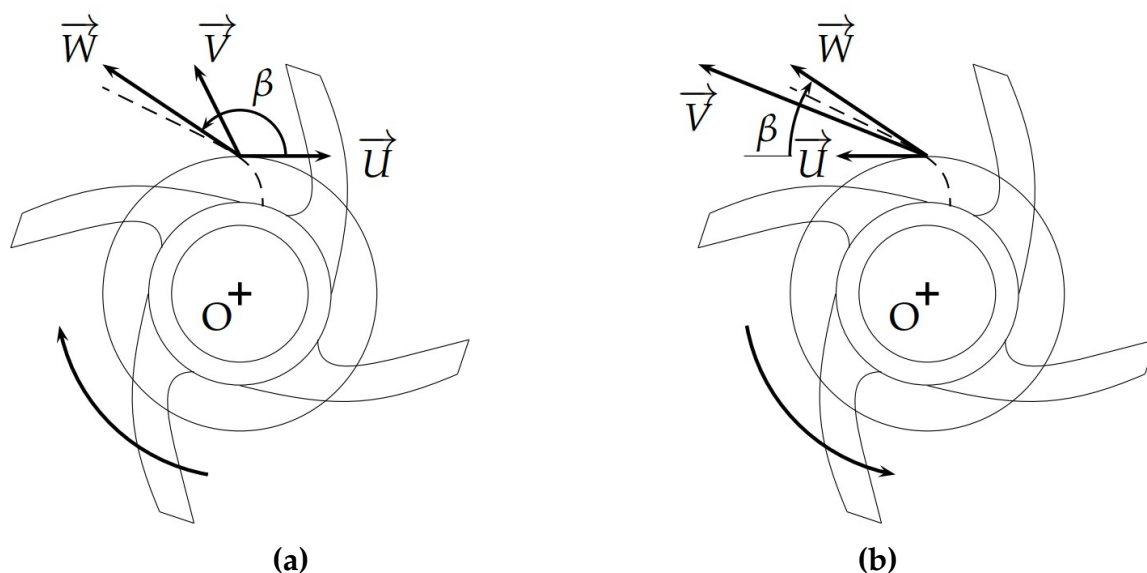


FIGURE 4.44 : Influence du sens de rotation sur le triangle des vitesses : a, β est obtu ; b, β est aigu. Dans les deux cas, la vitesses d'entraînement est orthoradiale et est orientée dans le sens de rotation des aubes, le vecteur relatif est tangente à la trajectoire relative (en pointillé sur la figure). La vitesse absolue est ensuite obtenue par composition des deux vecteurs précédents.

4.11.8 Facteur de glissement

Même dans un cas idéal d'écoulement, *i.e.* sans dissipation énergétique, la direction de l'écoulement en sortie d'aubes ne serait pas alignée avec celle des aubes. Ceci serait le cas si le rotor était constitué d'un nombre infini d'aubes d'épaisseur nulle permettant alors de guider parfaitement l'écoulement. Le nombre d'aubes étant fini dans les pompes réelles, l'écoulement a tendance à glisser vers l'arrière comparative-ment à la direction des aubes (Fig. 4.46). L'angle que fait l'écoulement est donc plus grand que celui caractérisant les aubes, ces deux quantités seront notées respectivement β_2 et β'_2 . Cette inclinaison plus élevée entraîne une diminution de la composante

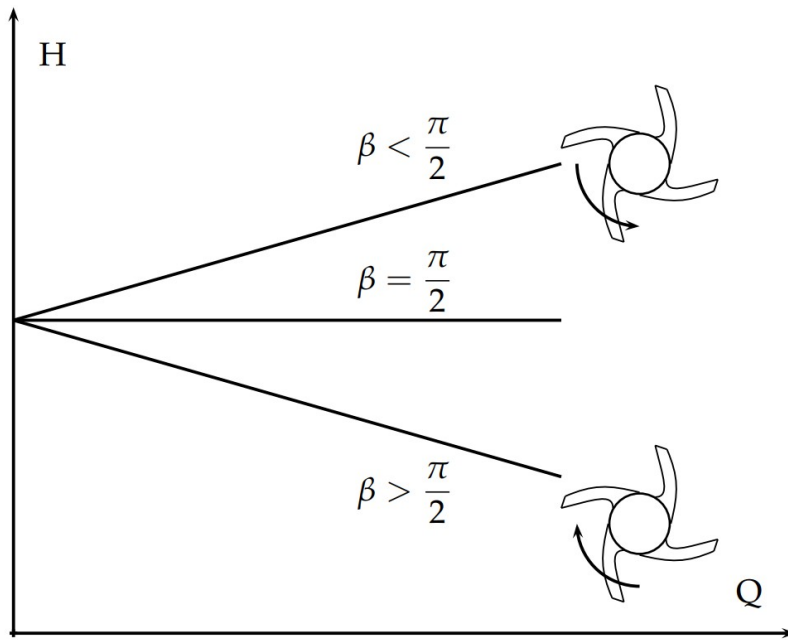


FIGURE 4.45 : Effet de l'inclinaison des aubes sur la charge d'Euler.

orthoradiale de la vitesse absolue d'aubes, V_{u_2} , comparativement à celle qui serait observée si l'écoulement était parfaitement guidé, V'_{u_2} (Fig. 4.47). Ainsi, le glissement a pour conséquence une charge d'Euler, $gH_E = U_2 V_{u_2}$, diminuée par rapport à celle observée, encore une fois, si l'écoulement était parfaitement guidé, $gH_E = U_2 V'_{u_2}$.

Ce phénomène est quantifié par le facteur de glissement, proposé par Stodola [80] en 1927 :

$$\sigma = \frac{V_{u_2}}{V'_{u_2}} \quad (4.18)$$

évoluant entre 0 et 1, les valeurs numériques étant généralement proches de 0,8–0,9. Le facteur de glissement représente donc la qualité du transfert d'énergie entre les aubes et l'écoulement. Il représente un critère important à considérer lors de la conception interne d'une pompe. Plusieurs modèles ont été proposés permettant d'approcher au mieux la valeur numérique du facteur de glissement. Stodola [80] propose en 1927 la formulation suivante :

$$\sigma = 1 - \frac{\pi \cos\beta'_2}{Z(1 - \phi_2 \tan\beta'_2)} \quad (4.19)$$

avec $\phi_2 = V_{r_2}/U_2$. Wiesner [94] a rassemblé l'ensemble des modèles connus en 1967 et a proposé la formulation du facteur de glissement suivante :

$$\sigma = 1 - \frac{\sqrt{\cos\beta'_2 / Z^{0,7}}}{(1 - \phi_2 \tan\beta'_2)} \quad (4.20)$$

avec Z le nombre d'aubes. Cette formulation est utilisable lorsque la relation suivante est observée :

$$\left(\frac{D_1}{D_2}\right) < \exp\left(\frac{-8,16 \times \cos\beta'_2}{Z}\right) \quad (4.21)$$

Lorsque ceci n'est pas observé, l'auteur propose une correction à apporter à cette formulation. D'après l'auteur, la formulation (4.20) prévoit des valeurs de facteur de

glissement proches de celles prévues par les autres modèles et a l'avantage d'être simple d'utilisation. Néanmoins le modèle de Wiesner n'évalue pas correctement le facteur de glissement pour toutes les géométries de rotor [71]. Une autre formulation [72] très utilisée est la suivante :

$$\sigma = \frac{1}{1 + \frac{K_m}{Z} \frac{1 + \cos\beta'_2}{1 - (D_1/D_2)^2}} \quad (4.22)$$

avec $K_m = 0,02 \times N_s + 0,94$ où N_s est la vitesse spécifique de la pompe (Cf. section 4.6).

Cependant les modèles les plus anciens ne sont fonction que de paramètres géométriques (*i.e.* β'_2 , Z , D_1/D_2 , etc.) et aucunement de paramètres liés à l'écoulement (par exemple le coefficient ϕ_2 comme cela est le cas dans le modèle de Wiesner). De ce fait ces modèles peuvent être inadaptés sur des points de fonctionnement à rendement plus faible (*i.e.* *off-design*). Qiu *et al.* [71] propose en 2011 alors une nouvelle formulation du facteur de glissement pouvant être utilisée lorsque le rendement n'est pas maximal et pour lequel les écoulements dans le rotor n'est pas bien conditionné. Ce facteur s'écrit de façon général :

$$\sigma = 1 - \sigma_{\text{rad.}} - \sigma_{\text{turn.}} - \sigma_{\text{passage}}$$

où $\sigma_{\text{rad.}}$ représente les effets de la rotation, $\sigma_{\text{turn.}}$ représente les effets de l'inclinaison des aubes et σ_{passage} représente la variation de la surface de passage. Le deuxième terme semble être prépondérant dans les écoulements *off-design*. Dans son étude, Qiu teste son modèle sur 90 rotors de formes différentes avec 1650 débits différents. Ce modèle semble évaluer des valeurs numériques du facteur de glissement très proches de celles mesurées, ceci pour des pompes de rotor de type très différent. Il est à noter cependant que ce modèle nécessite des valeurs numériques de paramètres parfois difficiles à évaluer. Ceci est le cas par exemple pour la variation radiale de l'angle d'inclinaison, *i.e.* $d\beta/dm$ avec m la distance méridienne, alors que ce paramètre semble être prépondérant dans une bonne évaluation du facteur de glissement.

Une fois le facteur de glissement estimé, on peut alors s'intéresser à la charge réelle délivrée par le rotor, H_m , différente de celle prévue par la théorie d'Euler, H_E . La première est plus faible que cette dernière, on peut définir un rendement hydraulique, η_h , caractérisant les dissipations énergétiques présentes dans le rotor uniquement :

$$\eta_h = \frac{H_m}{H_E} = \frac{gH_m}{U_2 V_{u_2}} \quad (4.23)$$

En utilisant le triangle des vitesses, il vient :

$$H_m = \frac{\eta_h \sigma U_2^2}{g} \times \left(1 + \frac{\phi_2}{\tan \beta'_2} \right)$$

Ainsi, d'après cette formulation, dès lors que le rendement hydraulique est connu et que le facteur de glissement est évalué à l'aide de la formulation (4.20), il est possible de prévoir la charge réelle délivrée par le rotor à l'écoulement.

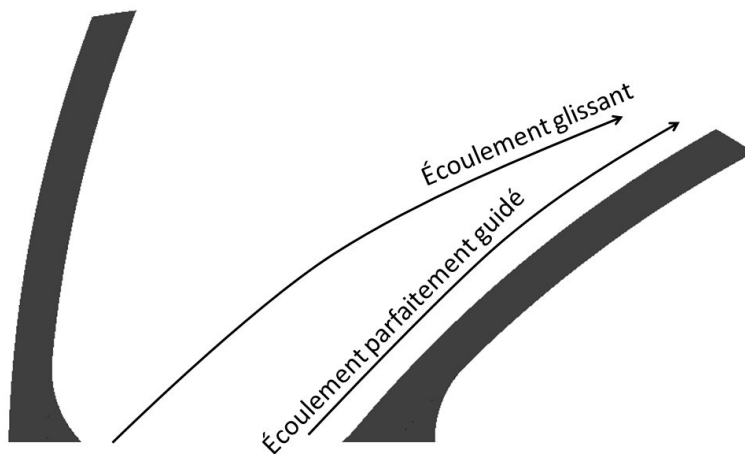


FIGURE 4.46 : Influence du phénomène de glissement sur l'écoulement.

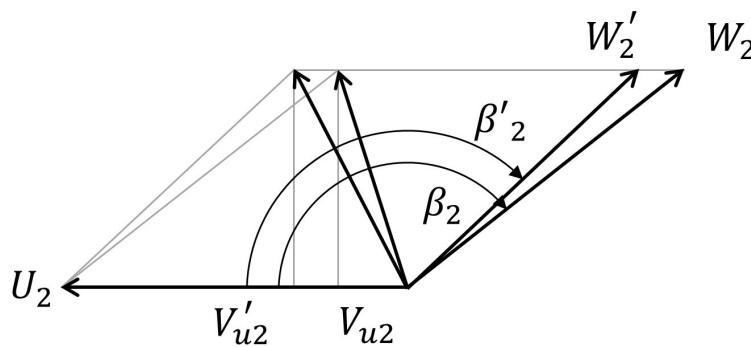


FIGURE 4.47 : Influence du phénomène de glissement sur le triangle des vitesses.

4.11.9 Remarques sur l'écoulement réel

La charge d'Euler a été établie à partir de plusieurs hypothèses, et entre autres que l'écoulement est parfaitement guidé. L'écoulement peut alors être traité comme un bloc entre deux aubes consécutives. En réalité, il n'en est rien, car il existe plusieurs effets. (1) Des effets d'extrados et d'intrados conduisent à une surpression le long de l'extrados et une dépression le long de l'intrados. De ce fait, le fluide ne subit pas les mêmes effets qu'il soit proche d'un côté ou de l'autre de l'aube en mouvement, et l'écoulement ne peut plus être considéré comme un bloc. (2) L'effet de viscosité entraîne l'apparition d'une couche limite. Celle-ci affecte essentiellement la charge délivrée par la pompe. (3) De façon générale la couche limite de l'intrados décolle dans une région proche du bord d'attaque de l'aube et forme ainsi plus en aval une région de sillage. Ce phénomène a été observé la première fois par Fisher et Thoma [42] constatant qu'il apparaissait même sur des profils d'aubes optimisés. L'écoulement entre deux aubes est alors composé d'un écoulement à plus faible vitesse près de l'intrados et nécessairement un écoulement plus rapide près de l'extrados appelé *jet* (Fig. 4.48).

4.12 Analyse d'une pompe axiale

Les pompes axiales, aussi appelées pompes à hélices, sont des turbopompes dont l'organe mobile est un propulseur à pales en forme d'ailes portantes (Figure 4.49). Elles ont un domaine d'utilisation différent de celui des pompes centrifuges et sont

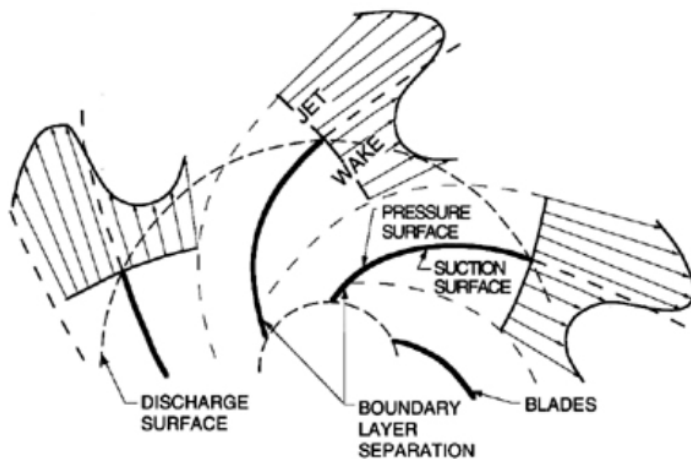


FIGURE 4.48 : Schéma de l'écoulement entre deux aubes composé d'un sillage et d'un jet (d'après Brennen [23]).

caractérisées par une vitesse spécifique élevée (*i.e.* $N_S > 200$ ou $\omega_S > 4$). En effet, elles sont principalement utilisées dans le cadre de forts débits (10^3 à 10^5 m³/h) pour des faibles hauteurs manométriques ($H_m \sim 10$ m). Cette plage des débits est aussi couverte par les pompes centrifuges, mais la hauteur manométrique associée est 10 voire 100 fois plus élevée. Nous supposons par ailleurs que les vitesses à l'entrée à la pompe sont exemptes de toute composante giratoire. Les pompes axiales ont un certain nombre d'avantages [83] : (i) des dimensions transversales réduites par rapport aux pompes centrifuges, (ii) une modification possible et lors de l'utilisation de l'inclinaison des aubes. Par contre l'élévation en hauteur reste faible (comme cela a été dit plus haut) et une courbe de rendement très ascendante lorsqu'on s'éloigne du point de meilleur rendement.

4.12.1 Constitution

Une pompe axiale est composée d'un convergent d'entrée, d'une roue à aubes mobile, d'un redresseur et d'un diffuseur axial. Le convergent permet d'uniformiser les vitesses moyennes à l'entrée tout en diminuant le taux de turbulence. Le redresseur est principalement destiné à ramener les filets fluides suivant l'axe de la pompe en permettant une récupération et une transformation partielle en pression de l'énergie cinétique. Différentes coupes sont dessinées sur les figures 4.50 et 4.51.

Nous supposons dans notre cas que les particules de fluide entrant dans la partie mobile de la pompe axiale conserveront leur distance radiale à l'axe de rotation. Ainsi la composante radiale de la vitesse de ces particules est nulle. Il s'agit là de l'hypothèse d'écoulement en *équilibre radial* traduisant l'équilibre entre les efforts centrifuges et les efforts de pression. La composante radiale pourrait néanmoins être non-nulle dans le cas de faibles débits pour lesquels un phénomène de recirculation existe.

L'écoulement généré par les aubes mobiles fait apparaître une vitesse d'entraînement (\vec{U}), et une vitesse relative (\vec{W}), toutes deux reliées par la composition des vitesses (relation 4.10).

Comme nous l'avons vu précédemment, il est très utile de décomposer la vitesse d'une particule fluide en une composante débitante ou axiale (V_a), et une composante

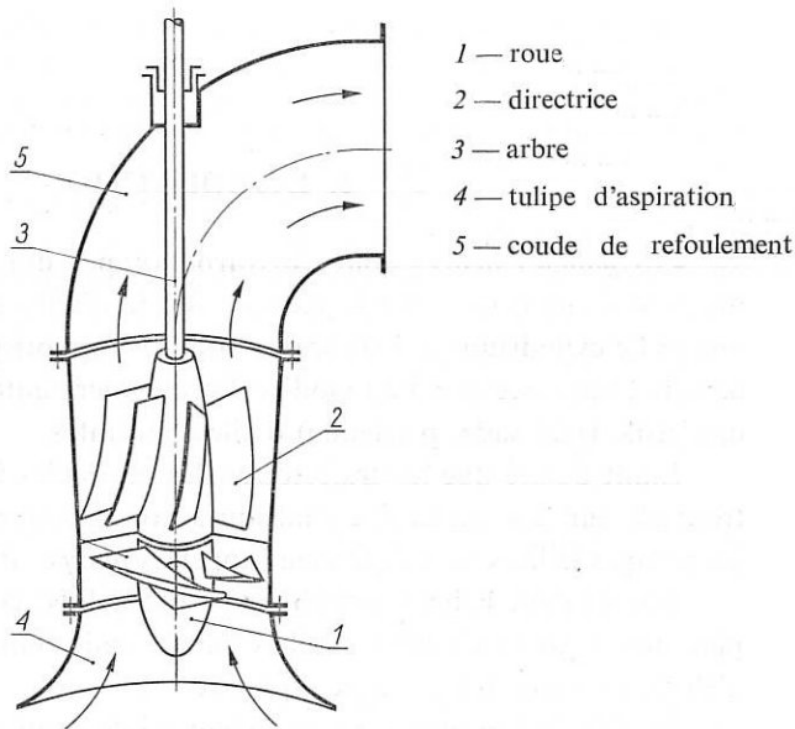


FIGURE 4.49 : Schéma d'une pompe axiale (d'après Troskolanski [83]).

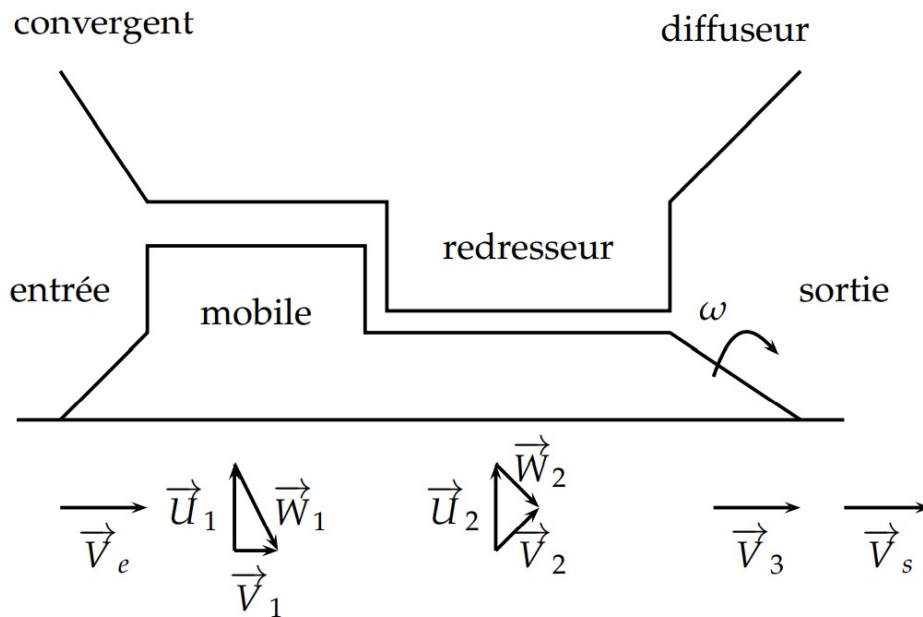


FIGURE 4.50 : Composants d'une pompe axiale - évolution des vitesses.

tangentielle (V_u) :

$$\begin{cases} V_a = V \sin \alpha = W \sin \beta & : \text{Composante débitante;} \\ V_u = V \cos \alpha = U + W \cos \beta & : \text{Composante de transfert d'énergie.} \end{cases}$$

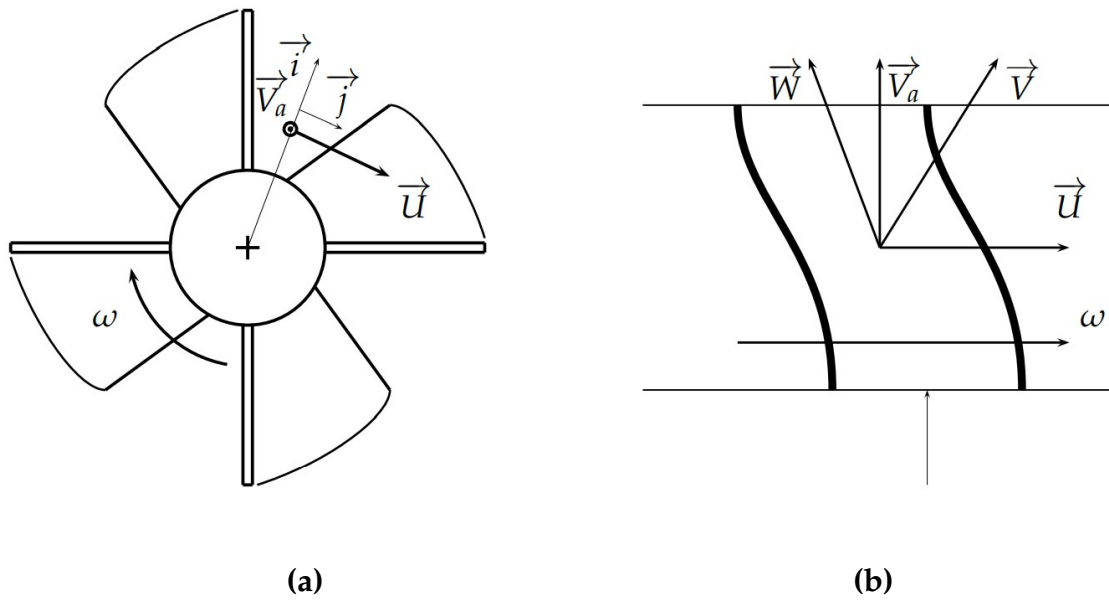


FIGURE 4.51 : Vues frontale (a) et de dessus (b) des aubes mobiles d'une pompe axiale - définition des vitesses.

4.12.2 Invariance de la vitesse axiale

Contrairement aux pompes centrifuges pour lesquelles nous avons traité l'écoulement en bloc dans le canal que représente les aubes, les filets de fluide des pompes axiales possèdent des vitesses d'entraînement différentes selon leur distance radiale, $U = r\omega$. De ce fait l'énergie apportée par la paroi dépend *a priori* de la distance radiale. Afin d'impliquer les particules fluides recevant la même quantité d'énergie, nous traiterons alors un filet de fluide traversant un cylindre (élémentaire) de rayon r et d'épaisseur dr , et conservant la même épaisseur. Comme précédemment les indices 1 et 2 indiquent respectivement l'entrée et la sortie du domaine élémentaire.

Le débit élémentaire, exprimé par la relation $dQ = V_a dS = 2\pi V_a r dr$ est conservé entre l'entrée et la sortie de la roue :

$$dQ_1 = dQ_2 \quad \rightarrow \quad 2\pi V_{a1} r dr = 2\pi V_{a2} r dr \quad \rightarrow \quad V_{a1} = V_{a2}$$

La conservation du débit met en évidence le fait que **la vitesse axiale est un invariant**. Si le fluide à l'entrée n'est pas animé de pré-rotation, l'évolution du triangle des vitesses est alors donné par la figure 4.52.

On note bien le fait que la vitesse axiale reste constante, ainsi que la vitesse d'entraînement (si on demeure sur le cylindre de rayon constant). On remarque d'autre part que les variations des projections sur \vec{u} des vitesses absolues et relatives entre la sortie et l'entrée sont égales,

$$\Delta V_u = \Delta W_u. \tag{4.24}$$

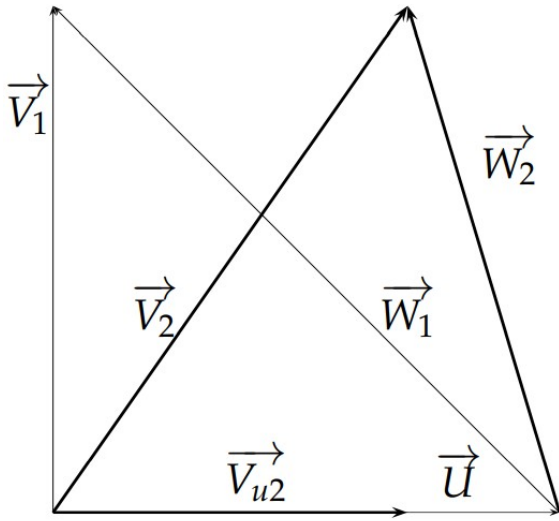


FIGURE 4.52 : Évolution des vitesses le long de la roue mobile.

4.12.3 Détermination de la charge d'Euler

Nous allons déterminer dans cette partie l'expression de la charge d'Euler à partir de l'application du bilan du moment de quantité de mouvement. Il faut en premier lieu définir le domaine de contrôle. Ce dernier doit être construit de telle sorte que toutes les particules-fluides entrant dans ce domaine reçoivent la même charge de la part des aubes. La vitesse tangentielle dépendant de la distance radiale, la charge reçue par une particule-fluide entrant avec une distance radiale r est *a priori* plus faible que celle d'une particule-fluide entrant à une distance radiale r' telle que $r' > r$. Ainsi pour isoler la contribution de la vitesse tangentielle, le domaine de contrôle est un cylindre de rayon interne r , d'épaisseur dr , et de longueur identique à celle des aubes. Toutes les particules-fluides entrant dans le volume de contrôle ainsi défini recevront la même quantité de charge par les aubes mobiles. La conséquence est l'application d'un bilan *élémentaire* et non plus *global* comme cela était le cas pour la pompe centrifuge. Ce bilan est obtenu en ôtant les intégrales de la relation (1.15) :

$$\overline{OM} \wedge \rho \overline{W} (\overline{W} \cdot \overline{n}) dS = \overline{OM} \wedge \rho f dV + \overline{OM} \wedge \overline{\sigma} \cdot \overline{n} dS + \overline{dM}(F_e) + \overline{dM}(F_c)$$

Comme plus haut les efforts de pesanteur seront négligés. L'expression précédente devient après développement⁵ :

$$\begin{aligned} \vec{r} \wedge \rho \vec{W}_1 (\vec{W}_1 \cdot \vec{n}_1) dS_1 + \vec{r} \wedge \rho \vec{W}_2 (\vec{W}_2 \cdot \vec{n}_2) dS_2 + \vec{r} \wedge \rho \vec{W}_p (\vec{W}_p \cdot \vec{n}_p) dS_p \\ = \vec{r} \wedge (-p_1 \vec{n}_1) dS_1 + \vec{r} \wedge (-p_2 \vec{n}_2) dS_2 \\ + \vec{r} \wedge (-p \vec{n}_p) dS_1 - \vec{r} \wedge \vec{\gamma}_c dm \\ - \vec{r} \wedge \vec{\gamma}_c dm \end{aligned} \quad (4.25)$$

L'hypothèse d'un fluide parfait ayant été posée, le fluide glisse le long des parois sans adhérence avec un vecteur-vitesse perpendiculaire à la normale locale. Le troisième

5. On remarque dans cette expression l'absence des contributions des surfaces de normales extérieures purement radiale. Ces contributions étant nulles, on a choisi ici de les ignorer.

terme du membre de gauche est donc nul. On introduit le débit élémentaire “dans le sens de l’écoulement”

$$dQ = \vec{W}_i \cdot \vec{N}_i dS_i$$

avec $\vec{N}_1 = -\vec{n}_1$ et $\vec{N}_2 = \vec{n}_2$. Les produits vectoriels impliquant les efforts d’inertie sont nuls. Enfin le troisième terme du membre de droite correspond au couple élémentaire exercé par les aubes sur le fluide dC et orienté selon \vec{z} . La relation (4.25) devient donc

$$\rho dQ \left(\vec{r} \wedge \vec{W}_2 - \vec{r} \wedge \vec{W}_1 \right) = -p_1 r \vec{j} dS_1 + p_2 r \vec{j} dS_2 + d\vec{C}$$

La projection de cette équation selon \vec{z} permet d’obtenir le couple élémentaire :

$$\begin{aligned} dC &= \rho dQ r (W_{u2} - W_{u1}) \\ &= \rho dQ r (V_{u2} - V_{u1}) \quad \text{d’après la relation (4.24)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dC\omega &= \rho dQ U V_{u2} && \text{si on considère une vitesse d’entrée purement axiale;} \\ &= \rho g dQ H_E && \text{d’après la définition de la puissance utile élémentaire.} \end{aligned}$$

Soit

$$H_E = \frac{U V_{u2}}{g} \tag{4.26}$$

la charge théorique délivrée (i.e., la charge d’Euler) à un filet de fluide situé à une distance r de l’axe de rotation. On retrouve une expression similaire à celle obtenue dans le cas des pompes centrifuges. Ceci est logique car les deux types de pompes font parti de la même famille des pompes rotodynamiques. Il n’est pas souhaitable cependant que la charge délivrée par les aubes dépende de la distance radiale. En effet les gradients de pression dans la direction radiale seraient à l’origine d’une déformation des lignes de courant et donc de pertes hydrauliques. Pour éviter cela, la charge doit être identique quelle que soit la distance radiale du filet de fluide. Il faut donc $V_{u2} = K/r$, étant donné le fait que $U = r\omega$. Les aubes sont dessinées la plupart du temps pour satisfaire cette condition.

4.12.4 Détermination de la charge réelle

Comme dans le cas des pompes centrifuges, l’utilisation d’un nombre fini d’aubes entraîne un glissement de l’écoulement à l’origine d’une charge manométrique réelle plus faible que celle prévue par la théorie (i.e. la charge d’Euler). Il est alors possible d’appliquer une correction à la théorie, celle-ci étant appelée généralement *angle de déviation* dans le cas des pompes axiales (le terme *facteur de glissement* étant plutôt utilisé pour les pompes centrifuges). Carter [26] propose une formulation capable d’évaluer cette déviation. Il est à noter que les approches sont différentes entre le facteur de glissement et l’angle de déviation et qu’elles impliquent des quantités différentes. Par exemple la courbure des aubes est utilisée dans l’angle de déviation et n’apparaît pas dans les modèles de glissement.

4.13 Adaptation des conditions de fonctionnement

Une pompe est généralement choisie pour satisfaire un point de fonctionnement en limitant la consommation électrique. Il se peut néanmoins que cette demande évolue ou même que la courbe du réseau *in situ* ne soit pas correctement estimée, il existe alors plusieurs stratégies possibles pour pallier ces problèmes.

4.13.1 Modifications possibles

Nous présentons ici les démarches les plus communément utilisées pour la modification d'un point de fonctionnement. On note que le responsable de l'installation peut modifier à la fois le réseau mais aussi la pompe.

Vannage sur la canalisation de refoulement

Il est possible de déplacer le point de fonctionnement à partir d'une modification de l'état d'une vanne placée dans la conduite de refoulement. Il s'agit là de la méthode la plus simple et celle qui requiert l'investissement le plus faible. Toutefois cette méthode est la moins favorable du point de vue énergétique car l'énergie hydraulique est transformée de façon réversible en énergis thermique. Cette perte est acceptable si la plage de régulation reste faible. Si on souhaite par exemple diminuer le débit de fonctionnement Q_o à une valeur plus faible Q'_o , l'utilisateur devra alors fermer de façon plus importante la vanne dans le but de générer des pertes de charge supplémentaires ΔH pour obtenir le nouveau débit (Fig. 4.53.a). Notons tout de même que le vannage n'est qu'une solution provisoire car la pompe ne fonctionne plus à son meilleur rendement pour lequel elle a été choisie ce qui augmente la consommation électrique.

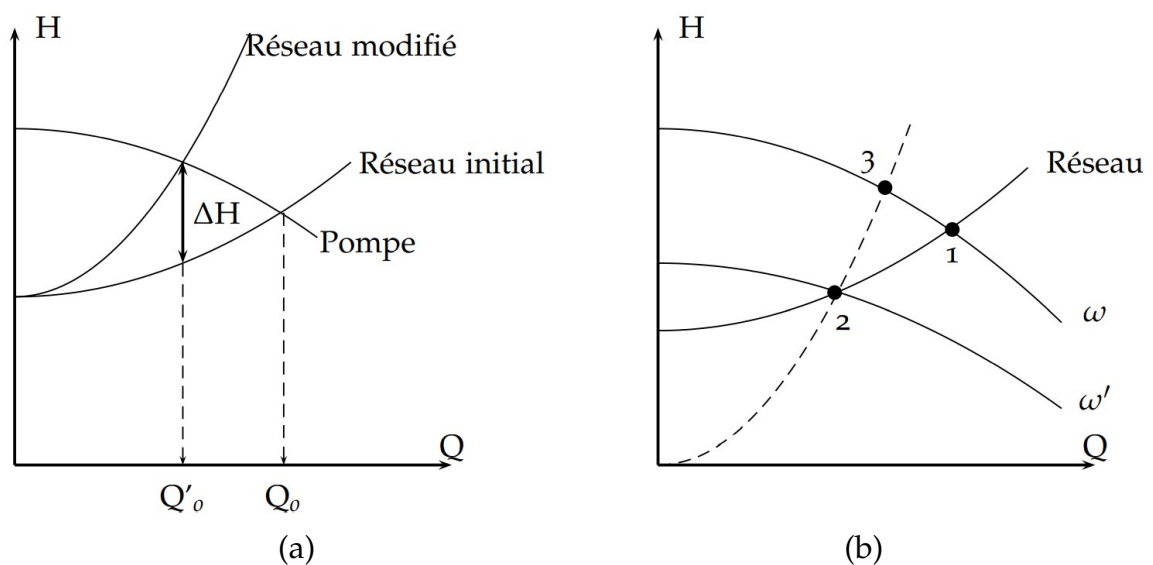


FIGURE 4.53 : Modification du point de fonctionnement à partir (a) d'un vannage sur la conduite de refoulement, (b) d'un changement de la vitesse de rotation de la pompe.

Variation de la vitesse de rotation de la pompe

Une autre méthode permettant de déplacer facilement le point de fonctionnement consiste à adapter la vitesse de rotation de la pompe. Pour cela, le moteur de la pompe doit être à courant continu alimenté à tension variable, ou asynchrone avec variateur de fréquence. Nous l'avons vu plus haut, le débit et la hauteur manométrique sont fonction de la vitesse de rotation, le débit répondant linéairement et la hauteur selon le carré de cette vitesse de rotation. L'obtention de la nouvelle vitesse de rotation n'est pas immédiate et nécessite le tracé d'une courbe intermédiaire. Considérons le cas schématisé sur la figure 4.53.b pour lequel le point de fonctionnement initial correspond au point 1, la pompe tournant dans ce cas à la vitesse de rotation ω . On souhaite ici adapter la vitesse de rotation de la pompe afin que le débit de fonctionnement soit plus faible et corresponde à celui du point 2. Pour ce débit, la charge du réseau vaut H_2 , la courbe caractéristique de la pompe, à la vitesse de rotation inférieure ω' , devra donc passer par ce point (Q_2, H_2) . Notons de suite que le point 2 n'est pas obtenu à partir du point 1 par application directe des lois de similitude (*i.e.* $Q/\omega = \text{Cste}$ et $H/\omega^2 = \text{Cste}$), mais à partir d'un autre point, ici le point 3, qu'il va falloir estimer. La prochaine étape consiste à déterminer les caractéristiques du point 3. Pour cela, nous allons tracer la courbe respectée par le point 2 lorsque la vitesse de rotation de la pompe évolue, comme cela avait été évoqué au paragraphe 4.7 (p. 83). D'après les relations de similitudes précédentes, le débit et la hauteur manométrique pour ce point-là sont reliées de la façon suivante :

$$\frac{H}{Q^2} = \text{Constante}$$

La constante peut être déterminée à partir du point 2, $\text{Constante} = H_2/Q_2^2$, et cette fonction parabolique tracée. L'intersection avec la courbe de la pompe à la vitesse ω permet l'estimation des caractéristiques du point 3 qui est donc relié au point 2 à partir des lois de similitude. Le rapport des débits Q_3/Q_2 est égal au rapport des vitesses de rotation ω/ω' , et la nouvelle vitesse de rotation peut donc être estimée.

Le rognage des aubes

Il est possible de modifier la courbe caractéristique de la pompe par diminution du diamètre des aubes abaissant ainsi la valeur de la vitesse orthoradiale en bout d'aube. Considérons le cas illustré sur la figure 4.54 pour lequel l'utilisation de la pompe et son diamètre initial D conduit à un point de fonctionnement 1. Le débit de fonctionnement étant trop important, le rognage des aubes, d'un diamètre D à un diamètre plus faible D' , abaisse la courbe caractéristique de la pompe entraînant un débit de fonctionnement plus faible.

L'opération de rognage est effectuée sous contrôle du constructeur et nécessite un rééquilibrage avant le remontage des pièces mobiles. Un rognage supérieur à 20% ne doit pas être dépassé car le rendement de la pompe serait très affecté. De toute façon, les constructeurs proposent généralement des courbes hauteur-débit obtenues à l'aide des diamètres minimum et maximum possibles du type de pompe.

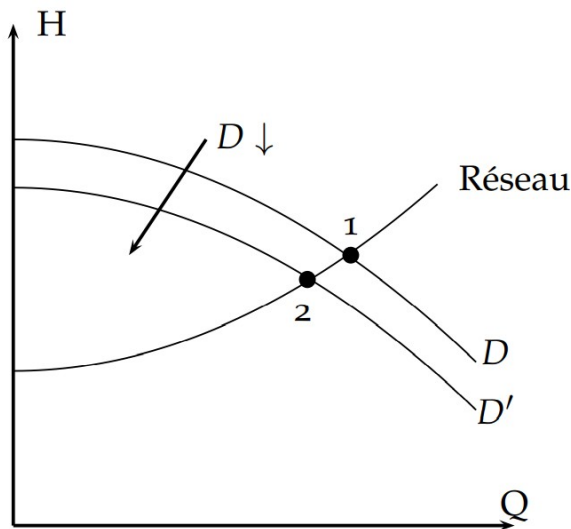


FIGURE 4.54 : Modification du point de fonctionnement à partir du rognage des aubes d'une pompe.

4.13.2 Adaptation du point de fonctionnement

Les modifications que l'on peut apporter au réseau et à la pompe ont été présentées. On se propose maintenant d'aborder les deux cas d'erreur de la courbe de réseau, la sous-estimation ou la surestimation. Ces deux cas sont représentés sur la figure 4.55. Les modifications à apporter ne seront pas identiques dans les deux cas.

Réseau sous-estimé

Ce cas n'est pas fréquent car les pertes de charge sont généralement surestimées dans le calcul. Ce problème provient généralement d'une hauteur géométrique ou des pertes de charge réelles supérieures à celles estimées. Ce dernier point peut être consécutif à un encrassement des conduites.

On observe alors sur place un débit plus faible que celui souhaité (Fig. 4.55.a). Une possibilité consiste alors à réduire les pertes de charge (1) si cela est possible. Si cette modification n'est pas possible, la vitesse de rotation peut être augmentée (2) pour déplacer le point de fonctionnement vers des débits plus élevés. Si aucune de ces modifications ne peut être apportée, le responsable de l'installation devra alors changer la pompe et adapter ainsi le diamètre des aubes.

Réseau surestimé

Ce cas est plus fréquent que le précédent, et est lié à une hauteur géométrique ou des pertes de charge réelles inférieures à celles estimées.

Le débit observé sur place est dans ce cas plus élevé que celui souhaité (Fig. 4.55.b). Il y a un risque de cavitation si la pompe est placée en aspiration. Les pertes de charge peuvent être augmentées (1) par l'utilisation d'une vanne ou d'un diaphragme. On peut d'autre part rogner les aubes ou diminuer la vitesse de rotation (2), ces deux opérations ayant le même effet à savoir une diminution de la charge fournie par la pompe. Le point de fonctionnement voit alors sa valeur de débit chuter.

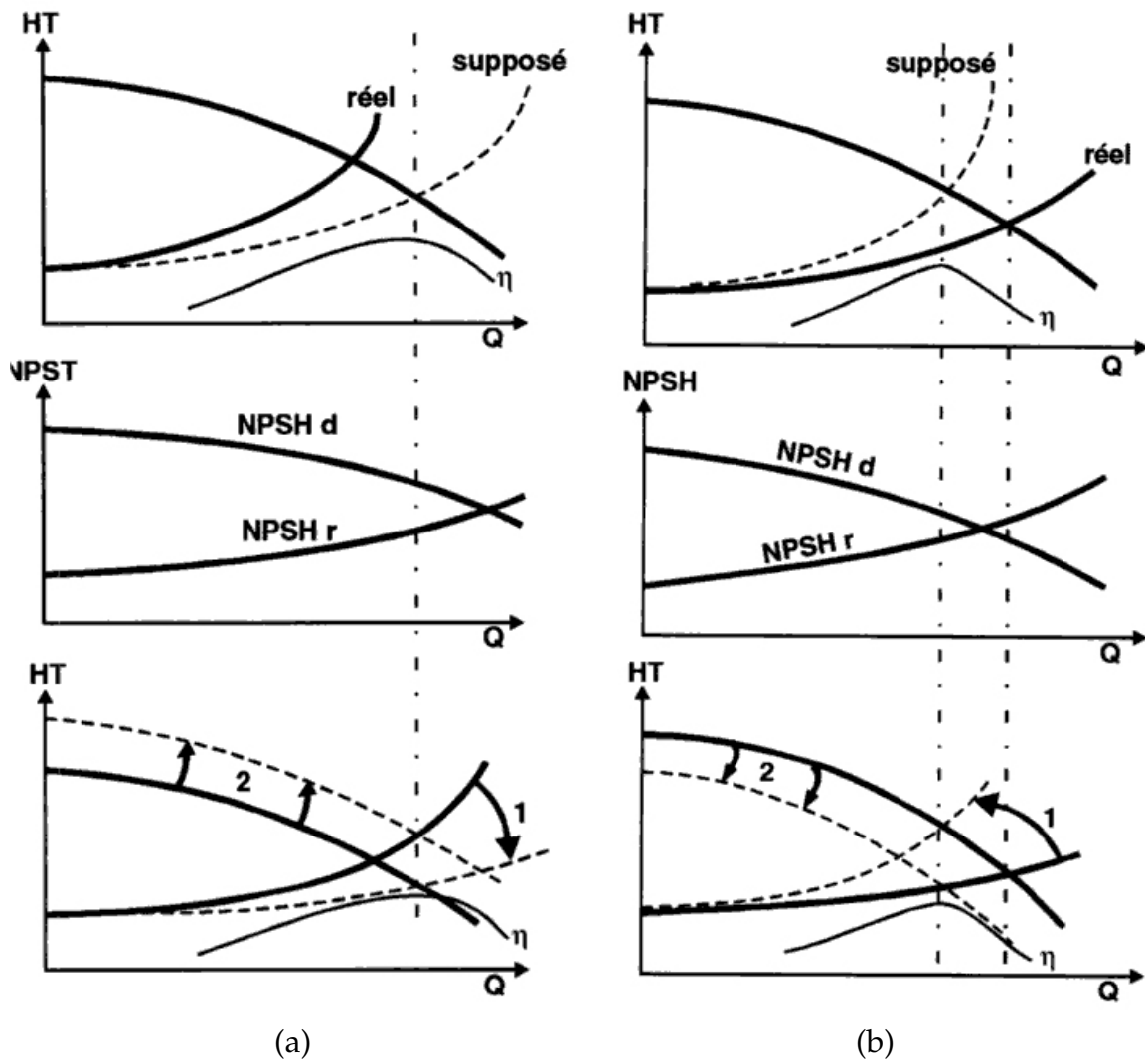


FIGURE 4.55 : Modification du point de fonctionnement lorsque le réseau est mal-dimensionné. a, réseau sous-estimé; b, réseau surestimé (illustrations d'après la référence [43]).

Analyse Dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle est fondée sur le principe fondamental très simple selon lequel une relation entre grandeurs physiques doit être dimensionnellement homogène, c'est à dire indépendante du système d'unités. Tout particulièrement en mécanique des fluides, l'analyse dimensionnelle est une étape importante car elle permet d'exprimer des lois entre plusieurs grandeurs physiques. Son utilité se fait sentir dès lors que l'on veut simplifier les termes d'une équation afin d'en alléger l'écriture. Elle permet aussi d'aboutir à une réduction du nombre de variables limitant ainsi l'étude paramétrique associée. Nous verrons d'autre part que l'analyse dimensionnelle guide l'ingénieur dans l'élaboration de tests sur maquettes en lui indiquant les produits adimensionnels à respecter.

5.1 Équations de Navier-Stokes sans dimension

Les équations de mouvement d'un écoulement incompressible s'écrivent :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$
$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

On considère le problème comme étant caractérisé par différents paramètres (*i*) une longueur L , (*ii*) une vitesse U , (*iii*) une accélération g , et (*iv*) une pression ρU^2 . La vitesse mentionnée ici peut par exemple correspondre à celle observée dans une

région très amont d'un obstacle à étudier. La longueur doit quant à elle caractériser cet obstacle (diamètre d'une conduite, longueur d'une plaque, etc.). Les variables de l'écoulement peuvent ainsi être exprimées à partir de ces paramètres de référence et de variables sans dimension (notées ici avec le symbole $^+$) : $x_i^+ = x_i/L$, $u_i^+ = u_i/U$, $t^+ = tU/L$, $g^+ = g/g$, et $p^+ = p/\rho U^2$. Les deux équations précédentes peuvent donc être manipulées pour faire apparaître ces variables sans dimension :

$$\frac{U}{L} \times \frac{\partial u_i^+}{\partial x_i^+} = 0$$

$$\rho \frac{U^2}{L} \times \frac{\partial u_i^+}{\partial t^+} + \rho \frac{U^2}{L} \times u_j^+ \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^+} = \rho g \times g_i^+ - \rho \frac{U^2}{L} \times \frac{\partial p^+}{\partial x_i^+} + \mu \frac{U}{L^2} \times \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^+ \partial x_j^+}$$

On définit les produits sans dimension suivant $\text{Fr}^2 = U^2/gL$ et $\text{Re} = \rho UL/\mu$. Ces groupes sans dimension sont développés plus bas. Les équations de mouvement adimensionnées s'écrivent finalement :

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial x_i^+} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial t^+} + u_j^+ \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^+} = \frac{1}{\text{Fr}^2} g_i^+ - \frac{\partial p^+}{\partial x_i^+} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^+ \partial x_j^+} \quad (5.2)$$

La modification des équations de Navier-Stokes en équations basées sur des variables adimensionnelles montre d'une part que lorsqu'une solution pour un écoulement particulier est connue et est exprimée sous une forme adimensionnelle, celle-ci sera identique pour tout écoulement ayant des conditions limites et initiales (exprimées sous forme adimensionnelle aussi) respectivement identiques, et pour lequel toute variation des paramètres laisse Fr et Re inchangés. On parlera ici d'écoulements *similaires*. Comprenons donc que si ces nombres gardent la même valeur sur la maquette et dans le cas réel, les équations du mouvement seront parfaitement identiques dans les deux cas, ainsi que la forme de leurs solutions. Dans le cas d'écoulements instationnaires d'un fluide compressible, le cheminement est identique et fait apparaître des équations plus complexes. Il faut dans ce cas transformer en plus une équation de bilan d'énergie.

5.2 Produits sans dimension déterminant des écoulements similaires

La section précédente a permis de comprendre les conditions nécessaires à l'obtention d'écoulements similaires, et a mis en évidence d'autre part pour les écoulements incompressibles deux produits sans dimension, les nombres de Reynolds et de Froude (respectivement Re et Fr). Il existe d'autres produits sans dimension rencontrés régulièrement dans les problèmes de mécanique des fluides. Comme les nombres de Reynolds et de Froude, ils correspondent généralement au rapport de deux efforts particuliers

ce qui leur donne alors un sens physique alors qu'ils sont dépourvu pourtant de dimension. D'autre part les particularités qui affectent un écoulement donné, localement ou globalement, ne sont pas définies par la valeur de grandeurs mesurables considérées isolément, vitesse, longueur. . . Ces grandeurs n'ont d'intérêt que dans la mesure où on considère leurs valeurs dans leur ensemble par l'utilisation des produits sans dimension. On se propose ici d'énumérer quelques produits sans dimension observés régulièrement.

5.2.1 Le nombre de Reynolds

Dans le cas des écoulements pour lesquels la compressibilité peut être négligée, et en absence de surface libre, seuls les efforts de viscosité et d'inertie dominant. Le rapport de ces deux efforts définit le nombre de Reynolds :

$$\frac{\rho U^2 / L}{\mu U / L^2} = \frac{\rho U L}{\mu} = \text{Re} \quad (5.3)$$

Ainsi lorsque les efforts d'inertie dominant très fortement les efforts visqueux, le nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement aura une valeur très importante ($\text{Re} \gg 1$), et l'écoulement sera dans ce cas caractérisé par des mouvements très désordonnés. On parlera de régime turbulent. Au contraire les écoulements à nombre de Reynolds très faibles auront des trajectoires déterministes et seront dit laminaires.

5.2.2 Le nombre de Froude

Lorsque la résistance à l'avancement consécutive à la présence de vagues générées ou non par un bateau est étudiée, le rapport des efforts d'inertie et de gravité devient important :

$$\frac{\rho U^2 / L}{\rho g} = \frac{U^2}{gL}$$

On souhaite généralement faire apparaître le terme de vitesse non élevée au carré comme cela est le cas dans le nombre de Reynolds. Cette nouvelle expression est appelée nombre de Froude :

$$\text{Fr} = \frac{U}{\sqrt{gL}} \quad (5.4)$$

On peut trouver toutefois une écriture légèrement différente du nombre de Froude, à savoir $\text{Fr} = U^2 / gL$. Le nombre de Froude, utilisé donc dans des problèmes impliquant une surface libre, définit le type d'écoulement dans les canaux fluviaux qui peut être torrentiel ($\text{Fr} > 1$), critique ($\text{Fr} = 1$), ou fluvial ($\text{Fr} < 1$).

5.2.3 Le nombre de Strouhal

Lorsqu'un écoulement fait apparaître des phénomènes transitoires définis par un temps caractéristique T , celui-ci peut être comparé au temps caractérisant l'écoulement

dans la région amont absente du phénomène transitoire, $(L/U)/T$. On préfère généralement manipuler la fréquence de présence du phénomène transitoire $f = 1/T$ (par exemple la fréquence des lâchers de tourbillons d'un cylindre totalement immergé dans un écoulement permanent), et le nombre de Strouhal s'écrit finalement :

$$\text{St} = \frac{fL}{U} \quad (5.5)$$

Le temps caractéristique d'un écoulement permanent est une valeur très élevée et tendant mathématiquement vers l'infini. La fréquence devient donc nulle, entraînant une valeur nulle du nombre de Strouhal. Le concept de nombre de Strouhal est repris plus loin, page 157, dans le chapitre concernant l'aérodynamique.

5.2.4 Le nombre de Mach

Lorsque les écoulements font apparaître des efforts de compressibilité non négligeables le rapport des efforts de pression sur les efforts d'inertie est important :

$$\frac{p/L}{\rho U^2/L} = \frac{p}{\rho U^2} \quad (5.6)$$

Les efforts de pression sont généralement importants dans le cas d'écoulements d'air à grande vitesse, la relation des gaz parfaits (i.e. $p/\rho = rT = c^2$) permet alors de transformer la relation précédente :

$$\frac{\text{Efforts de pression}}{\text{Efforts d'inertie}} = \gamma M^2 \quad (5.7)$$

avec $M = U/c$ le nombre de Mach. Il est couramment admis que lorsque sa valeur devient plus élevée que 0,2 – 0,3 les effets de compressibilité deviennent importants. On note au passage que le fait d'introduire la célérité de l'air dans le problème entraîne irrémédiablement la nécessité d'une équation de l'énergie pour l'estimation du champ de température dont dépend la célérité.

5.3 Théorème de Vaschy-Buckingham ou Théorème π

Nous venons de voir dans le paragraphe précédent quelques produits sans dimension que l'on rencontre régulièrement dans les problèmes de mécanique des fluides. Tous ont été obtenus à partir des équations de mouvement du fluide. Il en existe d'autres et certains sont spécifiques aux problèmes impliquant des transferts de chaleur (nombres de Nusselt et de Prandtl par exemple). Nous allons voir ici une méthode mathématique, appelé **Théorème de Vaschy-Buckingham** utile à mettre en évidence les nombres sans dimension caractéristiques du problème traité. Notons dès à présent que cette méthode, systématique, doit être manipulée avec un certain *sens physique* (sans quoi les nombres sans dimension obtenus n'auront aucune réalité physique), et n'est pas une fin en soi. Un traitement est ensuite nécessaire pour relier ces nombres entre eux.

5.3.1 Principe

La mise en forme adimensionnelle fait appel au théorème π mis en place par Vaschy [87] et Buckingham [24]. Considérons un phénomène physique décrit par une relation de la forme

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (5.8)$$

où x_1 est la grandeur caractérisant le phénomène physique et (x_2, \dots, x_n) $n - 1$ paramètres indépendants. Si k désigne le nombre minimal d'unités fondamentales nécessaires pour définir les dimensions des n paramètres, alors le théorème π indique qu'il est possible de grouper ces n paramètres en $n - k$ produits sans dimension à travers une fonctionnelle φ :

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) = 0 \quad (5.9)$$

En mécanique des fluides, k vaut généralement 3 (M, L, T) ou 4 si l'on rajoute la température (Θ) dans les cas où les transferts thermiques ne sont pas négligeables.

La détermination des nombres sans dimension peut se faire dans tous les cas selon la méthode suivante. On choisit k paramètres parmi les n de la liste de telle sorte que toutes les unités fondamentales soient représentées. D'autre part, ces paramètres sont choisis afin de faire apparaître ensuite des produits sans dimension connus (Re, Fr, M,...) et surtout dont on appréhende le sens physique. Prenons les paramètres x_1, x_2, \dots, x_k qui satisfont tous ces critères. On forme ensuite les $n - k$ groupes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_1 = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_k^{\alpha_k} x_{k+1} \\ \pi_2 = x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \dots x_k^{\beta_k} x_{k+2} \\ \vdots \\ \pi_{n-k} = x_1^{\eta_1} x_2^{\eta_2} \dots x_k^{\eta_k} x_n \end{array} \right.$$

Il reste finalement à déterminer les combinaisons d'exposants qui transforment ces produits en groupes sans dimension. Pour cela, on exprime chaque quantité en fonction des unités fondamentales et on résoud un système linéaire pour chaque ensemble d'exposants $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k), \dots, (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k)$. Une fois ces produits sans dimension déterminés, la nullité de la variationnelle stipule les relations suivantes, en fonction du nombre de produits sans dimension : (1) s'il existe un unique produit sans dimension π_1 , on obtient l'expression $\varphi(\pi_1) = 0$ d'après la relation (5.9), entraînant $\pi_1 = \text{constante}$. La constante sera déterminée à partir d'essais réalisés. (2) s'il existe plusieurs produits sans dimension $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$, avec π_1 comprenant le paramètre principal, on peut dès lors écrire $\pi_1 = f(\pi_2, \dots, \pi_n)$. La fonction f est *a priori* inconnue, il faut dans ce cas effectuer une étude paramétrique afin de proposer une formulation.



- Le théorème π suppose que l'on est capable de lister toutes les grandeurs physiques qui interviennent dans le phénomène physique;
- Les paramètres x_i ne sont pas obligatoirement une entité seule mais peuvent être un groupement de paramètres (par exemple $g\Delta\rho$ pour mettre en évidence la poussée d'Archimède dans un fluide);
- Le théorème π nous indique le nombre de produits sans dimension que l'on peut construire, il n'y a pas en général unicité de la solution. L'utilisateur fait le choix des paramètres $x_i^{\alpha_j}$ en cherchant si possible à faire apparaître des produits sans dimension habituels (Re, Fr, Nu, Pr, M, \dots);
- Il faut aussi comprendre que le théorème π ne donne pas la forme de la relation qui lie les différents π_i , la recherche de cette relation fait l'objet du dépouillement des résultats expérimentaux.

5.3.2 Application — traînée d'une sphère

On considère une sphère de diamètre d totalement plongée dans un écoulement uniforme de vitesse U . Le fluide exerce alors un effort aérodynamique sur la sphère appelé traînée et le but ici est d'exprimer cet effort en fonction des autres paramètres importants du problème. La sphère étant considérée comme lisse, les rugosités surfaciques n'interviennent donc pas. L'expérience montre d'autre part que la vitesse de l'écoulement, le diamètre de la sphère, la masse volumique et la viscosité du fluide ont une influence sur l'effort. La traînée T dépend donc de tous ces paramètres, $T \equiv T(d, U, \rho, \mu)$. La relation (5.8) permet donc d'écrire $f(T, d, U, \rho, \mu) = 0$, avec 5 variables indépendantes exprimées à partir de 3 unités fondamentales. Le théorème π indique donc que le phénomène physique peut être décrit par $5 - 3 = 2$ nombres sans dimension, π_1 et π_2 . Parmi les trois variables de notre choix, d , ρ et U sont choisis de telle sorte que les dimensions de longueur, de temps et, de masse apparaissent. Les deux produits sans dimension

$$\begin{aligned}\pi_1 &= d^{\alpha_1} \rho^{\alpha_2} U^{\alpha_3} T = L^{\alpha_1} (ML^{-3})^{\alpha_2} (LT^{-1})^{\alpha_3} (MLT^{-2}) \\ \pi_2 &= d^{\beta_1} \rho^{\beta_2} U^{\beta_3} \mu = L^{\beta_1} (ML^{-3})^{\beta_2} (LT^{-1})^{\beta_3} (ML^{-1}T^{-1})\end{aligned}$$

étant sans dimension, il vient :

$$\pi_1 \begin{cases} \alpha_2 + 1 & = 0 & \text{: exposants de M;} \\ \alpha_1 - 3\alpha_2 + \alpha_3 + 1 & = 0 & \text{: exposants de L;} \\ -\alpha_3 - 2 & = 0 & \text{: exposants de T.} \end{cases}$$

Il vient donc $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (-2, -1, -2)$. D'où le premier nombre sans dimension, $\pi_1 = T/(\rho d^2 U^2)$. On fait de même pour le deuxième nombre sans dimension :

$$\pi_2 \begin{cases} \beta_2 + 1 & = 0 & \text{: exposants de M;} \\ \beta_1 - 3\beta_2 + \beta_3 - 1 & = 0 & \text{: exposants de L;} \\ -\beta_3 - 1 & = 0 & \text{: exposants de T.} \end{cases}$$

d'où $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (-1, -1, -1)$ entraînant $\pi_2 = \mu/(\rho d U)$. Il s'agit là (de l'inverse) du nombre de Reynolds. Le théorème π indique donc que le produit sans dimension impliquant la traînée est lié au nombre de Reynolds :

$$\frac{T}{\rho d^2 U^2} = f(\text{Re})$$

On fait généralement apparaître ici la pression dynamique (i.e. $1/2\rho U^2$) et une surface de référence A dans ce produit correspondant alors l'écriture du coefficient de traînée, $C_D = T/(1/2\rho U^2 A)$. Dans le cas d'une sphère la surface de référence est le maître-couple $A = \pi d^2/4$ c'est à dire la surface projetée de la sphère sur un plan perpendiculaire à l'écoulement. *A posteriori* l'expérience montre que l'évolution du coefficient de traînée avec le nombre de Reynolds est similaire pour des sphères de diamètres différents (Fig. 5.1). Nous notons qu'au-delà d'un nombre de Reynolds égal à 1000, celui-ci n'a quasiment plus aucune influence sur le coefficient de traînée. On observe tout de même une chute de ce dernier pour des nombres de Reynolds proches de 2×10^5 pour redevenir stable. Cette chute est consécutive à la présence d'une couche limite turbulente autour de la sphère.

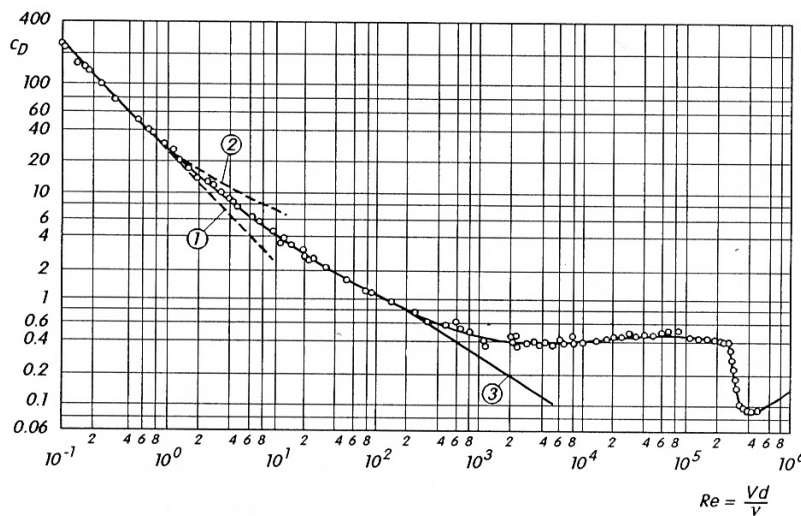


FIGURE 5.1 : Évolution du coefficient de traînée d'une sphère.



On a fait l'hypothèse dans l'exemple précédent d'une surface lisse, ce qui n'est pas toujours le cas. En effet la rugosité peut avoir une influence de l'écoulement dans la région proche de la paroi et de ce fait influencer l'évolution du coefficient de traînée avec le nombre de Reynolds. Ceci est illustré sur la figure 6.19.

5.4 Similitude

Un champ d'application de l'analyse dimensionnelle est celui des problèmes de similitude entre un modèle (i.e., maquette à échelle réduite) et un prototype. Cette tech-

nique est couramment utilisée lorsque les essais réels sont très complexes et lorsque les simulations numériques deviennent trop coûteuses en temps de calcul.

L'analyse dimensionnelle est là essentiellement pour donner des informations sur les conditions de similitude pour lesquelles les mesures effectuées à échelle réduite sont représentatives du système réel. En effet, il serait trivial de penser que tous les phénomènes mesurés sur maquette sont proportionnels à ceux observés en réalité. De plus, il peut y avoir des différences notables du fait que les essais sont effectués à échelle réduite, cet effet est appelé effet d'échelle.

Malgré cela, il existe des domaines pour lesquels les essais sur modèles sont nécessaires : l'hydraulique (études de barrages, de canaux, d'aménagements côtiers), l'hydrodynamique (effet de la houle sur les structures marines), l'aérospatial (conception de maquettes d'avions, de fusées).

Voyons maintenant ce qui caractérise les études de similitudes.

5.4.1 Géométrie des maquettes

Si les formes de la maquette et du prototype sont homothétiques, on dit que les deux systèmes sont géométriquement semblables. Ceci est majoritairement le cas. Cependant il peut exister des modèles pour lesquels il existe des similitudes différentes selon les axes. C'est par exemple le cas lors d'études concernant les aménagements côtiers ou les systèmes hydrauliques. Une similitude complète conduirait à des hauteurs d'eau de l'ordre du centimètre. Dans ces conditions, l'écoulement serait fortement perturbé par les tensions surfaciques. Pour éviter cela, il existe une distorsion des échelles.

5.4.2 Conditions de similitude

Ces conditions sont déduites du théorème π . Celui-ci indique qu'un phénomène physique dépendant d'un ensemble de variables indépendantes x_1, x_2, \dots, x_n peut être caractérisé par une relation entre une série de produits sans dimension $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}$:

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) = 0$$

La similitude sera donc respectée si tous les nombres sans dimension sont identiques pour la maquette et pour le prototype.

5.4.3 Application – disque en rotation

On souhaite estimer le couple de frottement exercé par de l'huile ($\rho = 920 \text{ kg/m}^3$; $\mu = 1,84 \times 10^{-2} \text{ Pa.s}$) sur un disque de rayon 120 mm en rotation autour de son axe de révolution. On dispose pour cela de prédictions numériques de couple de frottement dans le cas d'un disque de rayon 150 mm (Tab. 5.1) et en rotation dans de l'air ($\rho = 1,185 \text{ kg/m}^3$; $\mu = 1,831 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$). L'épaisseur du disque est considérée comme étant négligeable devant le diamètre.

Le couple de frottement C dépend *a priori* des propriétés physiques du fluide (ρ et μ), du rayon du disque (R), et de la vitesse de rotation (ω), ainsi $C = C(\rho, \mu, R, \omega)$.

TABLEAU 5.1 : Prédiction numérique du couple de frottement d'un disque de diamètre 300 mm en rotation autour de son axe de révolution dans l'air.

ω (rad/s)	300	500	700
C (N.m)	$4,67 \times 10^{-2}$	$1,20 \times 10^{-1}$	$2,21 \times 10^{-1}$

Le nombre de paramètre vaut 5 pour 3 unités fondamentales, le théorème π stipule deux produits sans dimension. Pour formuler ces produits, la masse volumique, le rayon, et la vitesse de rotation sont choisis pour paramètres de base. Les produits sans dimension s'écrivent alors

$$C_m = \frac{C}{1/2\rho R^5\omega^2} \quad \text{et} \quad Re = \frac{\rho R^2\omega}{\mu}$$

Le coefficient de couple de frottement est estimé pour les trois vitesses (Tab. 5.2), et son évolution avec le nombre de Reynolds peut être approchée par une loi de type puissance :

$$C_m = \frac{0,0939}{Re^{0,161}}$$

L'estimation du couple de frottement exercé par l'huile sur un disque de diamètre égal à 120 mm est obtenue à partir de l'estimation du nombre de Reynolds dans cette nouvelle configuration, puis du couple de frottement adimensionnel, et enfin le couple de frottement. Les résultats obtenus à chacune de ces étapes sont rassemblés dans le tableau 5.3. On remarque que les nombres de Reynolds atteints dans le cas du disque en rotation dans l'huile (Tab. 5.2) sont dans la gamme de ceux observés dans la configuration numérique (Tab. 5.3) nous permettant ainsi d'utiliser l'approximation en puissance.

TABLEAU 5.2 : Coefficient de couple de frottement d'un disque de rayon 150 mm en rotation autour de son axe de révolution dans l'air.

ω (rad/s)	300	500	700
$Re = \rho R^2\omega / \mu$	$4,37 \times 10^5$	$7,28 \times 10^5$	$1,02 \times 10^6$
$C_m = C / (1/2\rho R^5\omega^2)$	$1,15 \times 10^{-2}$	$1,01 \times 10^{-1}$	$0,95 \times 10^{-2}$

TABLEAU 5.3 : Couple de frottement exercé par l'huile sur un disque de rayon 120 mm en rotation autour de son axe de révolution.

ω (rad/s)	300	500	700
$Re = \rho R^2\omega / \mu$	$2,16 \times 10^5$	$3,60 \times 10^5$	$5,04 \times 10^5$
$C_m = 0,0939 / Re^{0,161}$	$1,30 \times 10^{-2}$	$1,20 \times 10^{-1}$	$1,13 \times 10^{-2}$
$C = C_m \times (1/2\rho R^5\omega^2)$ (N.m)	13,40	34,34	63,40

5.5 Récapitulatif

Afin d'y voir plus clair, récapitulons un peu ce que nous venons de voir. Il apparaît donc plusieurs types d'écoulements pour lesquels certains processus physiques dominant. Et lorsque l'on désire effectuer une étude sur maquette, l'ensemble des produits sans dimension peuvent être ou tous respectés (similitude complète), ou alors la théorie rencontre une incohérence. Dans cette dernière configuration, il importe alors de respecter en priorité certains nombres sans dimension, caractéristiques du phénomène physique dominant.

Ces similitudes sont :

- Similitude complète : tous les nombres sans dimension sont respectés.
- Similitude de Froude :
 - Incomplète ;
 - Forces d'inertie, de turbulence, et de pesanteur prépondérantes ;
 - Forces de viscosité négligeables ¹ ;
 - Respect du nombre de Froude : $Fr = \frac{V^2}{gl}$.
- Similitude de Reynolds :
 - Incomplète ;
 - Forces d'inertie, de turbulence, et de viscosité prépondérantes ;
 - Forces de pesanteur négligeables ;
 - Respect du nombre de Reynolds : $Re = \frac{\rho VD}{\mu}$.
- Similitude de Mach :
 - Incomplète ;
 - Forces de pression et de compressibilité prépondérantes ;
 - Respect du nombre de Mach : $M = \frac{V}{c}$.

1. L'écoulement doit alors présenter une turbulence fortement développée, entraînant dès lors un problème pour les écoulements surfaciques de faible profondeur. Ce problème peut néanmoins être contourné en introduisant une distorsion d'échelle.

Chapitre 6

Introduction à l'aérodynamique

L'aérodynamique est une branche de la dynamique, celle-ci reliant efforts et mouvement, qui étudie les phénomènes se produisant lors de l'interaction entre un fluide (ici l'air) et un corps en mouvement relatif. Cette branche s'intéresse à des applications diverses telles que l'aéronautique, l'automobile, l'étude d'installations fixes ou mobiles soumises à l'action d'un fluide en mouvement, les systèmes de production d'énergie électrique (*i.e.* des éoliennes ou des turbines). Les échelles d'application sont très diverses aussi puisque l'aérodynamique peut à la fois s'intéresser à l'amélioration des ailes d'un avion de très grande taille (Figure 6.1) mais aussi étudier les effets d'origine aérodynamique dans des paliers haute vitesse de faible taille pour lesquels les éléments roulant se déplacent à grande vitesse dans un mélange air/huile. Le développement de l'aérodynamique a été possible en premier lieu par l'amélioration régulière de la théorie et des moyens expérimentaux. La validation de la théorie et une meilleure compréhension des phénomènes mis en jeu ont été possible d'autre part à l'aide de méthode de visualisation des écoulements [75, 74]. Enfin, plus récemment, des méthodes numériques basées sur la méthode *CFD*, ont permis de simuler des écoulements dans des configurations très complexes.

Ce chapitre se propose de présenter l'origine de ces différents efforts aérodynamiques, en s'arrêtant rapidement sur l'effort généré par un écoulement incompressible sur une plaque plane. Cette configuration très simple permet d'appliquer les équations de Navier-Stokes avec très peu d'hypothèses. D'autre part celle-ci correspond à l'effort le plus faible exercé par un écoulement sur une surface. Enfin, nous aborderons les quelques méthodes utilisées dans les souffleries permettant de remonter aux valeurs d'efforts. Notons de suite que ce champ d'études se subdivise en aérodynamique des gaz incompressibles et aérodynamique des gaz compressibles. L'aérodynamique des gaz incompressibles concerne les vitesses de l'air inférieures



FIGURE 6.1 : Soufflerie de l'ONERA à Modane dans les Alpes françaises (d'après [89]).

à 140 m/s. L'aérodynamique des gaz compressibles se subdivise en aérodynamique subsonique ($M < 1$), transsonique ($M \approx 1$), supersonique ($M > 1$) et hypersonique ($M \gg 1$).

6.1 La résultante aérodynamique

L'expérience montre qu'un corps en mouvement dans un fluide réel subit de la part de ce fluide un effort, que l'on appellera ici **résultante des forces appliquées**, notée R .

Analysons cette résultante en premier lieu par l'intermédiaire d'une analyse globale bidimensionnelle sur une aile ayant une incidence i par rapport à la vitesse de l'écoulement. La résultante des forces appliquées dépend *a priori* du fluide entourant le corps (ρ et μ), de la vitesse de l'écoulement (V), des effets de compressibilité caractérisés ici par la célérité¹ (a) et d'une dimension caractéristique de l'obstacle (L). On note donc 6 paramètres pour 3 unités fondamentales. Le théorème de Vaschy-Buckingham stipule que ce problème est régi par 3 nombres sans dimension, π_1 , π_2 , et π_3 tels que

$$\pi_1 = \frac{\mu}{\rho LV} \equiv \text{Re} \qquad \pi_2 = \frac{R}{\rho L^2 V^2} \qquad \pi_3 = \frac{a}{V} \equiv M$$

1. On pourrait impliquer la pression, en lieu et place de la célérité, ce qui conduirait à un résultat identique en utilisant la loi des gaz parfaits et la définition de la célérité.

D'après les propriétés de la variationnelle $\varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0$, entraînant $\frac{R}{\rho L^2 V^2} = f(\text{Re}, M)$. Rappelons que cette analyse a été effectuée pour une incidence donnée. Si celle-ci est amenée à varier, la résultante sera aussi changée. On aura finalement en introduisant un coefficient C :

$$\frac{R}{\rho L^2 V^2} = C(\text{Re}, M, i) \tag{6.1}$$

avec C dépendant des nombres de Reynolds et de Mach, ainsi que de l'incidence. Nous verrons plus loin que ce coefficient dépend aussi et surtout de la forme de l'obstacle. On remarque qu'au dénominateur, la dimension de longueur est à la puissance 2 : on choisira donc une surface de référence S au lieu d'une longueur L . Une discussion quant au choix de cette surface sera menée au paragraphe 6.5 (p. 155). On écrira alors

$$R = \frac{1}{2} C \rho S V^2 \tag{6.2}$$

La présence du coefficient $1/2$ permet de mettre en évidence la pression dynamique, $\frac{1}{2} \rho V^2$.

On définit un système d'axes orthonormés (\vec{x}, \vec{z}) de telle sorte que \vec{x} soit aligné selon l'écoulement et \vec{z} perpendiculaire à l'écoulement. La décomposition de la résultante des efforts dans ce système d'axes donne respectivement la traînée T et la portance P (Fig. 6.2). On peut dès lors exprimer ces deux efforts identiquement à la relation (6.2) :

$$T = \frac{1}{2} C_x \rho S V^2 \tag{6.3}$$

$$P = \frac{1}{2} C_z \rho S V^2 \tag{6.4}$$

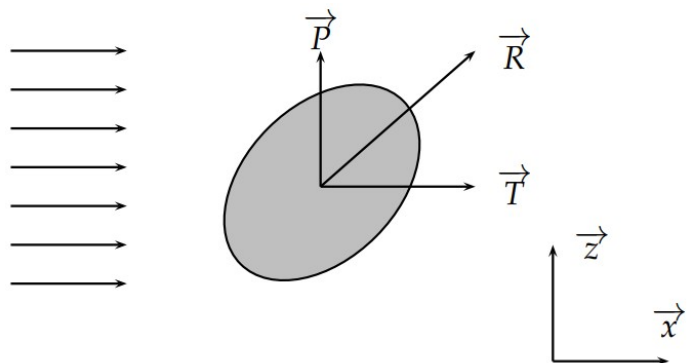


FIGURE 6.2 : Efforts aérodynamiques s'exerçant sur un obstacle.

Le fait d'écrire les efforts de traînée et de portance sous cette forme permet d'autre part d'isoler les termes pour lesquels on connaît bien l'influence (ρ, S et V). Par contre ceux qui ont une influence plus subtile (inclinaison, l'état de surface, ...) sont inclus dans les coefficients mis en place. Ces coefficients, C_x et C_z , sont appelés respectivement coefficients de traînée et de portance, avec

$$C^2(\text{Re}, M, i) = C_x^2(\text{Re}, M, i) + C_z^2(\text{Re}, M, i)$$

À titre d'exemple, le coefficient de traînée pour un cylindre en fonction du nombre de Reynolds basés est donné sur la figure 6.3. On remarque que le coefficient de traînée reste constant pour des nombres de Reynolds compris dans l'intervalle $[10^2; 10^5]$. Ceci témoigne d'un écoulement n'évoluant pas dans cet intervalle. On note ensuite une chute du coefficient avant de retrouver un autre palier.

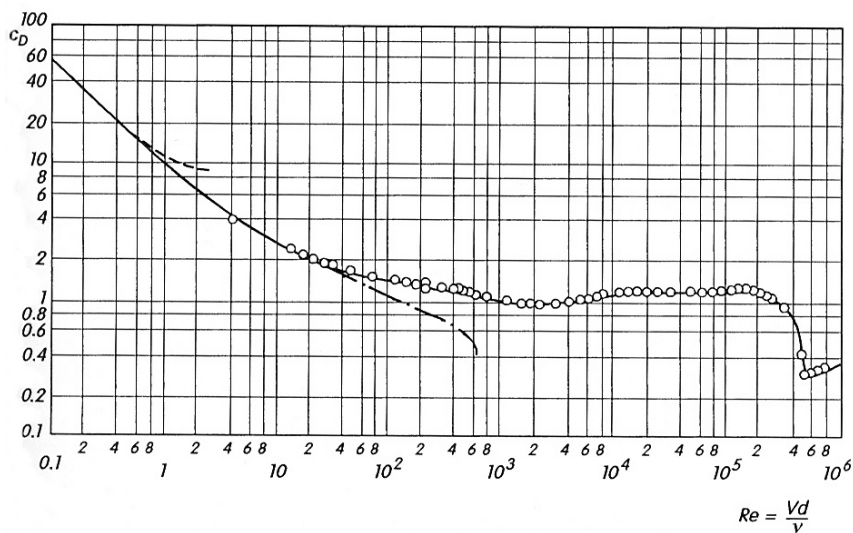
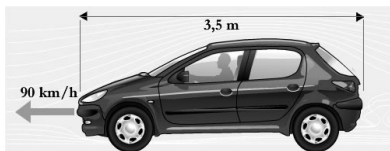


FIGURE 6.3 : Coefficients de traînée d'un cylindre (d'après Wieselsberger [93]).

Considérons un véhicule de tourisme de longueur $L = 3,5 \text{ m}$, roulant à une vitesse de 90 km/h .



Le nombre de Reynolds basé sur la longueur de référence L vaut $Re_L = 5,8 \times 10^6$!!! L'aérodynamique fait donc appel à des nombres de Reynolds très élevés auxquels il faut s'habituer.

On considère maintenant le cas d'un obstacle tridimensionnel totalement immergé dans un écoulement de vitesse V . Les actions aérodynamiques sur ce solide peuvent être représentées par le torseur $[\vec{R}, \vec{M}]_O$. Le point O peut être situé au centre de gravité de l'obstacle même si cela n'est pas obligatoire. Chacun des vecteurs, résultant et moment, est caractérisé par ses trois composantes représentant donc les trois composantes de l'effort résultant et du moment global, i.e. $\vec{R}(R_x, R_y, R_z)$ et $\vec{M}(M_x, M_y, M_z)$. Toutes ces composantes sont illustrées sur la figure 6.4. Les moments selon x, y et z sont appelés moments de roulis, de tangage et de lacet respectivement.

On se propose de regarder dans les paragraphes suivants les origines de la portance et de la traînée.

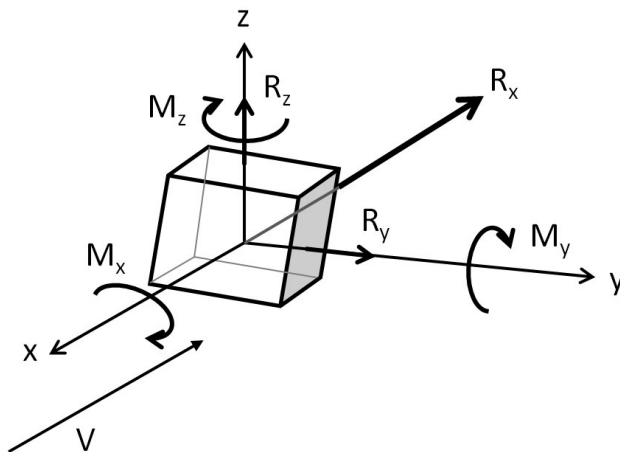


FIGURE 6.4 : Illustration du torseur des efforts exercés par un écoulement relatif sur un obstacle.

6.2 Origine de la portance

La portance est simple d'approche car elle est consécutive à la création d'une dépression sur l'extrados, et d'une surpression sur l'intrados (Fig. 6.5). Sur un profil,

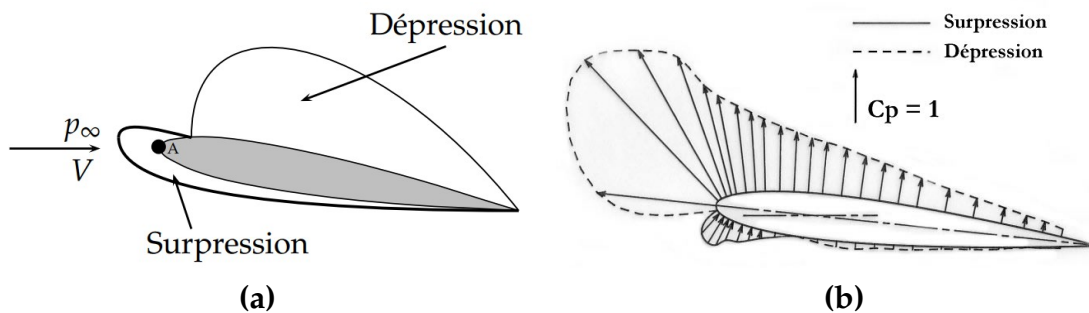


FIGURE 6.5 : Efforts de pression sur l'intrados et l'extrados. a, principe ; b, mesures effectuées par le Laboratoire d'Études Aérodynamiques (Poitiers) sur une aile inclinée.

il existe un point pour lequel la vitesse est perpendiculaire à la paroi : le **point d'arrêt**, A. En ce point, la vitesse est minimale, et la pression maximale ($p_\infty + 1/2\rho V^2$, avec p_∞ la pression statique à l'infini). À partir de ce point, la vitesse augmente et la pression diminue. Il détermine donc le point de séparation des écoulements intrados et extrados. En ce qui concerne les deux surfaces : (i) sur la surface inférieure (intrados) la vitesse croît et la pression décroît jusqu'à ce que chacune retrouve leur valeur à l'infini amont. La surpression est donc située entre $p_\infty + 1/2\rho V^2$ et p_∞ ; (2) sur la surface extérieure (extrados) la vitesse croît jusqu'à une valeur supérieure à celle des conditions à l'amont infini, de ce fait la pression diminue d'autant plus. Il existe alors une forte zone d'aspiration. On remarque donc que l'écoulement autour du profil tend à aspirer la surface supérieure et à pousser la paroi inférieure. La portance est ainsi créée. Notons tout de même, que les efforts intrados et extrados n'ont pas la même intensité. L'effet aspirant est plus important que l'effet de poussée et représente 2/3 voire 4/5 de la portance totale.

6.3 Origine des forces de résistance (traînée)

La traînée, appelée aussi force de résistance à l'avancement, est plus complexe car elle a pour origine plusieurs sources. Sur une aile d'avion, retenons en tout cas qu'elle est présente consécutivement à une répartition inhomogène de la pression pariétale, à la présence d'un fluide réel, et à la dimension finie d'une aile. Tous ces aspects seront développés dans la suite du document.

Considérons pour l'instant la section droite d'un profil. Les efforts appliqués par l'écoulement en tout point M sur une surface élémentaire dS sont connus à partir du tenseur des contraintes $\bar{\sigma} = -p\bar{I} + \bar{\tau}$ avec $p\bar{I}$ le tenseur des contraintes associé à la pression et $\bar{\tau}$ le tenseur des contraintes visqueuses. Chacun de ces deux termes génèreront un effort de résistance. On appellera **résistance (ou traînée) de pression** la composante dans la direction de la vitesse de la résultante des forces de pression, et **résistance (ou traînée) de frottement** la composante dans la même direction de la résultante des forces de cisaillement. La somme de ces deux résistances est la **résistance totale**.

6.3.1 Traînée de frottement

L'adhérence du fluide en paroi implique l'existence d'une région dans laquelle l'écoulement décroît très rapidement, de la vitesse extérieure à une vitesse nulle (Fig. 6.6). Cette région, appelée **couche limite**², présente alors un gradient de vitesse important à l'origine d'efforts visqueux (\vec{dF} sur la figure). Ces derniers sont estimés à partir de la relation :

$$\vec{dF} = \mu \frac{\partial \vec{u}}{\partial n} dS \quad (6.5)$$

et sont à l'origine de la traînée de frottement, calculée à partir de l'intégration des efforts élémentaires sur toute la surface "mouillée". Ceci sous-entend donc qu'une connaissance de cette couche limite est nécessaire pour son estimation. Notons de suite que les frottements visqueux seront différents pour des écoulements laminaires dans la couche limite comparativement aux cas turbulents. En effet, la vitesse est plus importante dans le dernier cas (Fig. 6.7), entraînant alors un gradient plus important :

$$\left[\left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)_{n=0} \right]_{\text{Turbulent}} > \left[\left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)_{n=0} \right]_{\text{Laminaire}}$$

Néanmoins, il ne faut pas poser de suite qu'il est préférable d'avoir un écoulement laminaire dans la couche limite. La traînée de frottement n'est pas la seule traînée présente, et la traînée de pression qui dépend fortement de la forme de l'obstacle dans l'écoulement peut elle devenir très importante, même dans le cas laminaire.

2. Notons que le terme de couche *limite* est artificiellement introduit. La transition de la région proche de la paroi vers l'écoulement externe n'est pas brutale mais prend place de façon continue. Le terme "limite" n'est donc a priori pas adapté.

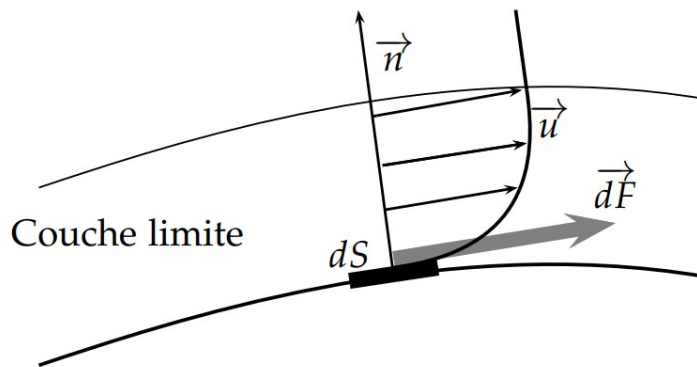


FIGURE 6.6 : Efforts de viscosité pariétaux.

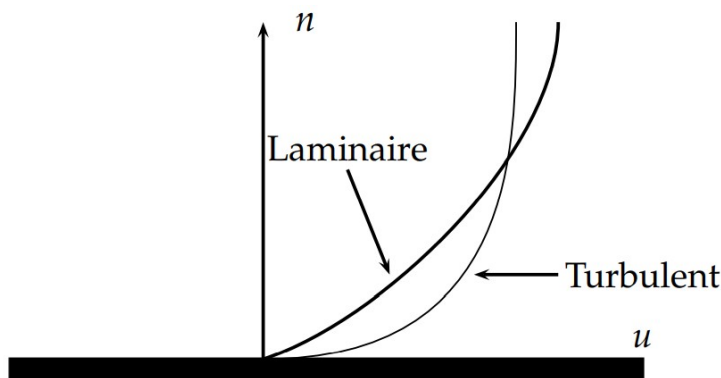


FIGURE 6.7 : Profils de vitesses pour des écoulements laminaire et turbulent dans la couche limite.

6.3.2 Traînée de pression

La traînée de pression est liée à une répartition non-homogène de la pression autour de l'obstacle, et correspond à la composante dans le sens de l'écoulement de la résultante des efforts de pression. Ces efforts sont pratiquement les mêmes sur la surface externe de la couche limite et sur la paroi solide (une démonstration est donnée dans le paragraphe 6.4.2). Tout se passe donc comme si ces forces agissaient dans un fluide parfait sur un corps solide dont la surface externe serait celle de la couche limite. Ce corps est souvent appelé *corps effectif*.

La traînée de pression dépend donc de l'écoulement autour du profil, et ainsi fortement de sa forme et de son incidence. En effet, lorsque celui-ci présente une courbure importante vers l'aval ou lorsque l'incidence du profil est grande, on note un décollement de la couche limite (Fig. 6.8.a). De ce fait, le sillage devient important et est caractérisé par une pression constante en moyenne et plus faible que dans le cas de l'écoulement attaché (Fig. 6.8.b). L'écoulement se retrouve complètement modifié et la traînée augmentée. Dans ce cas, le terme de frottement devient négligeable devant le terme de pression.

6.3.3 Traînée induite

Il existe une composante supplémentaire à l'origine de la traînée, et consécutive de la portance : la traînée induite (sous-entendu par la portance). L'écart important de pression entre l'intrados et l'extrados génère en bout d'aile une distorsion de l'écoulement. Cela a pour conséquence la formation de tourbillons marginaux vers



FIGURE 6.8 : a, décollement de la couche limite (Photo ONERA) ; b, distribution de la pression autour d'un obstacle selon le type d'écoulement (attaché ou décollé).

l'aval (Fig. 6.9). Il en résulte l'ajout d'une résistance à l'avancement et une diminution de la portance consécutivement à une longueur efficace de l'aile plus faible. Il est à noter d'autre part que ces tourbillons sont très persistants, et le fait qu'un avion situé en aval rencontre ces perturbations peut être très dangereux. Face à des avions devenant de plus en plus lourds, augmenter la portance devient nécessaire. La longueur des ailes peut être augmentée mais ceci n'est souvent pas possible pour des raisons d'encombrement sur les pistes d'aéroport³. Une solution proposée par Richard T. Whitcomb et son équipe du centre de recherche de la NASA (1976) consiste alors à amoindrir les tourbillons marginaux par l'utilisation d'ailettes marginales (Fig. 6.10). Ceci a pour autre conséquence de générer une portance latérale légèrement dirigée vers l'avant, diminuant alors la traînée de l'aile. Plus récemment, un passionné d'aviation, Christian Hugues [60], a conçu un dispositif appelé *minix* (Fig. 6.11). Ce dernier en forme de cylindre à fente hélicoïdale "fluidifie" l'écoulement ayant pour une conséquence à la fois une diminution de la traînée proche de 8% pour les écoulements incompressibles et une augmentation de la portance proche de 5,5%.

Cette traînée porte mal son nom, car même si elle est bien induite par la portance (c'est le prix à payer pour avoir de la portance), elle ne réagit pas comme une traînée au sens $1/2C_D\rho V^2$. Plus une aile porte, plus la traînée induite est importante. Si une aile ne porte pas, comme cela peut être le cas lors d'une chute libre, celle-ci n'existe pas.

6.3.4 Traînée de frottement/Traînée de pression

Considérons un corps d'envergure assez importante par rapport à ses dimensions transversales pour pouvoir considérer un écoulement bidimensionnel. Lorsque le nombre de Reynolds est important, la surface se recouvre d'une couche limite. Deux cas sont alors envisageables : (1) la couche limite enveloppe totalement le corps sans se décoller, la résistance de traînée de pression devient généralement négligeable et la résistance totale est pratiquement la résistance de frottement. L'estimation des efforts de traînée peut être envisagée dès lors que l'évolution de la couche limite est parfait-

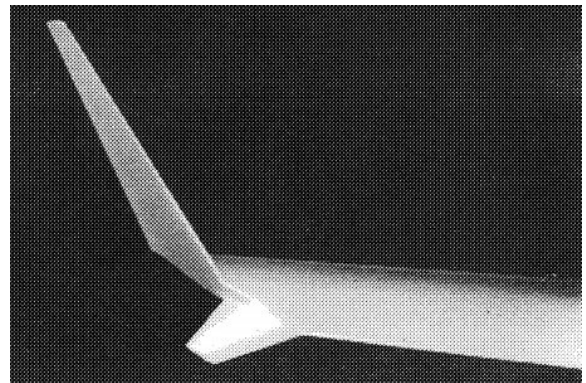
3. L'envergure de l'A380 vaut tout de même près de 80 m.



FIGURE 6.9 : Tourbillons marginaux (Photo Paul Bowen).



(a)



(b)

FIGURE 6.10 : a, ailette marginale en bout d'aile d'un A380 (Airbus S.A.S. 2008 - Photo exm company / H. Goussé) ; b, ailette marginale testée en soufflerie (d'après Whitcomb [91]).



FIGURE 6.11 : Minix (d'après C. Hugues [60]).

tement connue ; (2) la couche limite fait apparaître un décollement, le sillage devient alors important. La résistance totale est très importante, et la résistance de frottement devient négligeable devant celle de pression. Cette résistance de pression (en présence de décollement) est appelée **Traînée de forme**. Dans le cas d'un cycliste par exemple pour lequel celui-ci essaye d'adopter la position la plus aérodynamique possible Martin *et al.* montrent que la traînée de pression contribue à 90% de la pression totale [57]. Il devient alors judicieux pour le cycliste d'adapter au mieux sa position afin que la pression le pénalise le moins possible.

6.4 Étude simple de la couche limite

Nous avons vu précédemment que la traînée de frottement peut être évaluée uniquement à partir de la théorie de la couche limite. Ce concept a été introduit par Prandtl⁴ en 1904 dans un article révolutionnant l'analyse des écoulements visqueux et permettant le calcul de traînée, et la compréhension de séparation de l'écoulement autour d'un obstacle.

Comme nous l'avons suggéré plus haut, la couche limite a une épaisseur très faible, ceci expliquant que durant de longues années elle échappa à l'observation des chercheurs qui de ce fait n'avaient aucune explication sur les phénomènes de traînée, et de décollement.

Après une définition communément acceptée de la couche limite et une présentation de ses caractéristiques, l'équation caractérisant la couche limite, appelée équation de Prandtl, est présentée. Celle-ci est utile à l'évaluation de la tension pariétale nécessaire à l'évaluation de la traînée de frottement. Notons de suite que cette étude se bornera à une couche limite laminaire. Une discussion de la transition vers une couche limite turbulente sera tout de même menée.

6.4.1 Définition et caractéristiques

Nous avons présenté plus haut la couche limite comme étant une fine région de l'écoulement adjacente à une paroi, où l'écoulement est retardé par l'influence des frottements visqueux. Nous allons essayer d'aller plus loin dans l'étude de la couche limite. Considérons pour cela la couche limite de la figure 6.12, exagérée pour la clarté de l'exposé.

La couche limite prend naissance dès le point d'arrêt pour ensuite s'épaissir. L'écoulement interne à la couche limite est laminaire, puis après une zone de transition peut devenir turbulent. On note que le développement de la couche limite est différent selon le type d'écoulement. La turbulence génère une épaisseur plus importante, avec en plus une tension pariétale plus importante liée à la contribution des

4. Ludwig Prandtl, mécanicien allemand (1875 - 1953). Prandtl est le père fondateur de l'aérodynamique moderne en lui donnant de nombreuses théories. Il fût d'autre part le professeur de Theodore Von Karman (1881 - 1963) célèbre chercheur hongrois en aéronautique et de Paul Richard Heinrich Blasius (1873 - 1970) mécanicien allemand qui donna une première application à la présence de la couche limite sur une plaque plane (cf. paragraphe 6.4.5 page 147).

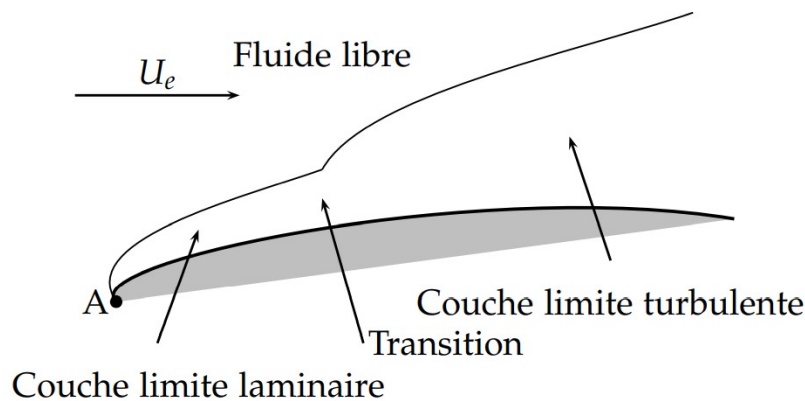


FIGURE 6.12 : Schématisation d'une couche limite.

fluctuations de vitesses. L'effort de frottement devient alors plus grand. Nous verrons néanmoins qu'il est préférable d'avoir une couche limite turbulente.

Une définition qualitative vient d'être donnée, or on définit souvent l'épaisseur de couche limite δ comme étant la distance à la paroi à laquelle u est très voisin de la vitesse de l'écoulement extérieur U_e , plus précisément :

$$u(y = \delta) = 0,99 \times U_e$$

La couche limite est donc la région de l'écoulement proche d'une paroi caractérisée par des vitesses au moins inférieures à 1% de celle de l'écoulement général.

Cette frontière demeure néanmoins très difficile à estimer expérimentalement car le gradient de vitesse y est très faible. De plus, elle est fluctuante dans le temps consécutivement à des effets d'intermittence et non pas statique.

6.4.2 Équations de Prandtl

L'objectif de cette partie est l'écriture des équations simplifiées de Navier-Stokes. Pour cela, quelques hypothèses sont posées en premier lieu : (i) le nombre de Reynolds basé sur une longueur caractéristique de l'obstacle et sur les propriétés de l'écoulement général est suffisamment important pour que les phénomènes visqueux soient concentrés dans une couche limite peu épaisse au voisinage immédiat de la paroi; (ii) l'obstacle est de forme régulière en ce sens que les rayons de courbure principaux de la paroi doivent être partout très grands par rapport à l'épaisseur de la couche limite; (iii) l'écoulement dans la couche limite a une composante transversale faible devant la composante longitudinale, l'écoulement peut alors être considéré comme étant bidimensionnel.

Considérons un système d'axes orthonormés de telle sorte qu'en chaque point de la surface, \vec{x} soit tangent à celle-ci et dans le sens de l'écoulement, \vec{y} perpendiculaire sortant à cette surface, et \vec{z} perpendiculaire au plan (x,y) . La distribution des vitesses est indépendante de la coordonnée z (la composante z de la vitesse sera alors absente des équations). Les deux équations exactes de Navier-Stokes en régime permanent (où les forces de volume sont négligées) s'écrivent :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (6.6)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (6.7)$$

En raison de la faible épaisseur de la couche limite, le mouvement du fluide dans la couche limite est principalement parallèle à l'élément plan. L'évolution de la vitesse selon y est très grande (ces vitesses évoluent d'une valeur nulle à une vitesse égale à celle de l'écoulement externe à la couche limite sur une distance très courte, l'épaisseur de couche limite). Suivant la direction x , la vitesse évolue très faiblement, une variation notable est observée sur une longueur caractéristique du problème (par exemple, les dimensions du corps). Pour toutes ces raisons les dérivées dans la direction transversales sont prépondérantes devant celles selon l'écoulement, ainsi $\partial^2/\partial x^2 \ll \partial^2/\partial y^2$.

D'autre part les ordres de grandeur des termes du membre de gauche de l'équation projetée selon x valent

$$\left[u \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \left[v \frac{\partial u}{\partial y} \right] \sim \left[\frac{U^2}{x} \right]$$

et ceux de l'équation projetée selon y :

$$\left[u \frac{\partial v}{\partial x} \right] = \left[v \frac{\partial v}{\partial y} \right] \sim \left[\frac{U^2 \delta}{x^2} \right]$$

De ce fait, pour des points localisés dans la couche limite et placés dans une région éloignée du point d'arrêt l'épaisseur de la couche limite reste très négligeable devant la valeur de la localisation, x . Les termes de convection de l'équation projetée selon x sont très importants devant ceux de l'équation projetée selon y .

Enfin, l'équation de continuité permet d'atteindre l'ordre de grandeur de la vitesse longitudinale, $[v] \sim [U\delta/x]$. Les termes de viscosité de l'équation projetée selon x sont dès lors prépondérants devant ceux de l'équation projetée selon y . Cette dernière ne fait plus apparaître qu'un seul terme, le gradient de pression.

Les équation de la couche limite s'écrivent finalement

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (6.8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (6.9)$$

La relation (6.9) tend à dire que la pression est constante le long de l'épaisseur de la couche limite. De ce fait, la pression qui est appliquée sur cette couche par l'écoulement est intégralement restituée à l'obstacle, et peut être estimée à partir de l'équation de Bernoulli, $p + 1/2\rho U^2 = \text{Cste}$. La pression de l'écoulement externe à la couche limite joue alors un rôle primordiale dans la formation de celle-ci. Par exemple, le point de transition laminaire/turbulent dépend fortement de cela. Si la

pression décroît fortement dans le sens de l'écoulement, ce qui se passe à l'arrière des obstacles, il est alors possible que la couche limite se sépare (cf. § 6.4.3).

Les équations (6.8) et (6.9) représentent les **équations de Prandtl** auxquelles on rajoute l'équation de conservation de la masse. Il faut d'autre part indiquer les conditions aux limites : (1) en paroi, $y = 0 : u = 0 ; v = 0$, (2) hors de la couche limite, $y \rightarrow \infty : u = U_e ; v = 0$.

6.4.3 Décollement de la couche limite

Considérons une couche limite permanente. Si on considère les valeurs des différents termes en paroi (i.e., $y = 0$ et $u = v = 0$), il vient d'après l'équation (6.8) :

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_{y=0} \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{dp}{dx} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_{y=0}} \quad (6.10)$$

Cette relation, appelée **équation de compatibilité à la paroi**, montre que la courbure du profil de vitesse est liée au gradient de pression (il ne s'agit pas d'information concernant la tangente à la paroi).

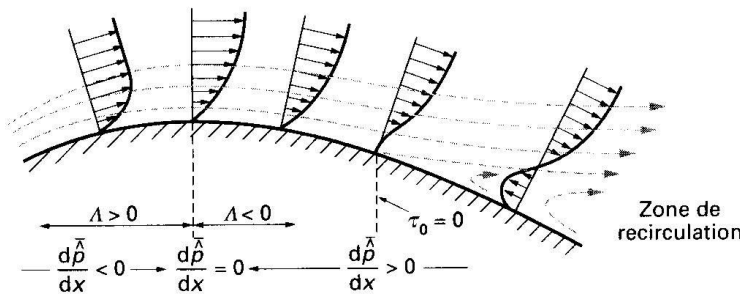


FIGURE 6.13 : Évolution du profil de vitesse dans la couche limite (d'après Comolet [28]).

La figure 6.13 propose des formes de profil de vitesse pour différents signes du gradient de pression, dp/dx . On note que dans la région caractérisée par $dp/dx > 0$, il existe une zone de retour de l'écoulement (appelée zone de recirculation). On dit alors qu'en ce point, la couche limite se sépare ou "décolle". La tangente au profil de vitesse y est normale à la surface de la paroi, $(\partial u / \partial y)_{y=0} = 0$. La contrainte pariétale, τ_p , devient donc nulle en ce point :

$$\tau_p = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = 0 \quad (\text{Décollement}).$$

En appliquant l'incompressibilité de l'écoulement, il vient

$$v = - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \quad (6.11)$$

si le gradient de vitesse est positif, d'après cette relation la composante de vitesse transversale est négative. Le fluide est ramené vers la paroi. L'accélération du fluide tend alors à amincir la couche limite. En revanche, une décélération entrainera une composante v positive. Le fluide est de ce fait poussé vers l'extérieur de la couche

limite⁵. Une décélération du fluide à l'extérieur entraîne un gradient de pression positif

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -U \frac{\partial U}{\partial x} \quad (6.12)$$

Ce gradient de pression adverse étant valable aussi dans la couche limite (d'après l'expression 6.9), s'il est suffisamment important, il peut renverser l'écoulement et provoquer un décollement de la couche limite.



Les équations du mouvement dans la couche limite montrent que la composante tangentielle de la vitesse (u) est très grande devant la composante normale à la surface (v). Ce rapport entre u et v doit être observé partout où les équations de Prandtl ont des solutions physiques acceptables. Mathématiquement ce rapport est vérifié en tout point ne se trouvant pas proche de la zone de décollement (dans cette région, v ne devient plus négligeable). Le décollement ne peut donc se produire que sur la ligne dont les points sont des points singuliers pour la solution des équations de la couche limite.

6.4.4 Comment résoudre les équations de la couche limite ?

À partir des hypothèses de la couche limite, nous aboutissons aux équations (6.8) et (6.9) auxquelles il faut rajouter l'équation de conservation de la masse. Ces équations semblent *a priori* être toutes aussi complexes que celles de Navier-Stokes. Ceci est vrai à une différence près. En effet, la composante perpendiculaire à l'écoulement du bilan de quantité de mouvement (6.9) est radicalement plus simple et devient alors une source d'espoir pour l'obtention d'une solution pour l'écoulement dans la couche limite.

Il existe principalement deux techniques pour atteindre ces solutions : (1) les méthodes classiques (et analytiques) valables dans des cas pratiques simples (§ 6.4.5), (2) des méthodes modernes numériques permettant d'étudier des écoulements autour d'obstacles plus complexes. Retenons donc qu'il n'existe pas à ce jour de solutions exactes généralisées. Autant dans des configurations très simples en régime laminaire, on peut obtenir une solution exacte, autant lorsque la couche limite est turbulente aucune solution exacte n'est connue, consécutivement au manque d'information concernant la turbulence. N'oublions pas d'autre part que la solution de ces équations, à savoir le profil de vitesse, ne nous intéresse que très peu. En effet, celui-ci nous permettra surtout lors d'une deuxième étape d'estimer au mieux la tension pariétale, τ .

5. Cet effet se rajoute à l'épaississement de la couche limite provoqué par la diffusion de quantité de mouvement consécutive à la viscosité.

6.4.5 Couche limite laminaire sur une plaque plane : solution de Blasius

Ce paragraphe propose une application simple effectuée par Blasius⁶ [20] des équations précédentes. Considérons pour cela un écoulement laminaire bidimensionnel, dont les propriétés physiques sont considérées comme étant constantes, au-dessus d'une plaque plane à une incidence nulle. On aura donc $\rho = \text{Cste}$, $\mu = \text{Cste}$, $dp/dx = 0$. Les relations précédentes deviennent :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6.13)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (6.14)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (6.15)$$

L'expérience montre une évolution du profil des vitesses $u(y)$ le long de l'obstacle (i.e., en fonction de x). On peut cependant écrire de façon identique ces profils en faisant intervenir une nouvelle variable η qui fait intervenir les deux autres x et y , $\eta = y\sqrt{U/\nu x}$.

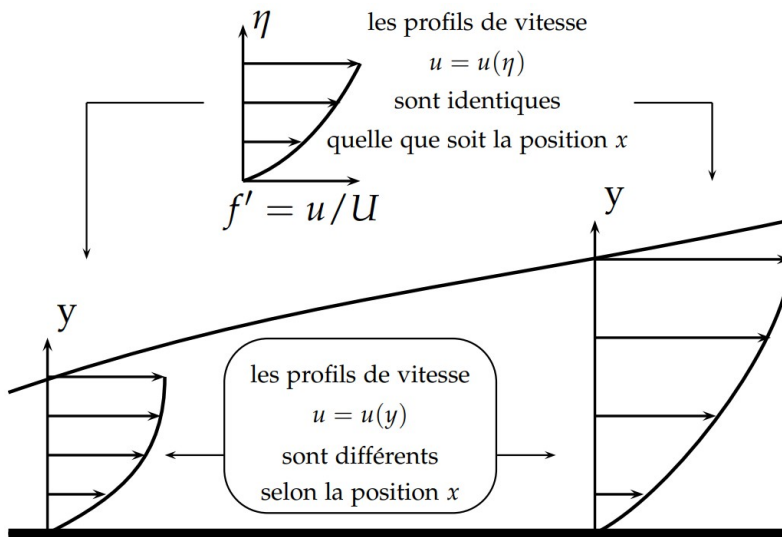


FIGURE 6.14 : Profils de vitesse physiques et transformés.

Dans ce cas, le profil de vitesse $u(\eta)$ reste inchangé (Fig. 6.14). On définit alors une fonction de courant ψ uniquement fonction de la nouvelle variable :

$$\psi(x, y) = \sqrt{\nu x U} f(\eta) = \frac{Ux}{\sqrt{Re_x}} f(\eta)$$

6. Paul Richard Heinrich Blasius (1873-1970), mécanicien allemand. La relation (6.17) a été introduite par Blasius lors de son travail de thèse en 1908. Il fut un des élèves de Prandtl, et cette relation représente la première application de la théorie de la couche limite énoncé par Prandtl en 1904.

et vérifiant $u = \partial\psi/\partial y$ et $v = -\partial\psi/\partial x$. Les calculs permettent d'écrire les expressions des vitesses en fonction de ψ , et de ses dérivées :

$$u = Uf'(\eta) \quad \text{et} \quad v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{U\nu}{x}} (\eta f' - f) \quad (6.16)$$

La dérivée première de la fonction $f(\eta)$ permet ainsi d'écrire la composante selon x de la vitesse. Les relations (6.16) sont introduites dans l'équation (6.14), et après simplification, on obtient :

$$2f''' + ff'' = 0 \quad (6.17)$$

Cette équation est appelée **équation de Blasius**. Remarquons comme il est surprenant à partir de cette méthode transformant les variables de départ (x et y) d'obtenir une équation différentielle très simple dont les solutions sont données dans le tableau 6.1 et sur la figure 6.15.

η	f	$f' = u/U$	f''	η	f	$f' = u/U$	f''
0	0	0	0,33206	2,6	1,07252	0,77246	0,20646
0,2	0,00664	0,06641	0,33199	3,0	1,39682	0,84605	0,16136
0,4	0,02656	0,13277	0,33147	4,0	2,30576	0,95552	0,06424
0,6	0,05974	0,19894	0,33008	5,0	3,28329	0,99155	0,01591
0,8	0,10611	0,26471	0,32739	6,0	4,27964	0,99898	0,00240
1,0	0,16557	0,32979	0,32301	7,0	5,27926	0,99992	0,00022
1,4	0,32298	0,45627	0,30787	8,0	6,27923	1,00000	0,00001
1,8	0,52952	0,57477	0,28293	8,8	7,07923	1,00000	0,00000
2,2	0,78120	0,68132	0,24835				

TABEAU 6.1 : Solutions de l'équation de Blasius

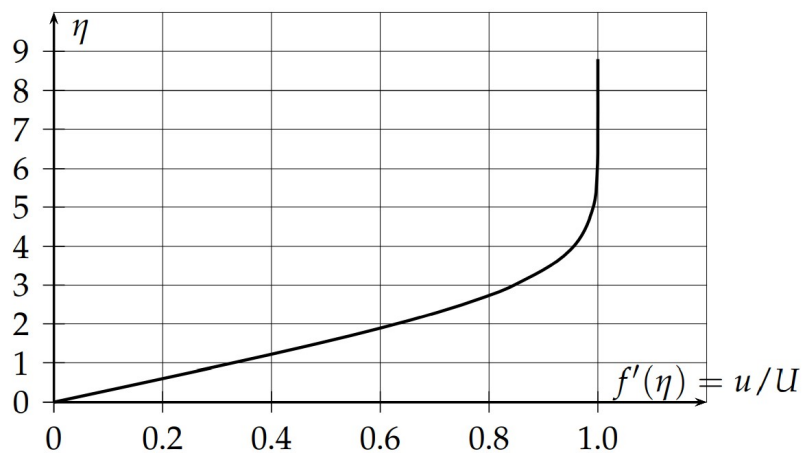


FIGURE 6.15 : Profil de vitesse pour une plaque plane ; solution de Blasius.

D'après la définition de l'épaisseur de couche limite, celle-ci est atteinte lorsque la vitesse u vaut 99% de la vitesse de l'écoulement extérieur : $u(y = \delta) = 0,99 \times U$. Or $f' = u/U$ d'après ce que nous venons de voir précédemment, et vaut 0,99 pour $\eta = 5$.

Soit $\eta = \delta\sqrt{U/\nu x} = 5$, ce qui nous permet d'écrire : $\delta/x = 5/\sqrt{\text{Re}_x}$. On connaît ainsi l'évolution de l'épaisseur de couche limite pour une plaque plane avec une incidence nulle. La solution de l'équation de Blasius faisant intervenir la grandeur f' en paroi, on peut donc formuler la contrainte pariétale, et ensuite le coefficient de frottement pariétal, respectivement :

$$\tau_0(x) = 0,332 \frac{\rho U^2}{\sqrt{\text{Re}_x}} \quad \text{et} \quad c_f(x) = \frac{\tau_0(x)}{\frac{1}{2}\rho U^2} = \frac{0,664}{\sqrt{\text{Re}_x}} \quad (6.18)$$

L'intégration de la contrainte pariétale sur la surface de la plaque permet d'estimer le coefficient de traînée :

$$C_x = \frac{T}{1/2\rho S U^2} = \frac{1,328}{\sqrt{\text{Re}_L}}$$

Cette expression, appelée loi de Blasius, est applicable pour des couches limites laminaires, c'est à dire pour des nombres de Reynolds inférieurs au Reynolds critique $\text{Re}_c = 3,2 \times 10^5$.



(1) La traînée que présente une plaque plane sans inclinaison n'est donc due qu'au seul frottement visqueux, et constitue par conséquent la limite inférieure en matière de traînée parasite, en deçà de laquelle il n'est guère possible de descendre. Néanmoins, ce niveau inférieur n'est pas vraiment fixé. Il est plus ou moins bas selon que la couche limite est laminaire ou turbulente. (2) Les formules quantitatives établies dans ce qui précède ne concernent évidemment que l'écoulement autour d'une plaque plane. (3) La solution obtenue pour la couche limite sur une plaque plane n'est pas satisfaisante au bord d'attaque de la plaque. En effet, dans cette région, l'approximation de la couche limite n'est plus valable. Pour analyser cette zone, il faut utiliser les équations de Navier-Stokes dans leur formulation complète.

Application numérique : si on considère une plaque carrée de 1 m de longueur placée dans un écoulement de vitesse 5 m/s, on trouve les valeurs suivantes :

- $\delta(x=L) = 5L/\sqrt{\text{Re}_L} = 8,55 \text{ mm}$;
- $C_D = 1,328/\sqrt{\text{Re}_L} = 2,27 \times 10^{-3}$;
- $T = 3,42 \times 10^{-2} \text{ N}$.

6.4.6 Transition vers la turbulence dans la couche limite

Lorsque le nombre de Reynolds local, Re_x , devient suffisamment grand, la couche limite laminaire devient instable et une partie de cette couche limite devient turbulente (Fig. 6.16). La surface de l'obstacle est alors divisée longitudinalement en deux voire trois parties : (1) la couche limite laminaire, (2) la couche limite turbulente, et (3) la région située au-delà de la ligne de décollement (ou point de décollement en 2D) si un fort gradient de pression est présent. La présence de la turbulence dans la couche limite augmente le transfert de quantité de mouvement. L'apport de fluide de grande vitesse vers la paroi permet à la couche limite de mieux résister aux effets d'un gradient de pression, et le point de décollement se trouve alors retardé. Le transition

vers la turbulence est observée pour des valeurs du nombre de Reynolds $Re = 3,8 \times 10^5$ pour la sphère (Fig. 6.18) et $Re = 3,0 \times 10^5$ pour le cylindre (Fig. 6.3). La taille du sillage étant fortement diminuée, le coefficient de traînée est alors caractérisé par des valeurs plus faibles. On parlera de *crise de la traînée*.

L'état de surface des obstacles influence la localisation dans la couche limite de la transition vers la turbulence. Le nombre de Reynolds critique devient plus faible lorsque la rugosité de la surface augmente [13, 14] (Fig. 6.19). La figure 6.20 propose l'évolution du coefficient de traînée d'une balle de golf, d'un ballon de football, et d'une sphère lisse. Parmi ces trois obstacles, la chute de la traînée se produit pour une valeur plus faible du Reynolds pour la balle de golf comparativement à la sphère lisse. La longueur parcourue par cette balle est susceptible d'être plus importante dans ce cas. De ce fait, les équipementiers sportifs s'intéressent grandement à ces effets afin de proposer des produits de plus en plus performants. Les fabricants de ballons de football ont notamment travaillé l'état de surface, par le biais entre autre des coutures, dans le but d'améliorer leur stabilité et permettant d'autre part de diminuer de près de 30% la traînée (Fig. 6.21).

6.4.7 Couche limite turbulente

L'étude de la turbulence est très complexe, et demeure encore de nos jours un des modes de mouvement pour un fluide les moins compris. Pour ces raisons, ce document se bornera à décrire de façon très succincte les différences impliquées par rapport à l'étude des couches limites laminares.

Couche limite turbulente sur une plaque plane

Pour un écoulement incompressible au-dessus d'une plaque plane, l'épaisseur de la couche limite est estimée par l'expression :

$$\delta = \frac{0,37x}{Re_x^{1/5}} \quad (6.19)$$

Notons à partir de l'équation 6.19 que dans ce type d'écoulement l'épaisseur de la couche limite varie proportionnellement à $Re_x^{-1/5}$, alors qu'en écoulement laminaire celle-ci varie évolue comme $Re_x^{-1/2}$. Ainsi l'épaisseur augmente plus rapidement lorsque l'abscisse curviligne croît ($\delta \propto x^{4/5}$ en turbulent, et $\delta \propto x^{1/2}$ en laminaire). De ce fait, les coefficients de frottement sont différents. Dans le cas d'un écoulement turbulent sur une plaque plane, celui-ci vaut :

$$c_f = \frac{0,074}{Re_x^{1/5}} \quad (6.20)$$

expression à comparer avec la relation 6.18. Il apparaît donc que les frottements visqueux sont plus importants lorsque la couche limite devient turbulente.

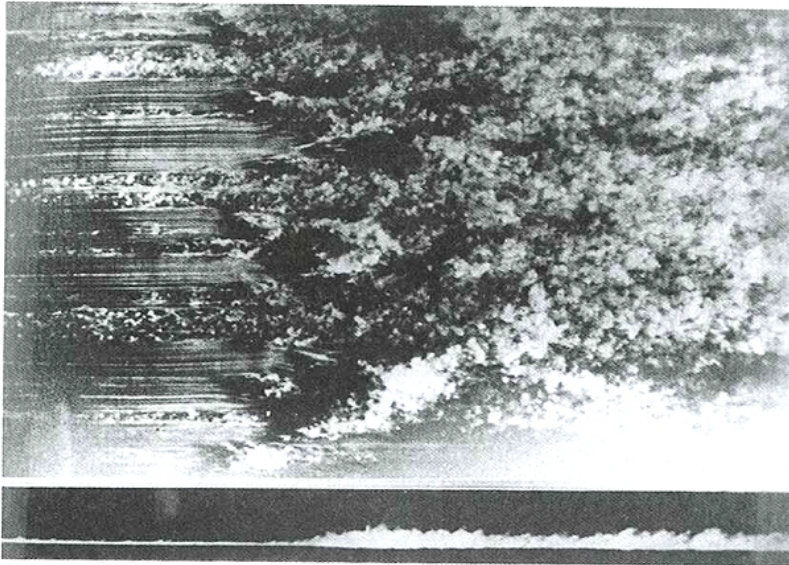


FIGURE 6.16 : Vue supérieure de la transition d'une couche limite laminaire vers une couche limite turbulente pour une plaque plane non-inclinée (d'après Nakayama [62]).

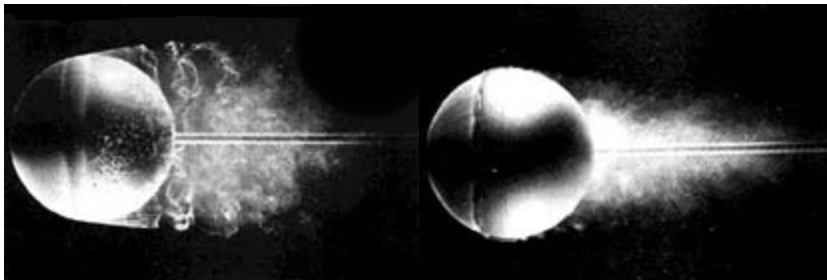


FIGURE 6.17 : Influence de la position du point de décollement sur la taille de la traînée (photo : ONERA). À gauche, $Re < Re_c$; à droite $Re > Re_c$, avec $Re_c = 3 \times 10^5$.

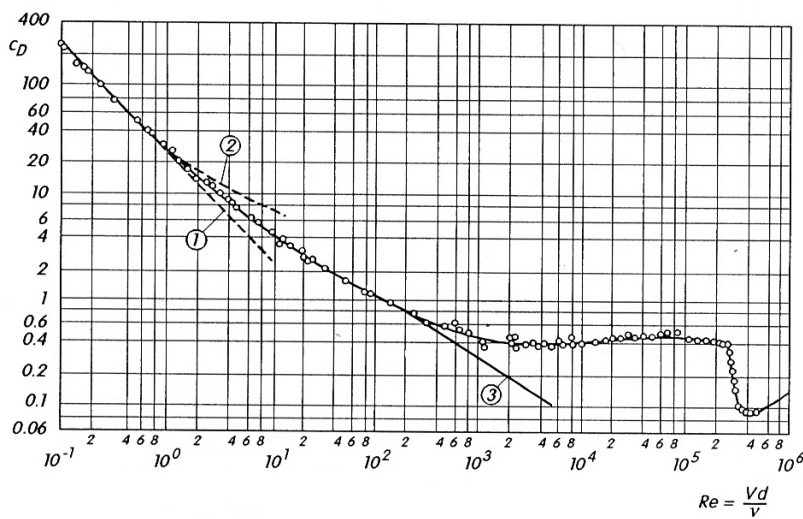


FIGURE 6.18 : Évolution du coefficient de traînée d'une sphère avec le nombre de Reynolds basé sur le diamètre.

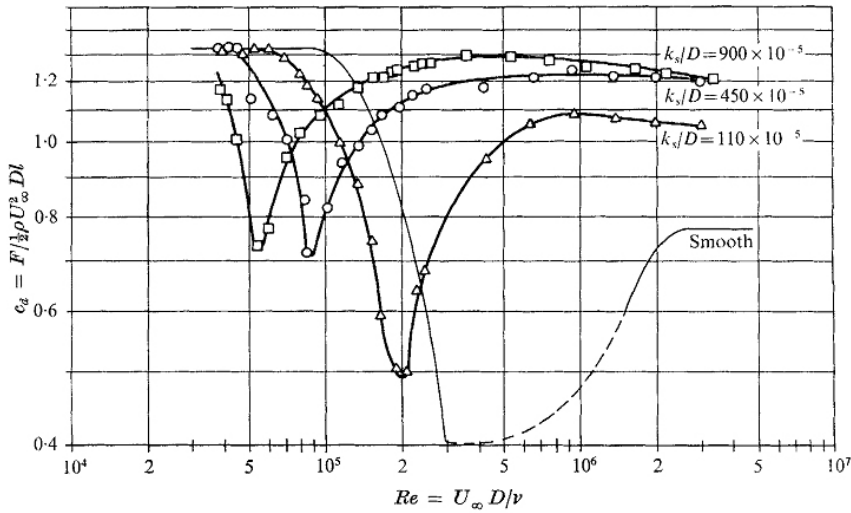


FIGURE 6.19 : Influence de la rugosité d'une surface sur les coefficients de traînée d'un cylindre. La rugosité est caractérisée par le paramètre k/D avec k la taille des rugosité et D le diamètre du cylindre (d'après Achenbach [13]).

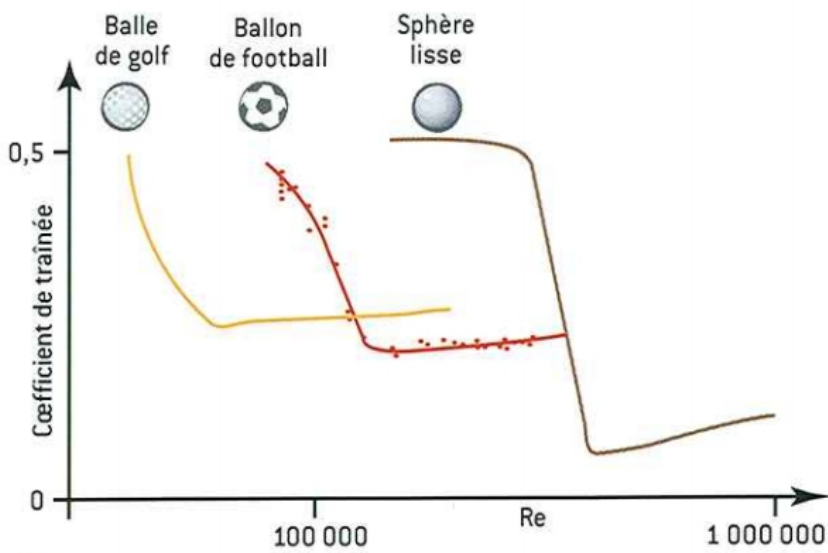


FIGURE 6.20 : Coefficients de traînée d'une balle de golf, d'un ballon de football, et d'une sphère lisse (d'après Guyon [48]).

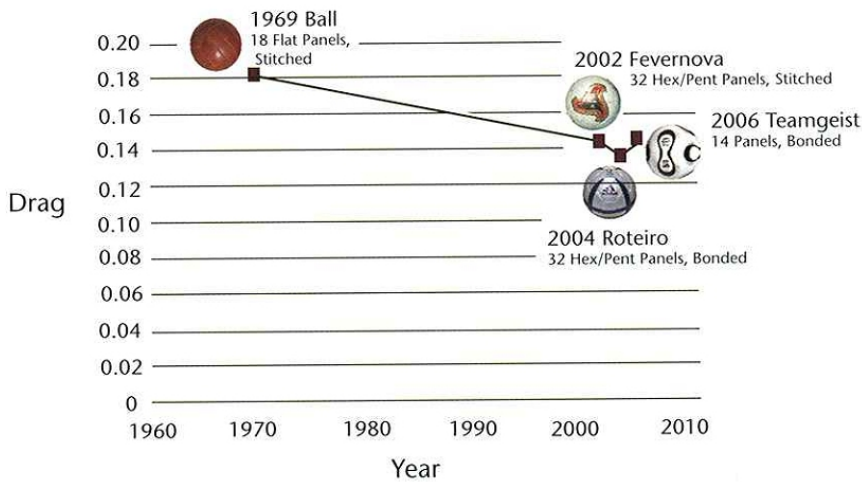


FIGURE 6.21 : Évolution du coefficient de traînée de ballons de football sans rotation et à très grande vitesse (d'après Barber [17]).

Modélisation de la turbulence

Les expressions des coefficients de frottement vus plus haut sont basées sur des configurations simples d'écoulement (plaque plane). Dans des cas de formes d'obstacles plus complexes, celles-ci sont inutilisables. Les codes de calculs numériques, permettant alors d'obtenir des solutions quelle que soit la configuration, impliquent les équations de conservation de la masse, le bilan de quantité de mouvement, et l'équation d'énergie (dans le cas d'écoulements compressibles). Ces calculs sont effectués à l'aide de techniques numériques (différences finies, éléments finis, volumes finis, ...) dont il ne sera pas discuté ici.

Elles sont basées aussi pour certaines sur une modélisation de la turbulence. Dans ce type d'approche, les effets de la turbulence sont simplement impliqués par l'addition d'un terme, la viscosité turbulente μ_T , à la viscosité "moléculaire" μ . Le bilan de quantité de mouvement selon x s'écrit alors :

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + (\mu + \mu_T) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (6.21)$$

où les différents paramètres de vitesse et pression sont des valeurs moyennes (la turbulence est mis de côté pour ne s'intéresser qu'à l'écoulement moyen). La difficulté réside ici dans l'estimation de la valeur locale de la viscosité turbulente à partir des propriétés de l'écoulement. Il faut en effet que ce paramètre représente au mieux les particularités de la turbulence en chacun des points de calculs. Il existe pour cela plusieurs types de modèles : algébriques pour les plus simples, et avec une ou deux équations supplémentaires représentant le transport de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation pour les plus complexes. Le plus connu à ce jour est le modèle ke qui donne des résultats satisfaisants pour des écoulements en absence de recirculation.

6.4.8 Écoulement laminaire ou turbulent ?

Nous avons vu plus haut l'influence du type d'écoulement dans la couche limite sur l'écoulement global et sur la traînée. Une question se pose alors : est-il préférable d'avoir un écoulement laminaire ou turbulent ? Il n'y a pas de réponse tranchée. En effet, cela dépend surtout de la forme de l'obstacle. Ainsi pour des corps profilés, l'écoulement adhère à la surface (*i.e.*, absence de décollement) et la traînée de pression est faible. On préférera dans ce cas un écoulement restant laminaire sur une surface la plus grande possible. L'avion de guerre XP-51 Mustang (Fig. 6.22), conçu en 1940 par l'aviation américaine en collaboration avec la *National Advisory Committee for Aeronautics* (NACA), possède des ailes dont le profil a été dessiné pour respecter au mieux ce concept⁷. Néanmoins il a été avéré par la NACA que l'état de surface ne fût pas assez lisse pour maintenir suffisamment l'écoulement laminaire. L'apparition d'imperfections et de dépôts au cours du vol sur la surface entraînant une transition de la couche limite laminaire vers celle turbulente. Ces aspects ont été améliorés depuis, avec par exemple le profil NACA 23015 pour l'aviation de masse [12] puis le

7. Le terme anglais souvent employé pour ce type d'aile est *Laminar Flow Airfoil*.

profil "laminaire" NACA 63-215 ayant un coefficient de traînée plus faible mais caractérisé par un domaine d'utilisation de portance plus réduit (Fig. 6.23). Plus tard le profil NASA NLF(I)-0115 [78] fût proposé et possédant un coefficient de traînée aussi faible que le profil NACA 63-215 tout en ayant une gamme d'utilisation de la portance aussi grande que le profil NACA 23015.



FIGURE 6.22 : Mustang XP-51 41-039).

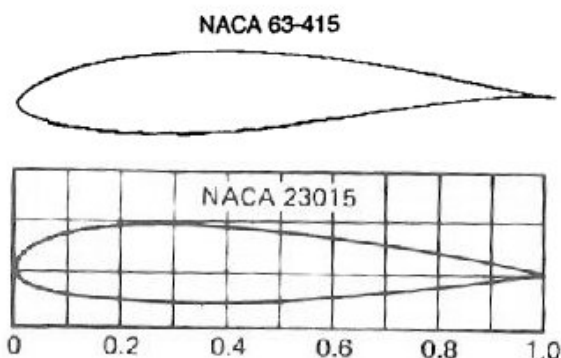


FIGURE 6.23 : Profils NACA 63-415 (proche du profil 63-215) et 23015.

Par contre, si l'obstacle n'est plus profilé, le sillage est tel que la traînée de pression devient importante et celle de frottement très négligeable. La transition vers la turbulence est alors une solution pour à la fois réduire la zone de sillage et la traînée.

6.5 Coefficients sans dimension

La traînée et la portance jouent un rôle déterminant dans l'analyse des performances d'un avion. En effet, lors d'un vol à une vitesse constante, appelée **vitesse de croisière**, la résultante de ces forces est nulle (Fig. 6.24). De ce fait, la portance équilibre le poids total de l'avion, et la poussée des moteurs équilibre la traînée.

Nous avons introduit plus haut des coefficients qui ne sont pas uniquement d'ordre pratique mais surtout majeur pour l'ingénieur en aérodynamique. Celui-ci s'intéressera essentiellement à leur évolution vis à vis de divers paramètres pour évaluer l'état de vol de l'avion.

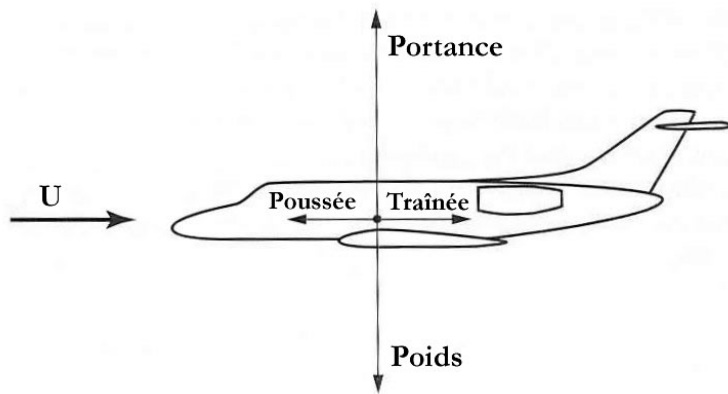


FIGURE 6.24 : Schématisation des 4 efforts s'exerçant sur un avion.

6.5.1 Définition de la surface de référence

Les coefficients aérodynamiques font intervenir une surface de référence caractérisant au mieux l'obstacle. On note principalement trois types de surface de référence :

- Le maître couple (ou surface frontale) : elle est généralement considérée pour des corps non aérodynamiques (sphère, cylindre, parallélépipédique, ...) (Figure 6.25) ;
- La projection sur un plan selon l'écoulement (i.e., surface vue de haut) : elle est utilisée pour des corps minces tels que les ailes d'avion ;
- La surface mouillée : elle correspond à la surface en contact avec le fluide. Cette référence est souvent utilisée pour les bateaux.

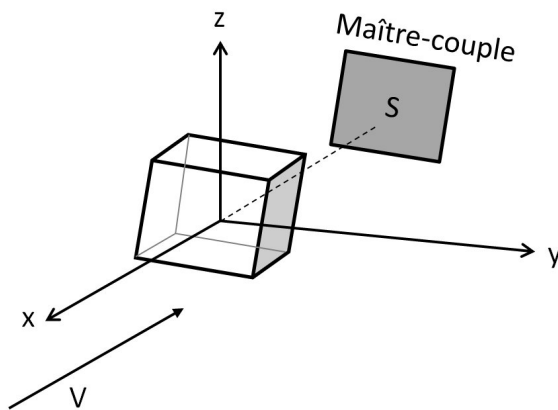


FIGURE 6.25 : Définition du maître-couple d'un obstacle parallélépipédique.

La surface de référence doit rester constante lorsque l'obstacle voit son inclinaison varier. Elle représente de façon intrinsèque l'obstacle, quelle que soit la configuration. Les clichés d'Étienne-Jules Marey⁸ illustrent très bien ce propos (Fig. 6.26). Les maîtres-couples du prisme dans les deux cas sont identiques, mais le sillage est plus étendu dans la deuxième configuration. La traînée sera donc plus importante. On utilisera dans cet exemple la surface mouillée pour les raisons évoquées plus haut dans ce paragraphe.

8. Etienne-Jules Marey (1830-1904), physiologiste, médecin, biomécanicien, et inventeur en 1882 de la chronophotographie, base technique de la cinématographie, a consacré trois des dernières années de sa vie, de 1899 à 1901, à photographier les mouvements de l'air.

Notons à cette occasion, le rôle crucial des arrêtes vives dans l'aérodynamisme des corps.

Dans le domaine de l'automobile, la quantité SC_x est plus utilisée que le coefficient de traînée, celui-ci désignant la qualité d'un véhicule indépendamment de sa taille. En divisant ce paramètre par la surface frontale du véhicule (comprise entre $1,75 \text{ m}^2$ et $2,25 \text{ m}^2$), on obtient le C_x (de l'ordre de $0,28$ et $0,40$ pour les véhicules actuels). Par ailleurs, dans le domaine de construction des grues, cette même quantité (*i.e.* SC_x) appelée surface au vent est étudiée [88]. Il est très difficile dans cette application d'estimer sa valeur numérique puisque l'obstacle est en treillis rendant alors l'écoulement dans son voisinage très complexe et des effets de sillage très prononcés.

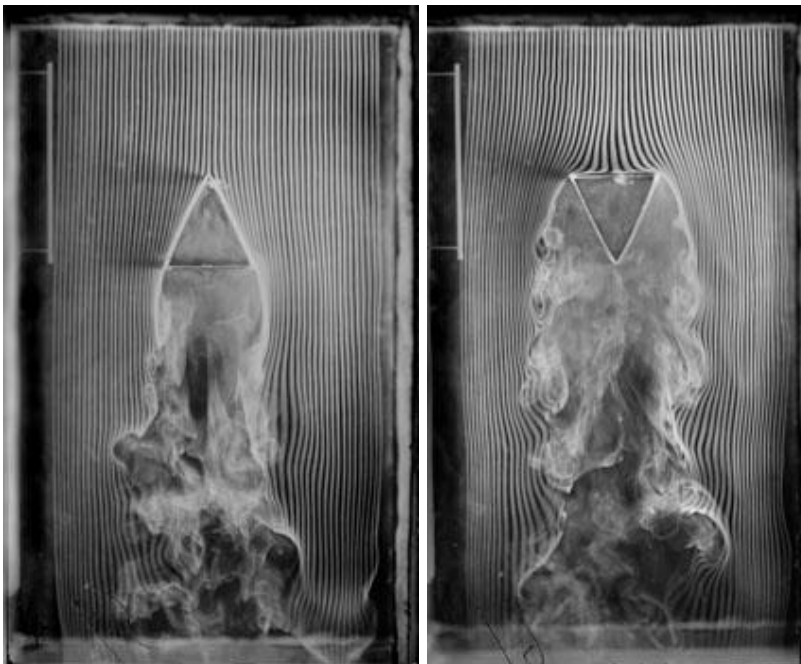


FIGURE 6.26 : Prisme triangulaire orienté différemment face au courant. Quatrième et dernière version de la machine à fumée équipée de 57 canaux mise au point par Etienne-Jules Marey en 1901 pour son étude sur le mouvement de l'air (Agrandissement moderne d'après la plaque négative au gélatino-bromure sur verre. Paris, Cinémathèque française).

6.5.2 Influence de l'écoulement

Pour chacun des obstacles étudiés précédemment, qu'il soit cylindrique ou sphérique, on observe une évolution de leur coefficient de traînée avec le nombre de Reynolds (Figs. 6.3 et 6.18). Ce comportement est lié à la forme de l'écoulement autour de l'obstacle évoluant avec sa vitesse. Considérons le cas d'un écoulement au passage d'un cylindre circulaire, les différents régimes d'écoulement étant schématisés par Lienhard [54] sur la figure 6.27. Le nombre de Reynolds est défini à partir de la vitesse amont au cylindre, du diamètre du cylindre, et de la viscosité cinématique du fluide, $Re = UD/\nu$. En dessous de la valeur $Re = 5$, l'écoulement contourne le cylindre parfaitement sans qu'aucune séparation de l'écoulement apparaisse. Dans la gamme $5 \leq Re \leq 45$, l'écoulement se sépare dans la région aval du cylindre pour former deux tourbillons collés dans le sillage proche. Au-delà de $Re = 45$, une rangée de tourbillons est formée ayant un comportement laminaire. Pour des valeurs comprises entre $Re = 150$ et $Re = 300$, ces tourbillons se détachent différemment et commencent à

se comporter de façon turbulente bien que la couche limite sur ce cylindre reste laminaire. Dans la région sous-critique, $300 \leq Re \leq 3,5 \times 10^5$, la couche limite laminaire se sépare à 80 degré du point d'arrêt, et la production de tourbillons est cette fois bien définie et périodique. Dans le régime de transition, $1,5 \times 10^5 \leq Re \leq 3,5 \times 10^6$, la couche limite du cylindre est turbulente et décolle à une valeur plus en aval, 140 degré. Ce régime, appelé *crise de la traînée*, est caractérisé par une chute de la traînée. Dans le régime supercritique, $Re \geq 3,5 \times 10^6$, la génération périodique de tourbillons reprend.

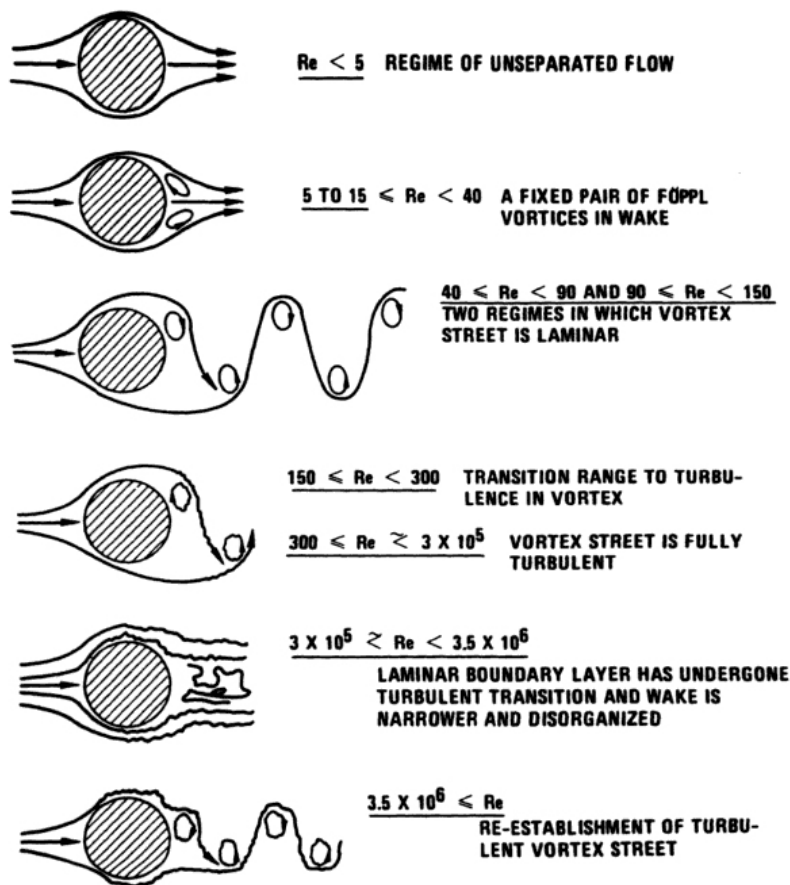


FIGURE 6.27 : Régimes d'écoulement au passage d'un cylindre circulaire (d'après Leinhard [54]).

Les lâchers d'instabilités par l'obstacle sont caractérisés par le nombre de Strouhal,

$$St = \frac{fD}{U},$$

où U est la vitesse amont au cylindre, D son diamètre, et f le nombre d'instabilités générées par une même région du cylindre (i.e. supérieure ou inférieure) pendant une seconde. Ce nombre correspond donc à la fréquence adimensionnelle des lâchers de tourbillon par le solide. Les efforts aérodynamiques sont sensibles à ces instationnarités et sont caractérisés à leur tour par des valeurs périodiques. Ainsi la portance évolue autour d'une valeur nulle avec une fréquence identique à celle des lâchers de tourbillons d'une même rangée. La traînée est sensible quant à elle à chaque tourbillon généré, et donc au double de la fréquence précédente. Le nombre de Strouhal

dépend du régime d'écoulement (Fig. 6.28), mais aussi de la forme de l'obstacle. Ainsi le nombre de Strouhal pour des formes prismatiques est affecté par les dimensions relatives de l'obstacle, les formes des coins et est compris dans la gamme $0,1 < St < 0,2$ (Fig. 6.29). Pour des obstacles arrondis, cette gamme devient $0,2 < St < 0,3$ (Fig. 6.30).

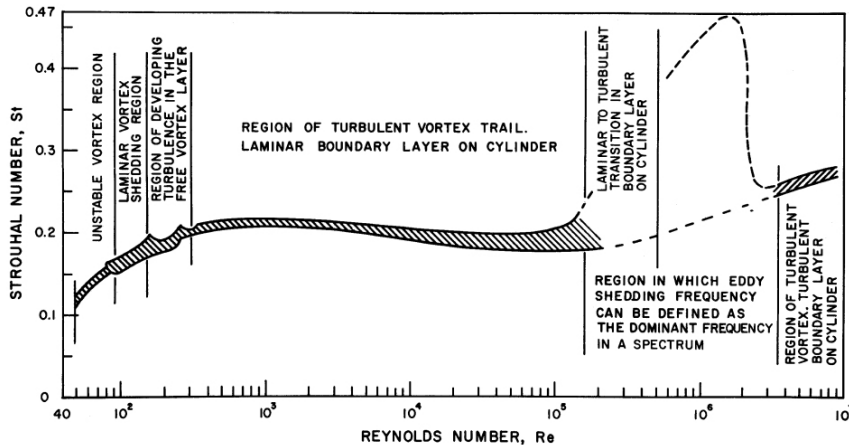


FIGURE 6.28 : Évolution du nombre de Strouhal avec le nombre de Reynolds pour un cylindre circulaire. La région hachurée a été définie à partir de plusieurs résultats expérimentaux (d'après Leinhard [54]).

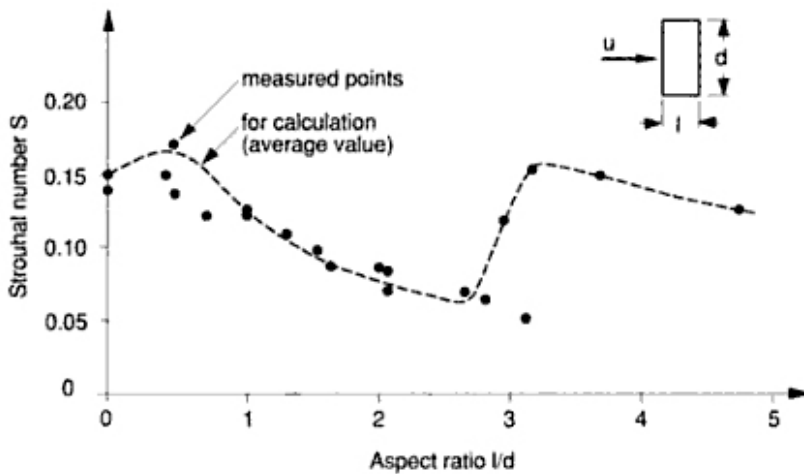


FIGURE 6.29 : Évolution du nombre de Strouhal pour des cylindres de sections rectangulaires différentes (d'après Bachmann [36]).

6.5.3 Influence de la forme de l'obstacle placé dans l'écoulement

Nous l'avons vu plus haut, les valeurs numériques des coefficients de traînée d'un cylindre circulaire et d'une sphère sont différents, ceci pour les mêmes valeurs du nombre de Reynolds et pour des coefficients basés sur les mêmes définitions de la surface de référence. En effet, lorsque $Re = 4,4 \times 10^4$, $C_D \approx 1,2$ et $C_D \approx 0,4$ pour le cylindre et la sphère respectivement (Figs. 6.3 et 6.18). Ceci montre l'influence de la forme de l'obstacle sur la valeur numérique du coefficient de traînée. Cette observation est confirmée avec l'obstacle cylindrique à section carrée cette fois-ci. Toujours lorsque $Re = 4,4 \times 10^4$, on note $C_D = 2,0$ pour la section carrée avec des coins presque vifs (visuel du haut de la figure 6.31), soit une valeur plus élevée que celle mesurée

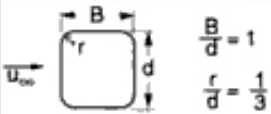

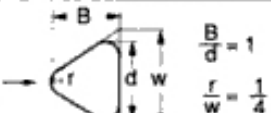
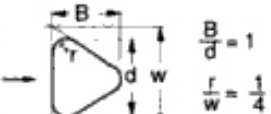
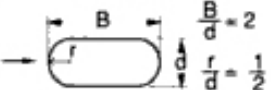

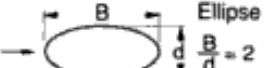
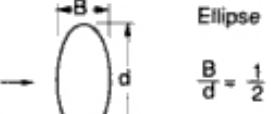
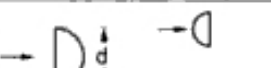
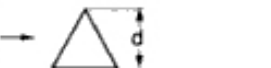
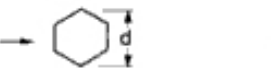
Shape of cross-section	Strouhal number $S = \frac{f_w \cdot d}{u_{\infty}}$	Valid range of Reynold's number
 $\frac{B}{d} = 1$ $\frac{r}{d} = \frac{1}{3}$	0.33	$2 \times 10^6 > Re > 4 \times 10^5$
 $\frac{B}{d} = 1$ $\frac{r}{w} = \frac{1}{3}$	0.2 → 0.35 0.35	$7 \times 10^5 > Re > 4 \times 10^5$ $2 \times 10^6 > Re > 7 \times 10^5$
 $\frac{B}{d} = 1$ $\frac{r}{w} = \frac{1}{4}$	0.2 0.3	$8 \times 10^5 > Re > 3 \times 10^5$ $Re > 3 \times 10^5$
 $\frac{B}{d} = 1$ $\frac{r}{w} = \frac{1}{4}$	0.2 0.65	$5 \times 10^5 > Re > 3 \times 10^5$ $1.6 \times 10^6 > Re > 6 \times 10^5$
 $\frac{B}{d} = 2$ $\frac{r}{d} = \frac{1}{2}$	0.4	$2.5 \times 10^6 > Re > 3 \times 10^5$
 $\frac{B}{d} = \frac{1}{2}$ $\frac{r}{d} = \frac{1}{4}$	0.2 → 0.35 0.35	$6 \times 10^5 > Re > 2 \times 10^5$ $1 \times 10^6 > Re > 6 \times 10^5$
 Ellipse $\frac{B}{d} = 2$	0.12 0.60	$5 \times 10^5 > Re > 3 \times 10^5$ $2 \times 10^6 > Re > 1 \times 10^6$
 Ellipse $\frac{B}{d} = \frac{1}{2}$	0.2	$7 \times 10^5 > Re > 1 \times 10^5$
	0.22 0.125	$Re > 8 \times 10^4$ $Re > 5 \times 10^4$
	0.13 → 0.22	$Re = 0.3 + 1.4 \times 10^5$
	0.14 → 0.22	$Re > 0.8 \times 10^5$

FIGURE 6.30 : Nombre de Strouhal pour des obstacles fermés (d'après Bachmann [36]).

pour la section circulaire. On observe d'autre part que lorsque le rayon du congé augmente, une *crise de la traînée* existe et ceci pour un nombre de Reynolds critique Re_c se rapprochant de celui observé pour la section circulaire ($Re_c = 3,0 \times 10^5$), au fur et à mesure que le congé voit sa valeur augmenter. Ainsi toutes ces observations montrent que les valeurs numériques des coefficients dépendent de la forme de l'obstacle plus que de la taille de cet obstacle.

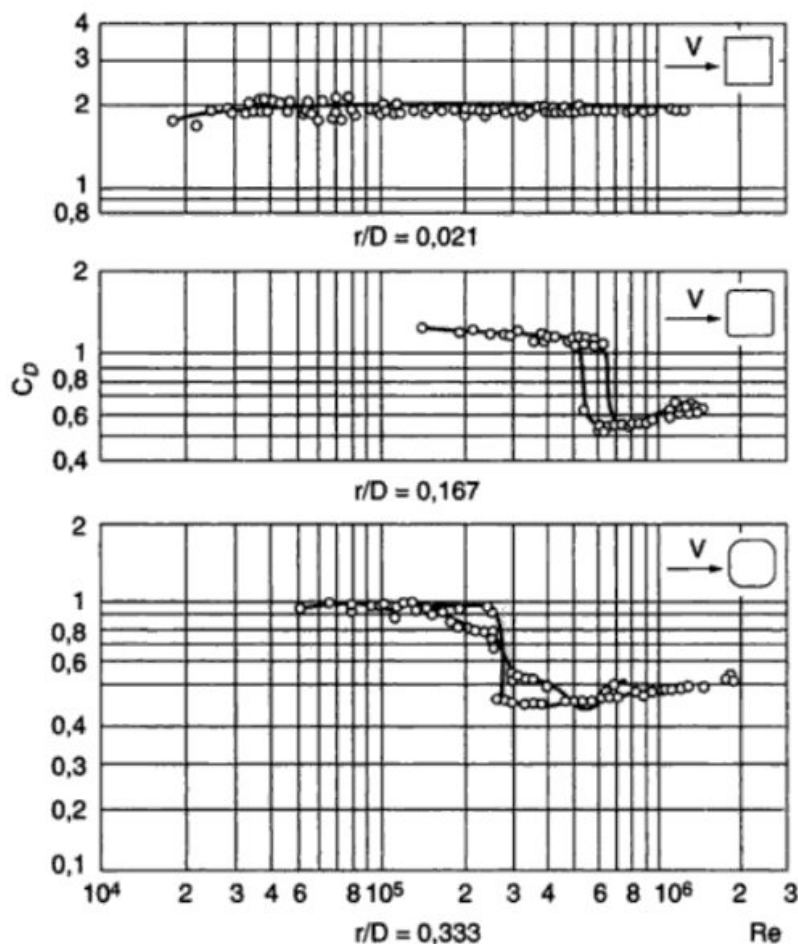


FIGURE 6.31 : Influence du congé dans les coins d'un cylindre à section carrée sur le coefficient de traînée (d'après ScrutonRogers [77]).

6.5.4 Influence de l'angle d'attaque

Étude locale

Lorsque l'angle d'attaque d'une aile change, on note une variation de la répartition de la pression autour du profil. On tracera alors le coefficient de pression, déterminé à l'aide la pression de référence p_∞ (celle de l'écoulement amont), et de la pression dynamique de l'écoulement $\frac{1}{2}\rho V_\infty^2$, tel que

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2}$$

Ce coefficient est négatif le long de l'extrados, et positif le long de l'intrados, caractérisant ainsi les effets d'aspiration et de poussée. On observe d'autre part sur la

figure 6.32 que le fait d'incliner le profil augmente la dépression sur l'extrados. Cependant, cette évolution est rompue pour une inclinaison trop importante de l'aile.

Étude globale

Les variations des deux coefficients vis à vis de l'angle d'attaque sont données sur la figure 6.33.a. On note que le coefficient de portance croît de façon linéaire avec α jusqu'à une valeur (appelée **angle de décrochage**) pour laquelle l'avion voit sa portance terriblement chuter. Ceci est consécutif au décollement de la couche limite, étant donnée la forte réduction de la vitesse proche du profil. Le coefficient de traînée fait apparaître quant à lui un minimum. On voit donc que pour des angles différents la portance est maximale et la traînée minimale. Il convient alors de trouver un compromis sur la valeur de l'angle, qui donnera à l'aile sa meilleure efficacité.

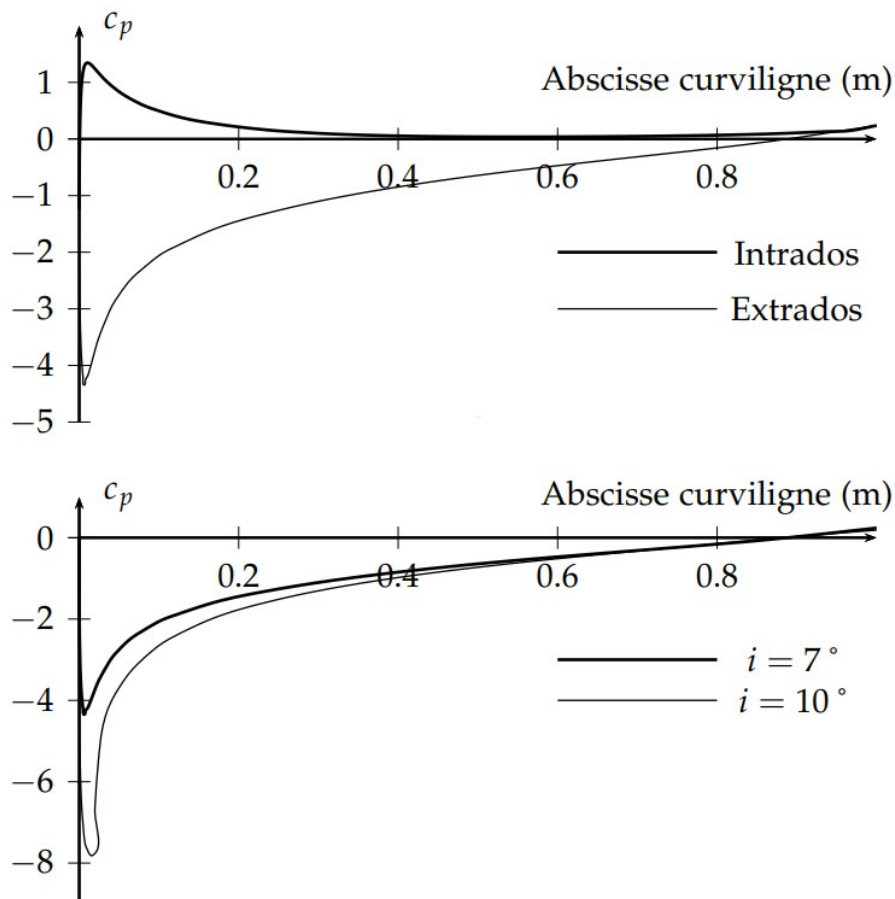


FIGURE 6.32 : Coefficient de pression le long du profil d'aile. (a), répartition sur les deux surfaces; (b), influence de l'angle d'attaque sur le coefficient de pression le long de l'extrados. Résultats numériques obtenus à partir du code de calculs Fluent - le profil est caractérisé par une corde d'un mètre et l'écoulement par une vitesse de 119,7 m/s ($M = 0,4$, $T = -50^\circ\text{C}$).

On peut alors raisonner sur le rapport des deux efforts :

$$\frac{\text{Portance}}{\text{Traînée}} = \frac{1/2\rho U^2 C_z}{1/2\rho U^2 C_x} = \frac{C_z}{C_x} \quad (6.22)$$

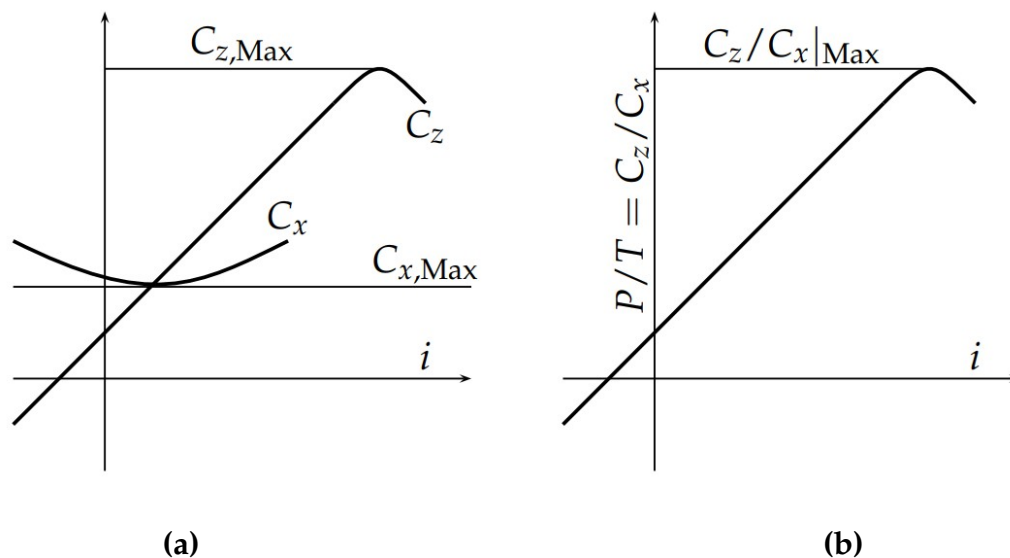


FIGURE 6.33 : Influence de l'angle d'attaque sur les coefficients de traînée et de portance (a), et sur la finesse (b).

que l'on cherchera ainsi à faire tendre vers un maximum. Ce rapport est appelé **finesse** et nous lui donnerons un autre sens physique plus loin. On peut dès lors tracer la finesse en fonction de l'angle d'attaque (Fig. 6.33.b) et se rendre compte de la présence d'un angle (unique) pour lequel l'aile est la plus efficace.

6.5.5 Polaire

Une représentation, souvent utilisée pour caractériser une aile, est celle du coefficient de portance en fonction du coefficient de traînée : **polaire d'une aile** (Fig. 6.34). Celle-ci est graduée en incidence, la branche inférieure correspondant aux angles d'incidence faibles.

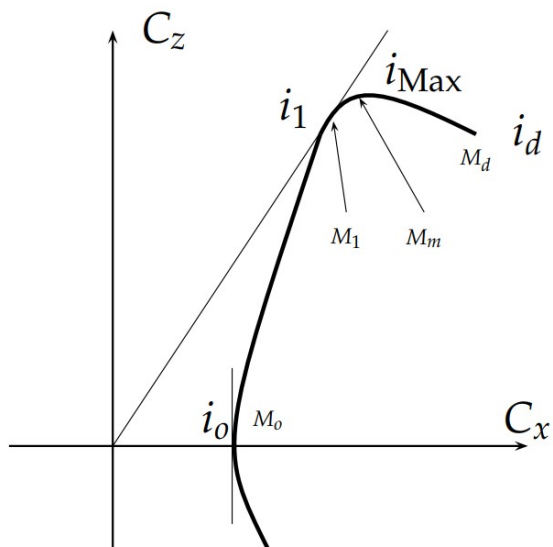


FIGURE 6.34 : Exemple typique d'une polaire.

Les principaux points caractéristiques d'une polaire sont (i) M_0 le point de portance nulle, (ii) M_1 le point de finesse maximale (pente maximale pour i dans l'intervalle $[i_0; i_m]$), (iii) le point de portance maximale, (iv) M_d le point de décrochage. On peut remarquer qu'il existe un lien entre l'angle de finesse maximale et une consommation minimale. En vol, à altitude et vitesse constantes, le poids est équilibré par la portance et la propulsion équilibre la traînée :

$$\frac{1}{2}C_z\rho V^2S = mg \quad (6.23)$$

$$\frac{1}{2}C_x\rho V^2S = F_p \quad (6.24)$$

avec F_p la force de propulsion. Le rapport des deux équations précédentes donnent

$$\frac{C_z}{C_x} = f = \frac{mg}{F_p} \quad \text{ou} \quad \boxed{F_p = \frac{mg}{f}} \quad (6.25)$$

D'après la relation (6.25), la force de propulsion, pour un poids donné, est minimale pour une finesse maximale. En ce point, la consommation est la plus faible.

On peut effectuer un raisonnement similaire pour connaître la configuration d'une vitesse maximale, ceci pour une force de propulsion donnée. D'après la relation (6.24), on peut écrire

$$V = \sqrt{\frac{2F_p}{\rho S C_x}} \quad \text{d'où} \quad \boxed{V_{\text{Max}} = \sqrt{\frac{2F_p}{\rho S C_{x,\text{min}}}}} \quad (6.26)$$

ceci est obtenu pour des incidences faibles.

6.5.6 Quelques ordres de grandeurs

Ce paragraphe a pour but d'une part de donner les ordres de grandeur des coefficients de traînée communément rencontrés. D'autre part, il permettra au lecteur de se familiariser aux relations entre traînée et coefficient de traînée. Quelques valeurs typiques sont données sur la figure 6.35. Notons que pour tous ces cas, la même longueur de référence a été prise (d) et que les coefficients sont donnés par unité de profondeur pour s'affranchir des effets tridimensionnels (i.e., $S = d \times 1$).

Coefficients de traînée

On note de prime abord que le C_x est fortement lié à la taille du sillage, ce qui confirme les propos précédents (cf. page 150).

La plaque plane placée perpendiculairement à l'écoulement génère le coefficient de traînée le plus important ($C_x = 2$). Cette configuration est en effet la plus défavorable à l'avancement des corps.

La figure (b) montre le cas d'un cylindre, avec pour coefficient $C_x = 1,2$ beaucoup plus faible que le cas précédent. Cependant, celui-ci peut être très fortement diminué en travaillant le profil en aval de l'obstacle. $C_x = 0,12$ pour le cas (c).

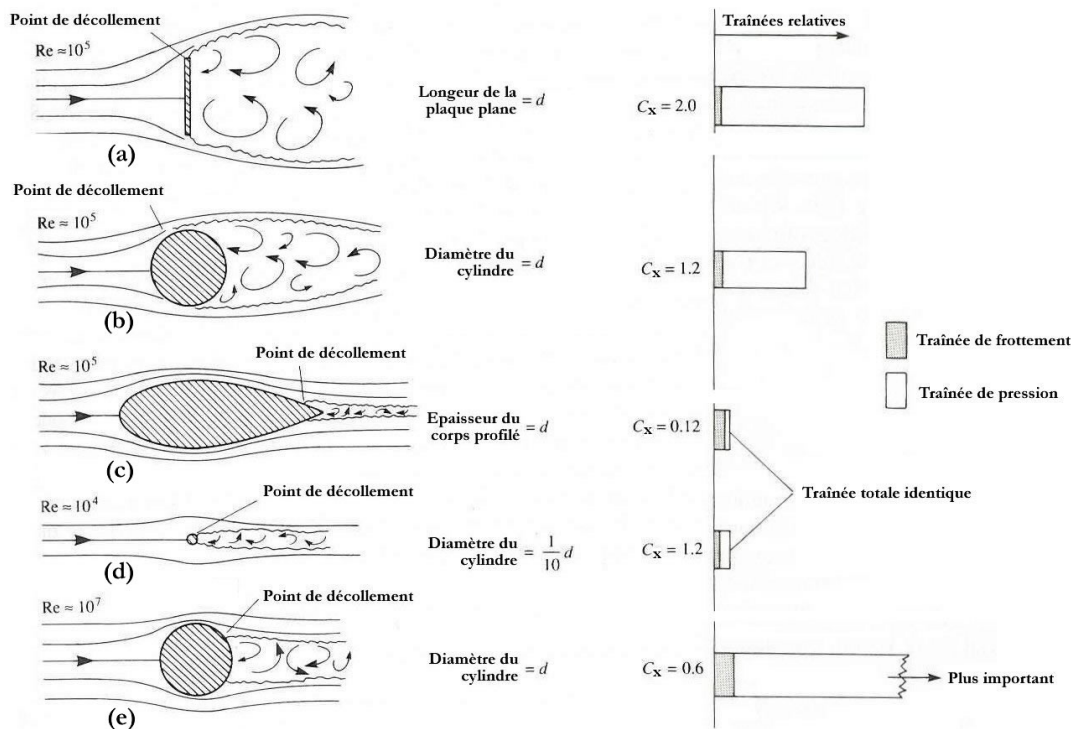


FIGURE 6.35 : Coefficients de traînée et répartition des traînées de frottement et de pression pour différentes formes de profil (d'après Anderson [15]).

Considérons les cas (b) et (d) présentant les mêmes valeur de C_x . Le dernier cas considère un cylindre de diamètre $d/10$ entraînant donc un nombre Reynolds dix fois moins important (on considère les autres paramètres inchangés). L'expérience montre que C_x ne varie pas pour des nombres de Reynolds compris dans l'intervalle $[10^4, 10^5]$; d'autre part la forme est conservée, le coefficient de traînée reste donc identique dans les deux cas. Cependant la traînée dans le deuxième cas est dix fois moins élevée que le cas (b) car la surface de référence est dix fois moins grande.

Une autre comparaison est illustrée sur les cas (c) et (d). Nous comparons ici un large corps profilé avec un cylindre de diamètre faible. Pour le corps profilé, la traînée vaut :

$$T = \frac{1}{2} \rho U^2 S C_x = 0,12 \left(\frac{1}{2} \rho U^2 d \right)$$

alors que pour le cylindre, on a

$$T = \frac{1}{2} \rho U^2 S C_x = \frac{1}{2} \rho U^2 (0,1d) (1,2) C_x = 0,12 \left(\frac{1}{2} \rho U^2 d \right)$$

Les traînées sont identiques ! Ceci illustre alors le fait que la traînée d'un cylindre est équivalente à celle d'un obstacle profilé dix fois plus grand.

Valeurs relatives des traînées de frottement et de pression

La figure 6.35 illustre à sa droite la part des traînées de frottement et de pression sur la traînée totale. On remarque que la traînée de pression est la plus importante

dans le cas de la plaque plane, alors que la traînée de frottement domine pour l'obstacle profilé. On apportera alors grand soin à l'état de surface sur une aile d'avion profilé, afin qu'un défaut ne vienne augmenter le faible frottement consécutivement à un décollement prématuré.

6.6 Effets transitoires aérodynamiques

Nous avons considéré jusqu'à présent un écoulement permanent au contact des obstacles. Il en résulte alors des efforts et des moments aérodynamiques dont les variations au cours du temps restent très faibles. Ceci n'est plus le cas par exemple lorsque les écoulements dans la région de ces obstacles voient leur vitesse varier. Les valeurs numériques des coefficients de traînée et de portance ne changent pas ou peu si la variation de vitesse reste modérée les écoulements ne changeant pas de forme (*i.e.* restent similaires). Les valeurs numériques des efforts varient donc en proportion du carré de la vitesse. Les efforts aérodynamiques peuvent être grandement modifiés par contre lorsque la variation de la vitesse d'écoulement est brutale et génère alors des efforts transitoires non négligeables cette fois. Ceux-ci proviennent dans la plupart des cas d'instabilités générées sur les surfaces (Fig. 6.36). Des effets non négligeables sur les coefficients aérodynamiques apparaissent de même dans le cas de deux obstacles en mouvement passant près l'un de l'autre. Cela est par exemple le cas lors d'une manœuvre de dépassement d'un véhicule par un autre. Dans ce cas l'écoulement de l'obstacle le plus rapide modifie l'écoulement autour de celui plus lent. Il en résulte alors une modification de la distribution des contraintes (*i.e.* pression et frottements visqueux) à l'origine de variations importantes des efforts et des moments (Fig. 6.37). Autre exemple en ce sens et très proche du quotidien, Crouch *et al.* montre que le mouvement de la jambe pour la mise en rotation du pédalier perturbe grandement le sillage du cycliste et est à l'origine d'une variation non négligeable du coefficient de traînée (Fig. 6.38).

6.7 Estimations des efforts aérodynamiques

Il existe deux types de méthodes pour estimer les efforts de portance et de traînée : les méthodes expérimentales basées sur l'utilisation de souffleries subsoniques ou supersoniques et les méthodes numériques basées sur des discrétisations spatiale et temporelle.

6.7.1 Les souffleries

La volonté de construire des souffleries, permettant de reproduire des écoulements d'air dans un laboratoire, remonte à l'année 1871 (F. Wenham en Angleterre). À partir de cette date jusqu'aux années 1930, les souffleries étaient dimensionnées pour reproduire des écoulements ayant des vitesses de l'ordre de 400 km/h. De telles souffleries

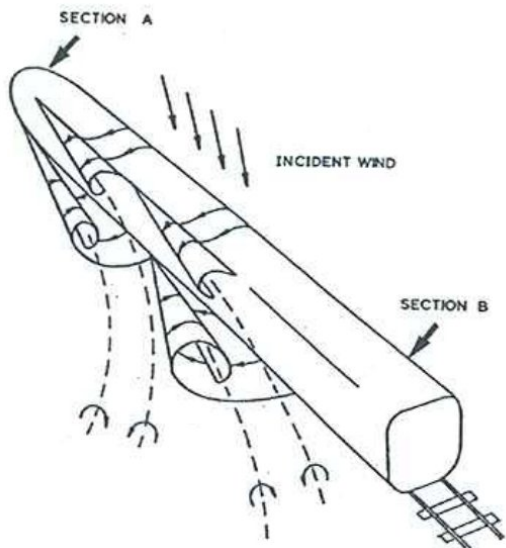


FIGURE 6.36 : Écoulement autour d'un train sous l'influence d'un vent latéral orienté à 35° par rapport à l'axe du train (d'après Krajnović *et al.* [51]).

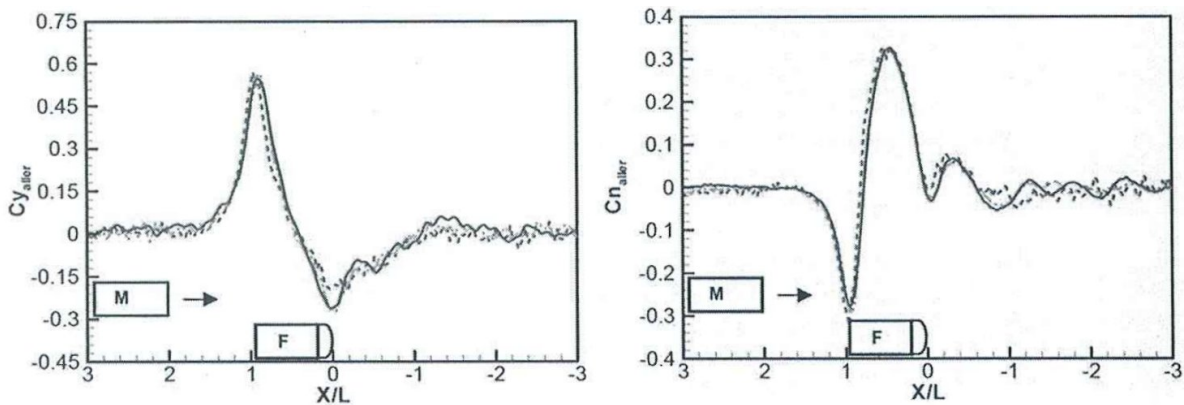


FIGURE 6.37 : Influence d'un véhicule en manœuvre de dépassement sur le véhicule dépassé — C_y et C_n représentant les coefficients d'effort latéral et de moment de lacet (d'après Noger et Széchényi [65]).

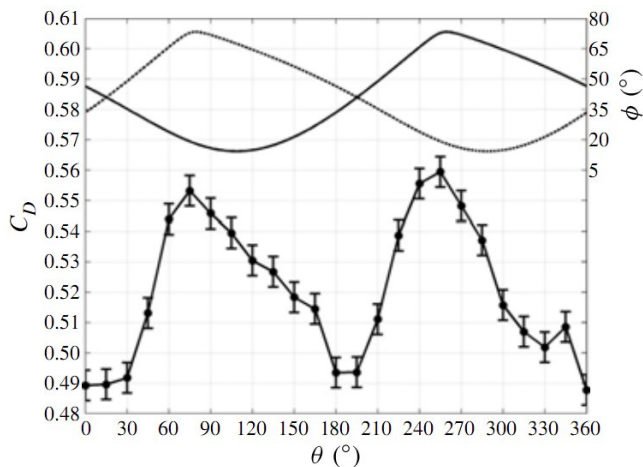


FIGURE 6.38 : Variation du coefficient de traînée (-●-) (axe de gauche) avec l'angle de la jambe lors de rotations de pédalier (-) (axe de droite) (d'après Crouch *et al.* [30]).

sont toujours d'actualité et ont été complétées par des vitesses plus importantes (supersoniques, hypersoniques, ...).

La soufflerie utilise le principe de réciprocité, à savoir que si les conditions aux limites sont respectées et l'écoulement stable, les efforts aérodynamiques de cet écoulement sur un obstacle immobile sont identiques à ceux agissant sur un corps se déplaçant dans un fluide immobile. On notera cependant une différence sur les différents efforts, liée à des taux de turbulence souvent différents dans les deux cas et difficilement maîtrisables en soufflerie.



FIGURE 6.39 : Étude aérodynamique d'une voiture de compétition. Photo de la soufflerie S4 de l'Institut AéroTechnique du CNAM (Une balance à 6 composantes, est disposée sous le plancher de la chambre d'expériences. Le véhicule à qualifier repose sur ses roues, sur quatre patins de forme rectangulaire affleurant le plancher et liés au bâti mobile de la balance. Trois dynamomètres à jauges de contraintes, dont les axes de mesure sont dirigés perpendiculairement au plancher, transmettent les poussées verticales à des butées hydrostatiques. Trois autres dynamomètres répartis dans un même plan horizontal et orientés suivant des directions orthogonales privilégiées, sont utilisés pour déterminer les composantes horizontales du torseur des efforts.).

Description

Une soufflerie est un large venturi dans lequel l'écoulement est généré par un ventilateur associé à un moteur. Les pales du ventilateur sont identiques à celles d'un avion à propulsion à hélices. La soufflerie peut être ouverte (type Eiffel, Fig. 6.40.a), ou fermée (type Göttingen, Fig. 6.40.b).

En aérodynamique, pour que les mesures soient fiables, il est indispensable que les dimensions du flux d'air que délivre la soufflerie soient très supérieures à celles de l'objet à tester. En cas contraire, se crée un effet de "bouchon" qui induit des erreurs de mesures. À veines d'essais identiques, la soufflerie Eiffel est plus petite que la soufflerie Göttingen, et de ce fait plus simple et moins chère. Cependant, la deuxième permet de faire varier les conditions expérimentales (pression, gaz, ...), et reste moins consommatrice.

Dans le cas de tests effectués sur des véhicules, les nouvelles souffleries présentent un sol défilant et permettant ainsi de reproduire le mouvement de la route par rapport au véhicule. Dans les souffleries classiques, plus anciennes, le flux d'air est freiné au

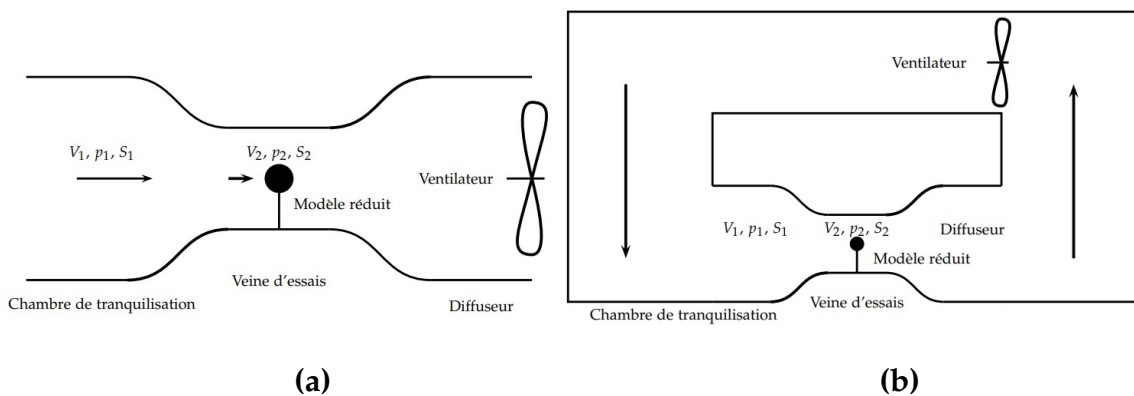


FIGURE 6.40 : Souffleries ouverte type Eiffel (a) et fermée type Göttingen (b).

niveau du sol, ce qui n'est pas le cas dans la réalité. Seul ce dispositif est capable de restituer de manière réaliste les écoulements d'air sous le plancher et sous le capot, et ainsi de prendre en compte leur impact réel sur l'aérodynamique globale.

Mesures de la vitesse

La vitesse **moyenne** de l'écoulement dans la veine d'essais est estimée soit à partir de tubes de Pitot, soit à partir de la variation de pression mesurée entre les sections A_1 et A_2 :

$$V_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho[1 - (A_2/A_1)^2]}}$$

Si on désire d'autre part mesurer des vitesses **locales** (près des parois par exemple), d'autres moyens de mesure, intrusifs ou non, sont disponibles.

▷ **L'anémométrie à fil chaud**, méthode la plus ancienne, utilise un fil métallique chauffé par effet joule à l'aide d'un courant électrique (Fig. 6.41). Lorsque le fil est placé dans l'écoulement, il se voit refroidi par convection forcée. Si le courant électrique dans le fil est maintenu constant, la variation de résistance est mesurée. Si au contraire la résistance du fil (indirectement la température du fil) est maintenue constante, la variation du courant électrique est mesurée. Dans les deux cas, courant constant ou température constante, la composante perpendiculaire au fil de la vitesse locale est possible. Avant toute utilisation, le fil doit être étalonné dans un écoulement de vitesse connue.

Cette méthode reste bien adaptée à la mesure de faibles vitesses dans l'air et dans l'eau. Elle peut être utilisée en supersonique, mais l'étalonnage demeure délicat. D'autre part, la bande passante est importante, permettant ainsi l'étude de la turbulence.

▷ **Le vélocimètre à effet Doppler** (LDV en anglais pour *Laser Doppler Velocimeter*) ne mesure pas directement la vitesse de l'écoulement mais celle de particules entraînées par cet écoulement. Il convient donc de bien choisir ces particules pour qu'elles suivent au mieux l'écoulement (c'est là le propos de la granulométrie). Un

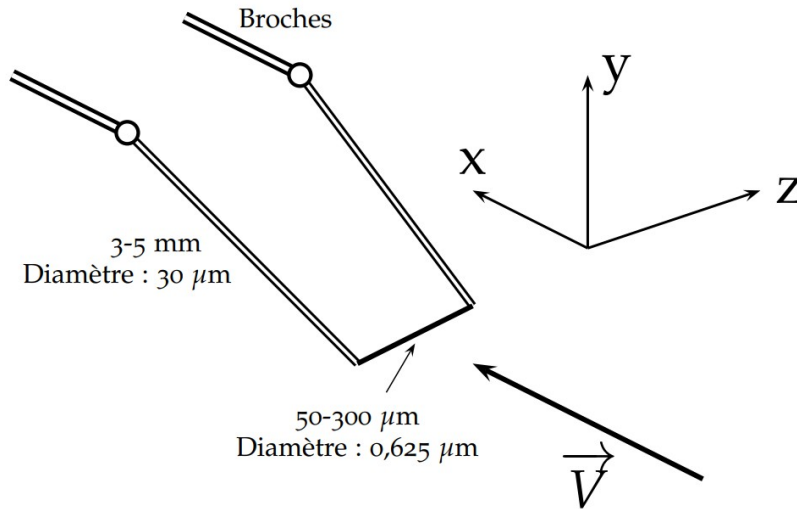


FIGURE 6.41 : Schéma d'un fil chaud et ordres de grandeur des composantes principales.

faisceau LASER monochromatique illumine une partie de l'écoulement, et le rayonnement réfléchi par les particules est collecté (Fig. 6.42.a). Selon l'effet Doppler, la différence entre les fréquences émises et réfléchies dépend de la vitesse de la particule, \vec{u} :

$$\Delta f = \frac{1}{\lambda} \vec{u} \cdot (\vec{e}_s - \vec{e}_i)$$

où λ est la longueur d'onde du LASER dans le milieu considéré, \vec{e}_i et \vec{e}_s respectivement les directions du faisceau incident et la direction de l'observateur (i.e., photomultiplicateur).

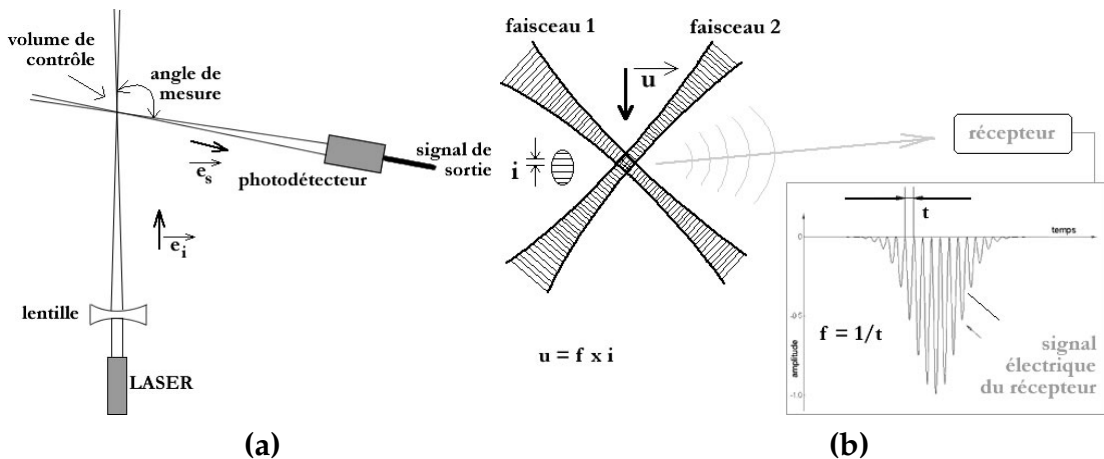


FIGURE 6.42 : Configurations classiques de la vélocimétrie laser à effet Doppler (a) et à franges (b).

Cette méthode a pour principal intérêt de ne pas perturber l'écoulement⁹, et d'avoir une réponse en fréquence élevée. Il faut cependant veiller à un bon alignement entre les faisceaux émis et réfléchis afin d'augmenter la précision de la mesure. D'autre part, il s'agit d'une méthode optique, le milieu doit donc être suffisamment

9. On suppose alors que les particules injectées dans l'écoulement sont choisies de façon adéquates pour ne pas le perturber.

transparent entre la source LASER et la surface du récepteur (photomultiplicateur).

▷ **La vélocimétrie laser à franges**, elle aussi mesure indirectement la vitesse de l'écoulement par l'intermédiaire de particules. Cette fois-ci, quelques particules traversent un volume de mesure constitué de franges, d'interfranges égales à i , générées par le croisement de deux faisceaux LASER (Fig. 6.42.b). La fréquence du scintillement produit f est fonction de la vitesse de la particule, et donc de l'écoulement.

La vitesse est ensuite estimée par le produit de l'interfrange par la fréquence du signal du récepteur. La difficulté réside ici dans la mesure d'une fréquence élevée (de l'ordre du MégaHertz) sur un temps très courts (0,1 seconde à peu près).

Les deux méthodes précédentes permettent l'estimation de la vitesse locale en un point de l'écoulement. L'obtention du champ de vitesse nécessite alors la motorisation du système afin de sonder la région intéressante. Ceci entraîne alors une lourdeur supplémentaire, et un temps de manipulation rallongé. Afin de palier à ces inconvénients, il a été mis en place une méthode basée sur l'acquisition d'images, la PIV.

▷ **La vélocimétrie par image de particules** (PIV en anglais pour *Particle Image Velocimetry*) mesure la vitesse de particules entraînées par l'écoulement à partir de deux photos successives prises à un intervalle de temps très court. Les deux illuminations successives de l'écoulement par deux flashes sont enregistrées par une caméra CCD, et un post-traitement par technique de corrélation permet de déterminer les positions successives de la même particule. Un exemple de champ de vitesse à l'aval d'un diffuseur est donné sur la figure 6.43. On y voit de façon très claire la recirculation générée par la présence du gradient de pression adverse à l'origine du décollement de la couche limite.

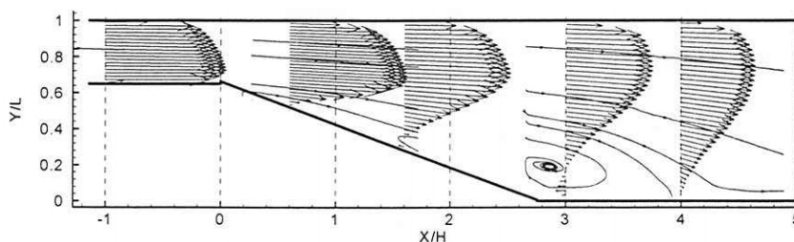


FIGURE 6.43 : Champ de vitesse d'un écoulement soumis à un gradient de pression adverse dans un diffuseur d'angle égal à 20° (d'après Portier [70]).

Mesures des efforts

Les mesures d'efforts aérodynamiques sont effectuées à l'aide de balances (souples, à plateaux, ... Fig. 6.44) lorsque les obstacles sont posés au sol ou à l'aide de dards anémométriques (Fig. 6.45) pour les obstacles placés dans des régions éloignées du sol. Ces capteurs sont soumis aux efforts aérodynamiques et doivent réaliser la décomposition du torseur en six composantes (trois résultantes, trois moments). Cependant, ceci n'est pas aisé car les efforts interagissent entre eux. Il demeure alors difficile d'estimer chacune des composantes de la portance et de la traînée. Le principe général d'une balance réside sur la mesure des déformations, à partir de jauges de contraintes, d'une

lame ou une poutre sous l'effet de la composante désirée. Le type d'agencement des jauges permet alors la mesure de différents efforts.

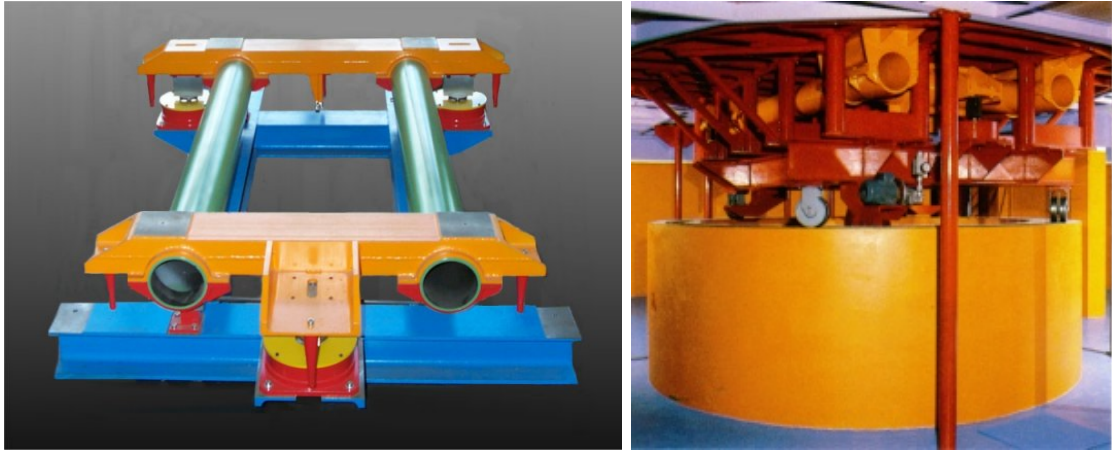


FIGURE 6.44 : Balances à 6 composantes, la soufflerie se situant dans le plan supérieur (document Institut AéroTechnique du CNAM).

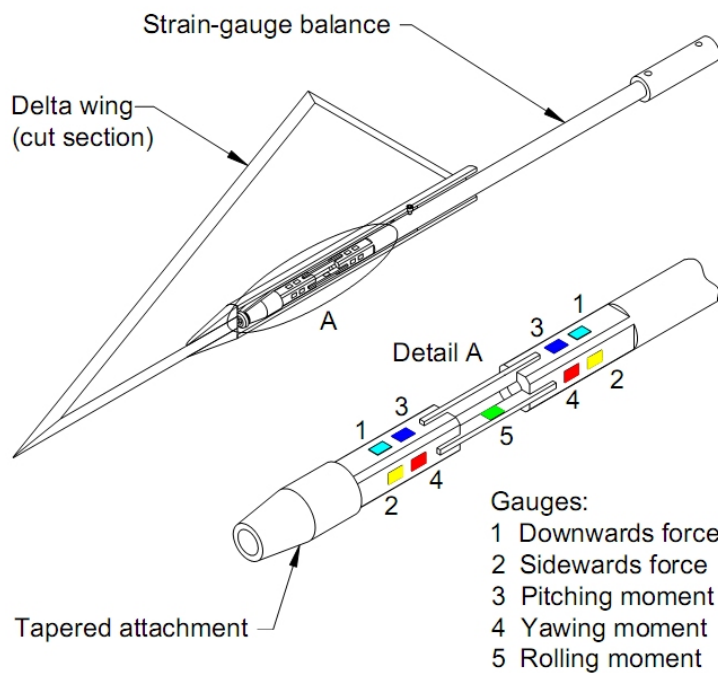


FIGURE 6.45 : Dard anémométrique mesurant cinq composantes du torseur des efforts à partir de jauges de déformation (d'après Erm [35]).

Mesures des frottements pariétaux

Les frottements pariétaux peuvent être mesurés soit à l'aide d'un élément flottant inséré sur la surface à étudier (Fig. 6.46.a), soit en utilisant des tubes (de Preston), ou à partir de la théorie du coin d'huile (Fig. 6.46.b).

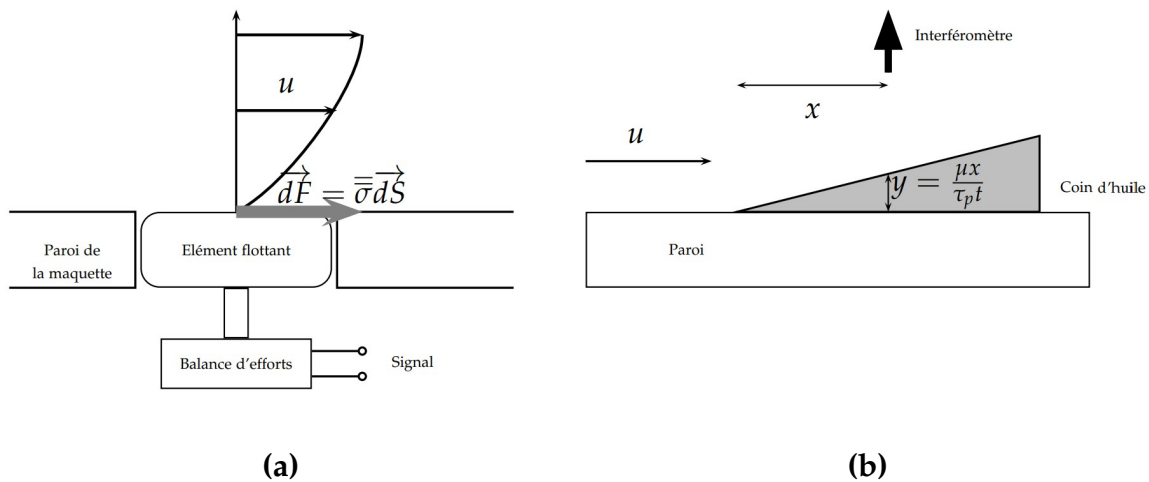


FIGURE 6.46 : (a), mesure directe de la force de frottement à l'aide d'un élément flottant (balance de frottement); (b) mesure de la forme d'un film d'huile déposé sur la paroi (d'après la théorie de la lubrification, coin d'huile).

6.7.2 Les méthodes numériques

L'utilisation de la mécanique des fluides numérique (CFD en anglais pour *Computational Fluid Dynamics*) est très large et peut servir à tous les types de recherche : des écoulements aérodynamiques externes comme un avion complet en configuration de décollage, d'atterrissage ou de croisière, l'échappement des moteurs, le déplacement de corps dans le champ d'écoulement de l'avion jusqu'aux écoulements sur les corps non profilés qui ne sont pas aéronautiques, notamment les navires dans une couche limite atmosphérique et les automobiles.

La plupart des calculs sont effectués par des logiciels de calculs industriels (Fluent, CFX, ...) qui résolvent les équations de Navier-Stokes et les équations de la chaleur (couplées ou non) pour la modélisation d'écoulements (compressibles et incompressibles) et de transfert de chaleur dans des géométries complexes.

Il existe principalement trois méthodes de résolution de ces équations : la DNS pour Direct Numerical Simulation, la LES pour Large Eddies Simulation, et les méthodes statistiques. La première résout directement les équations, nécessitant alors une discrétisation de l'espace très fine. Cela a pour intérêt une bonne restitution du rôle de la turbulence, mais aura pour autre conséquence des calculs très lourds à gérer et des temps de calculs très importants.

On peut alors modéliser les tourbillons de petite taille en leur conférant un comportement universel, et simuler les plus grands. Ce procédé basé sur un filtrage est le principe de la LES. Cette méthode requiert un maillage moins fin que le précédent, et des temps de calculs plus courts. Néanmoins, l'utilisation de cette méthode demande des connaissances sur les schémas numériques adoptés.

Une méthode encore moins gourmande en temps de calculs et en place mémoire consiste à décomposer toute variable aérodynamique en une composante constante et une autre fluctuante. Cela permet de mettre de côté le champ turbulent pour

ne s'intéresser qu'au champ moyen¹⁰. La nouvelle écriture de l'équation de Navier-Stokes laisse apparaître un terme lié à la turbulence et qui reste inconnu. Plusieurs modèles ont alors été mis en place afin de l'estimer au mieux.

Les méthodes numériques ne s'attachent pas à simuler uniquement des écoulements au passage de véhicules de transport. Elles peuvent, par exemple, permettre l'estimation des pertes aérodynamiques, autrement appelée *pertes par ventilation*, qui dominent les autres pertes dans les systèmes de transmission à engrenage dès lors que les vitesses de rotation sont élevées. Les estimations numériques prédisent une circulation complexe de l'air au passage des dents : l'air est aspiré de façon axiale, effectue une recirculation dans la région située entre les deux dents pour être finalement éjecté radialement par effet centrifuge (Fig. 6.47.a). Les pertes aérodynamiques numériques sont estimées par le code de calcul et sont très proches de celles mesurées sur un banc expérimental dans des conditions similaires (Fig. 6.47.b). Les résultats obtenus *via* l'approche numérique est utile dans la compréhension de l'écoulement d'une part et permet d'autre part de mettre en place des moyens de réduction de pertes.

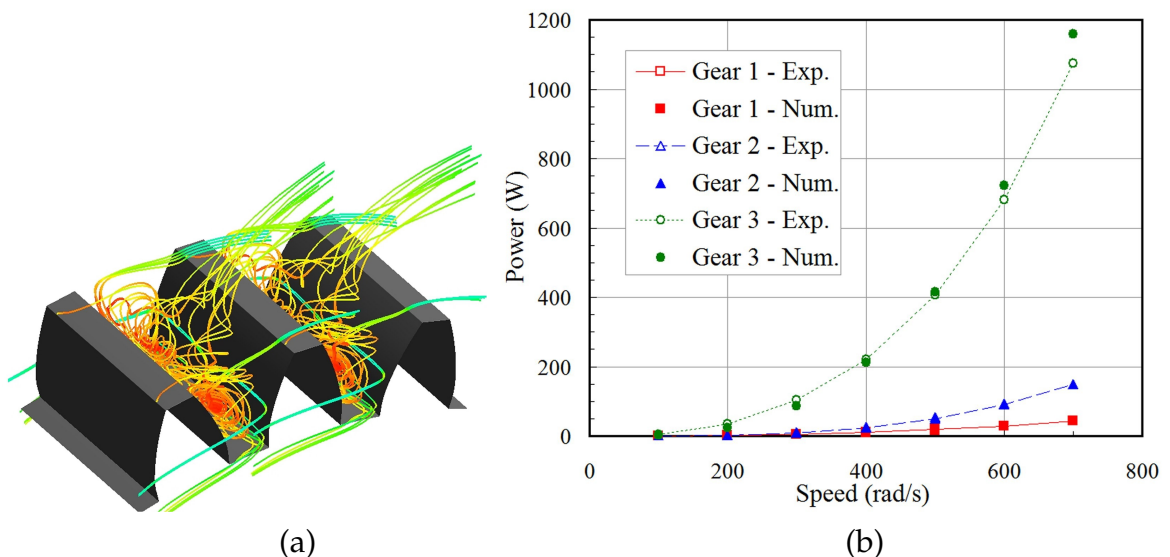


FIGURE 6.47 : a, lignes de courant de l'écoulement dans la région des dents d'une roue cylindrique dentée ; b, pertes aérodynamiques estimées expérimentalement et numériquement (d'après Pallas et al. [68]).

6.7.3 Soufflerie/Calcul numérique : complémentaires ?

Les simulations numériques donnent des résultats de plus en plus satisfaisants. Néanmoins le passage au tout numérique n'est pas encore d'actualité. En effet, aujourd'hui la précision du calcul est encore sensiblement inférieure à celle d'une soufflerie réelle. La marge d'incertitude des résultats fournis par les logiciels de simulation se situent autour de 2 à 5 % ($0,015 \text{ m}^2$ à $0,030 \text{ m}^2$) de SC_x par rapport au SC_x

¹⁰. On pourra lire le document "Modélisation de la turbulence", proposé dans le cadre du module éponyme en 3ème année.

réel du véhicule, contre $0,002 \text{ m}^2$ de SC_x pour une soufflerie. Ceci suffit à justifier l'utilisation des souffleries. En fait, les deux approches sont complémentaires. Le calcul, moins précis, permet ainsi d'avoir une visualisation complète de l'écoulement, et de les analyser sous tous les angles : pressions, vitesses, etc. Il est certes possible de visualiser les écoulements en soufflerie mais pas de façon aussi complète qu'en numérique. D'autant que le calcul autorise des observations de l'écoulement dans des zones difficilement accessibles en soufflerie, comme le sous-capot.

Concernant le temps, d'un côté lancer un calcul ne prend que le temps de récupérer les données géométriques du véhicule à tester, et quelques manipulations logicielles. Soit environ une journée pour une nouvelle configuration. Alors que la réalisation d'une maquette nécessite au moins une semaine et coûte cher. Toutefois, une fois passée ce cap, le bilan s'inverse. Les temps de calcul sont encore pour l'heure très importants, tandis qu'une fois la maquette installée dans la soufflerie, il est possible de tester un grand nombre de configurations et de réaliser des modifications en quelques heures. Une facilité qui favorise l'échange entre les aérodynamiciens et les dessinateurs.

Ainsi, le calcul permet de préparer le travail en soufflerie, celle-ci étant réservée aux séances de finalisation des formes.

Phénomènes transitoires dans les conduites

Dans les systèmes hydrauliques en charge, les changements brusques de régime (arrêt ou démarrage d'une pompe pour les stations d'épuration par exemple, variation de l'état d'ouverture d'une vanne ou passage d'un écoulement permanent à un autre) entraînent d'importantes variations de pression, appelées **coups de bélier**. Les contraintes générées sur le matériel dépassent dans la plupart des cas celles observées dans le régime statique ou permanent. Il devient dès lors très important d'analyser les différents régimes transitoires afin de mettre en place des mesures de protection adaptées. L'expérience montre que ce phénomène est très complexe, avec pour conséquence une absence de solution analytique. Nous verrons dans la suite de l'étude que dans le cas d'un écoulement dans une conduite, dans laquelle le phénomène transitoire prend place, il existe deux comportements différents (élastique et incompressible). Les deux existent simultanément, mais un des deux comportements reste prépondérant selon le temps caractéristique de la variation du régime permanent. Il est très important aussi de bien noter de suite qu'il n'y a pas de déplacement de matière (ou très peu), mais plutôt un mouvement du fluide autour d'une valeur moyenne. Afin d'exposer cette partie de façon progressive, nous verrons les approches suivantes : (1) l'écoulement incompressible dans une conduite de section constante (**coup de bélier de masse**), (2) l'écoulement compressible dans une conduite de section constante et (3) l'écoulement compressible dans une conduite de section variable (**coup de bélier d'ondes**).

7.1 Origine des phénomènes transitoires

Les phénomènes transitoires ont pour origine une variation de pression ou de débit en un point du réseau hydraulique. Les effets peuvent être très divers, il importe alors d'étudier la configuration du réseau hydraulique pour prédire les impacts des effets transitoires afin de proposer des solutions adéquates. Parmi toutes les origines possibles du coup de bélier, nous mentionnerons ici les configurations les plus susceptibles de générer des coups de bélier importants.

- Un écoulement de liquide provenant d'un réservoir et traversant une conduite pourvue d'une vanne à son extrémité. Le débit est régulé à partir de l'obturation de cette dernière. Si la fermeture est trop rapide et n'est pas contrôlée correctement, les variations importantes de la pression ont lieu dans la partie finale de la fermeture.
- Un réservoir alimentant un réseau de conduites dont chacune est pourvue d'une vanne de régulation. Ces vannes peuvent être ajustées indépendamment les unes des autres. Chaque ajustement sera à l'origine d'un coup de bélier dans le réseau entier, et leurs effets se cumulent.
- Un autre exemple caractéristique est celui de la pompe alimentant un réservoir. Celle-ci est placée en amont d'une conduite pourvue d'un clapet anti-retour évitant tout retour de liquide dans la pompe quand celle-ci est arrêtée. Une fois la pompe stoppée, le liquide continue son mouvement consécutivement à son inertie. Une dépression apparaît alors au niveau du clapet susceptible de générer une cavitation. Ensuite, lors d'une deuxième étape le liquide retombe par effet de gravité sur le clapet. La surpression générée par ce retour de liquide peut être importante et détériorer la conduite. Ce phénomène est répété sur quelques périodes jusqu'à ce qu'il soit dissipé.
- Le dernier exemple concerne cette fois les installations sanitaires des habitations pour lesquelles le phénomène de coup de bélier apparaît lors de la fermeture rapide d'un mitigeur, d'une électrovanne d'alimentation d'une machine à laver par exemple. La conséquence est l'apparition d'une propagation, encore une fois, d'ondes de surpression et de dépression dans la canalisation susceptibles de provoquer des dommages dans toute l'installation.

7.2 Conséquences des phénomènes transitoires

Si dans un circuit hydraulique, une vanne vient à être fermée instantanément, la face avant de la colonne liquide lancée à une vitesse V trouve la vanne fermée. La colonne voit alors son volume décroître, le liquide étant faiblement compressible, et sa vitesse diminuer. Le ralentissement de ce volume entraîne une augmentation de la pression près de la vanne. Cette dernière génère une dilatation de la conduite dans les limites élastiques (dans les meilleurs des cas). Une fois, cette colonne à l'arrêt, la colonne suivante est soumise à la même configuration. De ce fait, une onde de pression et de vitesse prend ainsi naissance à la vanne et s'éloigne de celle-ci. Le plus souvent elle est réfléchi le long de son parcours, lorsqu'elle atteint la base du

réservoir par exemple, et donne alors naissance à une onde de dépression se dirigeant vers la vanne. Il existe alors une alternance de surpressions et de dépressions (par rapport à la pression de service) qui sont par la suite amorties par frottement. Ce phénomène est appelé *coup de bélier*.

Il est important de noter que ces conditions d'alternance en pression peuvent endommager le matériel ce qui n'est pas visible de suite. Après une période assez longue d'utilisation la canalisation peut se rompre ou des brides se desserrer avant d'être arrachée. L'origine du dommage est alors difficilement identifiable.

7.3 Équations générales du mouvement dans une conduite en régime transitoire

Nous avons jusqu'à présent inspecté des écoulements établis, c'est à dire des écoulements dont les paramètres ne dépendent pas du temps. Le fait de considérer cette fois des écoulements transitoires rajoute dans les équations du mouvement du fluide de nouveaux termes. Ce paragraphe se propose d'écrire les équations générales du mouvement des particules fluides dénuées de viscosité. Ces équations sont valables pour des filets de fluide, mais nous les étendrons à la conduite. Les différentes configurations étudiées par la suite nous permettront d'éliminer certains termes en vue de solutions analytiques.

Les liquides sont généralement considérés comme étant incompressibles mais ici on tiendra compte de leur légère compressibilité (la variation relative de leur masse volumique restant faible).

7.3.1 Équation de continuité

Le bilan de conservation de la masse a été présenté dans la section 1.2 et s'écrit dès lors que la section de la conduite est variable de la façon suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho S) = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho S u) \quad (7.1)$$

Cette équation généralisée laisse la possibilité aux trois variables (masse volumique, section de passage et vitesse) d'évoluer au cours du temps et dans l'espace. Elle pourra néanmoins être simplifiée selon les hypothèses acceptées lors des coups de bélier de masse ou d'ondes.

7.3.2 Bilan de quantité de mouvement

Le bilan de quantité de mouvement a été présenté dans la section 1.3 et s'écrit d'après la relation (1.17) :

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho f_i$$

Nous considérerons dans la suite l'écoulement aligné selon un axe x horizontal. Les équations selon les deux autres directions seront donc ignorées dans les résolutions suivantes. D'autre part les efforts volumiques de pesanteur sont alignés selon l'axe z et orienté dans le sens négatif de ce dernier (*i.e.* $f_z = -gz$). Enfin les efforts de viscosité étant supposés négligeables ici, la composante selon x du bilan de quantité de mouvement se résume à l'équation d'Euler :

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} - \rho \frac{\partial}{\partial x}(gz) \\ &= -\frac{\partial p^*}{\partial x} \end{aligned}$$

avec $p^* = p + \rho gz$. Si on ne considère que des écoulements à l'horizontal, le terme de pression se simplifie et on obtient :

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (7.2)$$

Maintenant que les équations "générales" sont posées, intéressons-nous à différentes configurations pratiques. Nous procéderons dans la suite par étape en traitant en premier lieu le cas simple d'un écoulement incompressible lors de l'ouverture d'une vanne dans une conduite de section strictement constante. Ensuite, nous examinerons l'influence de la compressibilité du fluide et introduirons alors le concept d'onde. Pour terminer, la conduite sera considérée comme étant élastique et capable de se déformer sous l'influence des variations de pression.

7.4 Coup de bélier de masse

Lorsque les vitesses sont changées rapidement dans un écoulement, des variations de pression importantes sont notées et donc à éviter. Ceci n'est plus le cas si les conditions d'écoulement sont changées de façon lente. Dans cette configuration, les variations de pression sont minimes, la masse volumique du liquide reste quasiment constante, et les conduites peuvent être considérées comme étant indéformables. On parlera de coup de bélier de masse.

Nous étudierons dans un premier temps l'établissement de l'écoulement lors d'une ouverture de vanne afin d'appliquer les équations vues plus haut. Ensuite, le coup de bélier de masse sera abordé pour une fermeture de la vanne en bout de conduite. Nous verrons enfin qu'il est possible d'éviter de trop grandes variations de pression par l'utilisation de cheminée d'équilibre.

7.4.1 Ouverture d'une vanne : établissement de l'écoulement

On considère une conduite BC de longueur L précédée d'un convergent AB très court et assez prononcé, et pourvue d'une vanne en C (Fig. 7.1). Le but de ce calcul est d'estimer l'augmentation progressive de la vitesse de l'écoulement qui prend place lorsqu'on ouvre la vanne.

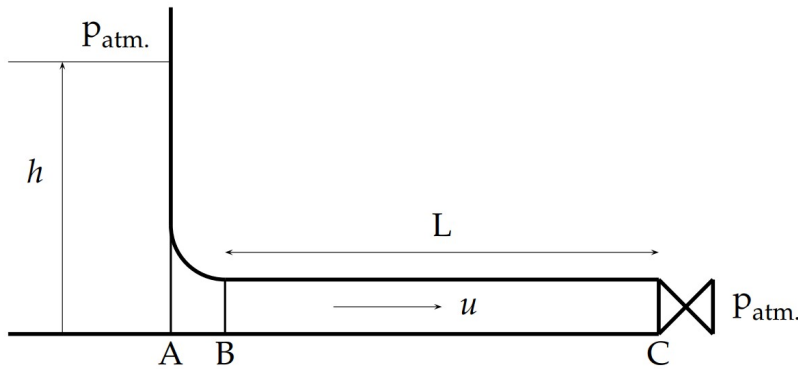


FIGURE 7.1 : Installation avec une conduite à la base d'un réservoir.

Dans le convergent AB, la variation de vitesse dans la direction de la conduite est très importante consécutivement à l'évolution rapide de la section de passage du liquide (i.e. $u_B \gg u_A$). De ce fait le terme instationnaire ($\partial u / \partial t$) de l'équation (7.2) devient négligeable devant le terme de convection ($\partial u / \partial x$). Cette équation devient alors :

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x}$$

L'intégration spatiale le long du convergent de cette expression, en tenant compte d'une vitesse en entrée de convergent négligeable devant celle observée en sortie de convergent, donne :

$$u_B^2 = \frac{2}{\rho} (p_A - p_B) \quad (7.3)$$

La conduite BC quant à elle est caractérisée par une section constante, le bilan de masse (7.1) devient alors $\partial u / \partial x = 0$ La vitesse u ne dépend que du temps et non plus de la position dans cette conduite (on peut enlever l'indice B). L'équation d'Euler (7.2) est simplifiée à

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x}$$

intégrée le long de la conduite BC donne :

$$\rho L \frac{\partial u}{\partial t} = p_B - p_C$$

La relation (7.3) nous permet d'exprimer la pression en B en fonction de celle en A ainsi que de la vitesse au début de la conduite BC :

$$\rho L \frac{\partial u}{\partial t} = p_A - p_C - \frac{1}{2} \rho u^2$$

or $p_A = p_{\text{atm.}} + \rho g h$, et $p_C = p_{\text{atm.}}$, donc :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{g h}{L} - \frac{u^2}{2L}$$

que l'on peut écrire sous une autre forme, en isolant les paramètres de vitesse et de temps dans deux membres différents :

$$\frac{du}{1 - \frac{u^2}{2gh}} = \frac{gh}{L} dt$$

C'est là l'équation différentielle fondamentale de l'établissement du régime d'écoulement de l'eau dans une conduite dont la section de sortie est constante et qui est soumise à une pression h constante. En posant $v = u / \sqrt{2gh}$ et $\tau = \sqrt{2L^2 / gh}$, il vient

$$\frac{dv}{1-v^2} = \frac{dt}{\tau}$$

La solution est obtenue en intégrant chacun des membres, il vient alors :

$$\operatorname{argth}(v) + \text{Cste} = \frac{t}{\tau}$$

À l'instant $t = 0$, la vitesse est nulle entraînant une valeur nulle de la constante. Finalement, on obtient la vitesse en sortie, dont l'évolution est donnée sur la figure 7.2 :

$$u(t) = \sqrt{2gh} \times \tanh\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

La constante de temps τ caractérise le temps nécessaire à l'écoulement pour atteindre quasiment une vitesse constante. On remarque d'après son expression que le régime est atteint d'autant plus rapidement que la conduite est courte et que la dénivellation est importante. On remarquera de plus, que l'expression de la vitesse du régime établi (i.e., $u = \sqrt{2gh}$, formule de Torricelli¹) pouvait être déduite de l'expression de Bernoulli stationnaire. On remarquera d'autre part que le temps caractéristique τ ne dépend pas de la masse volumique (représentant le fluide) et de la section de la conduite.

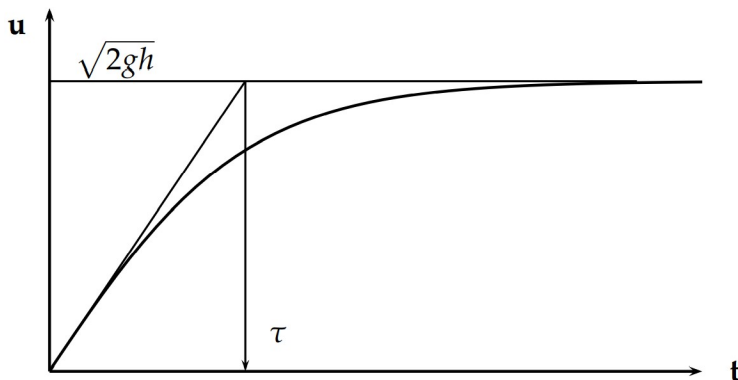


FIGURE 7.2 : Évolution de la vitesse en sortie de conduite après ouverture à l'instant nul.

En réalité, l'écoulement n'atteint jamais cette vitesse pour des raisons de dissipation d'énergie par frottement : $u = K\sqrt{2gh}$, avec $K < 1$.

7.4.2 Fermeture progressive d'une vanne

On considère une conduite d'adduction de longueur L , de diamètre D et d'épaisseur e (Fig. 7.1) constituée d'un matériau dont les propriétés mécaniques sont représen-

1. Evangelista Torricelli, physicien italien (1608-1647) fut le secrétaire et ami de Galilée durant les trois dernières années de sa vie. En étudiant le vide, il mit au point le premier baromètre à mercure en 1643-1644.

tées par le module d'Young E . Les valeurs numériques de ces grandeurs sont rassemblées dans le tableau 7.1. La surface libre du bassin d'alimentation est localisée à une altitude égale à $h = 160$ m au-dessus du centre de la conduite BC. Celle-ci dispose d'une vanne en C initialement ouverte et générant des pertes de charge selon l'évolution :

$$\Delta H = 640 \times Q^2. \quad (7.4)$$

La vanne étant partiellement ouverte et n'ayant pas encore été manipulée, il existe un régime permanent. La vanne débouche à l'air libre en D, il règne donc en ce point une pression atmosphérique comme cela est le cas sur la surface libre du bassin d'alimentation (au point A). Le théorème de Bernoulli peut être appliqué entre les points A et D, en vue d'une estimation du débit permanent :

$$\frac{p_{\text{atm.}}}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_{\text{atm.}}}{\rho g} + \frac{V_D^2}{2g} + z_D + \Delta H$$

avec ΔH les pertes de charge générées par la vanne partiellement ouverte, estimées à partir de l'expression (7.24). La vitesse de la surface libre du réservoir est supposée nulle, de plus $h = z_A - z_D$, il vient alors :

$$h = \left(\frac{1}{2gS^2} + 640 \right) Q^2 \approx 640Q^2 \quad \text{ou} \quad Q = \sqrt{\frac{h}{640}} = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$$

La vitesse de l'écoulement vaut donc $u_0 = 2,5$ m/s. À l'instant $t = 0$ la vanne est fermée sur un temps $T = 13$ s, après quoi elle est totalement fermée et le débit devient nul. Le but de ce calcul est d'estimer la valeur de l'amplitude de variation de pression au cours de la fermeture de la vanne.

TABLEAU 7.1 : Propriétés géométriques et mécanique de la canalisation d'adduction de la figure 7.1.

L (m)	D (cm)	e (cm)	E (MPa)
767	51	1,15	200 000

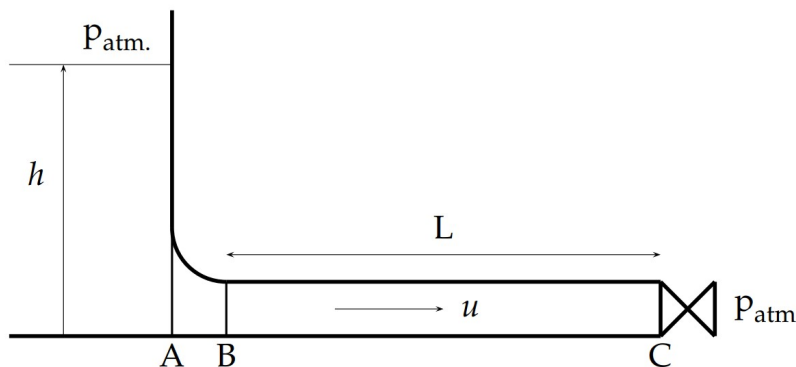


FIGURE 7.1 Installation avec une conduite à la base d'un réservoir.

Nous le verrons plus loin (Cf. section 7.6), la manipulation est lente et on utilisera alors ici la théorie du coup de bélier de masse. On utilisera alors les équations de conservation de la masse et l'équation d'Euler simplifiée en utilisant les hypothèses

énoncées plus haut (*i.e.* $\rho = \text{Cste}$ et $S = \text{Cste}$). Elles s'écrivent respectivement pour la conduite BC :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{et} \quad \rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

La première relation indique que la vitesse de l'écoulement est uniforme le long de la conduite BC. On peut intégrer la seconde relation entre les deux extrémités, il vient alors :

$$\rho L \frac{\partial u}{\partial t} = p_B - p_C$$

Le point B est placé au pied du réservoir imposant une hauteur importante, nous supposons alors que la pression en ce point ne varie donc pas dans le temps lorsque la vanne est manipulée. La variation de la pression dans la conduite BC s'écrit donc $\Delta p = p_C - p_B$, qui devient finalement

$$\Delta p = -\rho L \frac{\partial u}{\partial t} \quad (7.5)$$

On remarquera que le terme temporel est négatif consécutivement à la décélération de l'écoulement, générant alors une augmentation de la pression dans la conduite (*i.e.* $\Delta p > 0$). On note aussi que l'évaluation de la variation de pression est fortement liée à l'estimation de l'évolution temporelle de la vitesse. Cette dernière est généralement obtenue à l'aide de la connaissance des pertes de charge à l'origine du changement du point de fonctionnement.

Application numérique : la vitesse de l'écoulement passe donc d'une valeur numérique égale à 2,5 m/s à une valeur nulle en 13 s, on peut estimer la dérivée temporelle de cette vitesse par l'approximation $\partial u / \partial t \approx \Delta u / T$, soit $-0,20 \text{ m/s}^2$. De plus, étant données les valeurs du tableau 7.1, la surpression observée à une amplitude égale à 1,5 bar d'après la formulation (7.5). On note d'après cette formulation que la valeur numérique de la longueur de la conduite influence celle de l'amplitude de la variation de pression. Ainsi dans les conduites d'amenée des centrales hydroélectriques ces longueurs sont très élevées et peuvent donc être à l'origine d'une forte variation de pression liée au coup de bélier de masse. De ce fait, la présence de telles pressions pose d'énormes problèmes du point de vue du matériel. Il existe des systèmes limitant cette surpression. La cheminée d'équilibre, une de ces possibilités, est décrite dans la section suivante.

7.4.3 Atténuation du coup de bélier : la cheminée d'équilibre

Afin d'atténuer cet effet, il est possible d'introduire dans le système un réservoir capable soit d'accepter de l'eau en présence d'une surpression du fluide, soit capable d'en restituer à l'écoulement lors d'une dépression du fluide dans la conduite. Un système existant est la cheminée d'équilibre, schématisée sur la figure 7.3 et représentée page 185. La cheminée est localisée ici entre le bassin d'accumulation et la vanne à une distance L_c du pied du bassin d'alimentation.

Lorsque la pression a tendance à baisser au pied de la cheminée par exemple, celle-ci fournit du liquide et permet d'ajuster la pression en fonction du niveau dans la

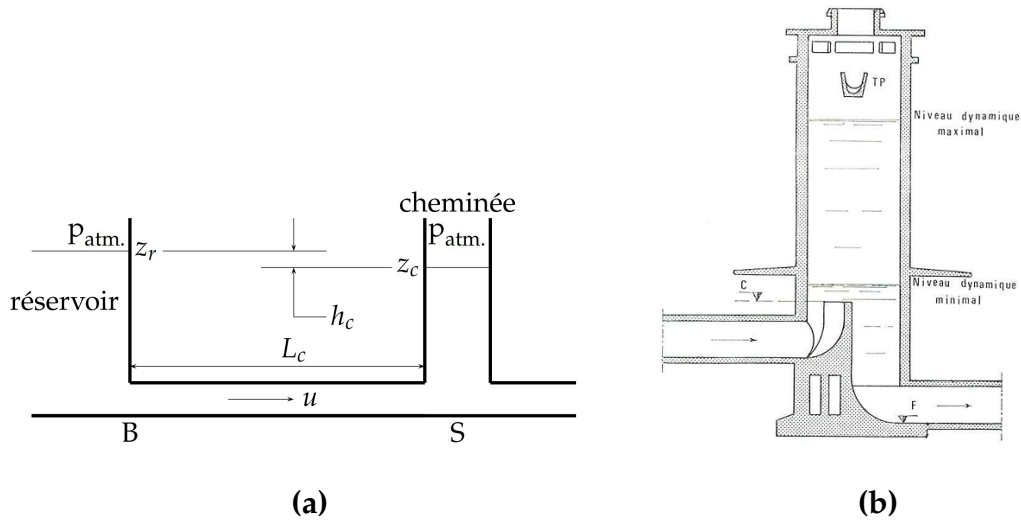


FIGURE 7.3 : Cheminée d'équilibre. a, installation dans un réseau hydraulique ; b, vue en coupe (d'après Dupont [34]).

cheminée ; en cas de surpression la cheminée est aussi capable d'accepter du liquide. Les variations de pression sont donc associées à des variations de volume. Jetons un œil sur les équations qui gouvernent ce problème.

On considère la cheminée de la figure précédente, de section S_c (alors que la conduite principale est caractérisée par une section S), dans lequel le niveau d'eau est repéré par la cote z_c (le niveau du réservoir z_r est supposé constant et sera le niveau de référence). On notera $h_c = z_c - z_r$, la différence de hauteur entre le niveau dans la cheminée et le réservoir. Notons qu'avant de fermer la vanne, les niveaux dans le réservoir et dans la cheminée sont sensiblement égaux.

L'équation d'Euler simplifiée et intégrée sur la longueur de la conduite BS donne :

$$\rho L_c \frac{\partial u}{\partial t} = p_B - p_S = -\rho g h_c \quad \text{ou} \quad \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{g}{L_c} h_c \quad (7.6)$$



On note que l'évolution de la vitesse et la variation de hauteur sont de signes opposés. Une décroissance de la vitesse est caractérisée par une augmentation de la hauteur dans la cheminée. Celle-ci génèrera une pression $\rho g h$ d'autant plus importante, qui aura pour rôle de s'opposer au mouvement du fluide. Le débit sera dès lors graduellement réduit. Le rôle d'une cheminée d'équilibre vient d'être mis en évidence.

Rappelons que la surpression créée par la fermeture de la vanne est caractérisée par un soulèvement de la surface libre dans la cheminée, et ensuite des oscillations de celle-ci. On cherche alors à mettre en place une équation différentielle de cette hauteur,

ayant pour solution un terme sinusoïdal. La relation (7.6) correspond presque à ce que l'on recherche, mis à part le fait que la vitesse intervienne. Afin de faire apparaître le terme h , utilisons la conservation du débit massique de la conduite vers la cheminée :

$$\rho S u = \rho S_c \frac{\partial z_c}{\partial t} = \rho S_c \frac{\partial h_c}{\partial t}$$

que l'on peut dériver par rapport au temps :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{S_c}{S} \frac{\partial^2 h_c}{\partial t^2}$$

À partir de la relation (7.6), on a :

$$\frac{\partial^2 h_c}{\partial t^2} + \frac{Sg}{S_c L_c} h_c = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial^2 h_c}{\partial t^2} + \Omega^2 h_c(t) = 0 \quad (7.7)$$

le niveau de l'eau dans la cheminée laisse donc apparaître des oscillations de pulsation $\Omega = \sqrt{Sg/S_c L_c}$. La solution de cette équation est de la forme $h_c(t) = A \times \sin(\Omega t + \Phi)$. Les paramètres A et Φ sont déterminés à l'aide de conditions à l'instant initial :

- les niveaux des deux réservoirs sont égaux ($h_c(0) = 0$), d'où $\Phi = 0$.
- le débit est transmis à la cheminée, soit $su_0 = S \left. \frac{\partial h_c}{\partial t} \right|_{t=0}$, entraînant ainsi $A = su_0/S\Omega = u_0 \sqrt{SL/S_c g}$.

Ainsi, la solution devient $h_c(t) = u_0 \sqrt{SL/S_c g} \times \sin(\Omega t)$ et le maximum de surpression est alors associé à un maximum de dénivelé, soit :

$$\Delta p_{\text{Max}} \equiv \rho g h_{c,\text{Max}} = \rho g \sqrt{\frac{SL_c}{S_c g}} u_0.$$

Application numérique : si l'on reste dans le cas de la conduite précédente, avec en plus une cheminée de diamètre trois fois plus grand que celui de la conduite (*i.e.* $S_c = 9S$), il vient $\Delta p_{\text{Max}} = 1000 \times 9,81 \times 2,5 \times \sqrt{767/(9 \times 9,81)} = 0,7$ bar, au lieu des 1,5 bar dans le cas de la conduite sans cheminée. Ce système est largement utilisé dans le cas d'alimentation de turbine afin d'amortir les brusques variations dans la manœuvre du distributeur de la turbine.

Ainsi, la cheminée d'équilibre transforme le coup de bélier, consécutif à l'augmentation subite de la pression de l'eau provoquée par la fermeture rapide des vannes, en un phénomène d'oscillations de masse. L'eau monte dans la cheminée et la pression se trouve ainsi équilibrée. La section doit être assez importante pour ne pas entraîner de vidange totale en présence d'une forte dépression et une hauteur suffisante pour éviter tout débordement au passage d'une surpression. La jonction d'une cheminée avec la conduite principale doit être judicieuse afin d'éviter de grandes pertes de charge.



Les 7 chutes, St Ferreol des Neiges, QUEBEC.



Ces résultats ne sont valables que pour des temps de fermeture ou d'ouverture lents. L'application de ces lois dans le cas d'ouverture plus courte indiquerait des surpressions beaucoup plus grandes que celles observées. En effet, si les variations de pression sont suffisamment rapides et importantes, l'eau devient un fluide compressible susceptible de propager des ondes à grande vitesse. Le reste du chapitre s'intéresse aux effets de cette compressibilité.

7.5 Coup de bélier d'ondes

L'introduction de la compressibilité du fluide impose irrémédiablement le concept d'ondes dans notre démarche. Après avoir présenté de façon plus précise le concept de compressibilité, nous essayerons donc ici de mettre en place l'équation de propagation des ondes dans le milieu à partir des deux équations habituelles : l'équation de continuité et le bilan de quantité de mouvement.

En premier lieu, la conduite sera supposée comme étant indéformable, ses propriétés mécaniques et géométriques n'apparaîtront donc pas dans le problème. La célérité sera alors définie à partir des propriétés du fluide. Tout se passe donc comme si les ondes se propageaient de façon anisotrope dans un milieu non borné.

Lors d'une deuxième étape, la conduite sera supposée comme étant déformable consécutivement à des variations de pressions. Dès lors, nous essayerons d'introduire les paramètres mécaniques et géométriques dans la célérité des ondes.

7.5.1 Compressibilité et célérité des liquides

La compressibilité est une caractéristique d'un corps (solide ou fluide), définissant sa variation relative de volume sous l'effet d'une pression appliquée. Elle peut être

définie au moyen de son coefficient de compressibilité χ , tel que :

$$\chi = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} \quad (7.8)$$

représentant la variation de volume dV associée à un accroissement de pression dp et possède les dimensions de l'inverse d'une pression [m^2/N]. Étant donnée l'expression du volume massique $V = \rho^{-1}$, on a

$$\chi = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad (7.9)$$

On donne dans le tableau 7.2 la compressibilité de l'air, de l'eau et de l'acier. On remarque que l'eau est 15000 fois moins compressible que l'air, mais l'est 100 fois plus que l'acier.

TABLEAU 7.2 : Propriétés physiques de trois milieux différents.

	χ (m^2/N)	ρ (kg/m^3)	c (m/s)
Air	$7,14 \times 10^{-6}$	1,21	343
Eau	$0,5 \times 10^{-9}$	998	1481
Acier	$5,0 \times 10^{-12}$	7700	5000

La possible compressibilité d'un fluide est à l'origine d'ondes (de surpression ou de dépression) dans le milieu considéré. La valeur de cette célérité dans le matériau dépend de la valeur de la compressibilité par la relation :

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right) = \frac{1}{\rho \chi} \quad (7.10)$$

Cette expression met en évidence des célérités différentes dans l'air, l'eau ou l'acier (Tableau 7.2).

Le prochain paragraphe se propose d'inspecter la propagation d'une onde issue d'une perturbation locale, mais toujours en considérant la conduite pourvue d'une section constante (n'allons pas trop vite).

7.5.2 Propagation d'une onde plane dans une conduite circulaire indéformable

L'objectif de cette partie est d'atteindre les solutions d'onde de pression se propageant dans la conduite suite à une variation subite des conditions de fonctionnement. Le passage de l'onde agite le fluide à une certaine vitesse, u , qui sera supposée être négligeable devant la célérité de l'onde.

Lorsqu'on ferme une vanne, la compressibilité du fluide entraîne un écrasement de la première tranche contre cette dernière : (ABCD) devient (A'B'CD) sur la figure 7.4. La pression de la première tranche augmente avec la diminution de son volume.

Une fois celle-ci arrêtée, la deuxième tranche subit la même décélération, et la même compression. Cette compression est véhiculée de proche en proche et ne s'apparente plus alors à un mouvement en bloc mais plutôt à la propagation d'une onde dont on va estimer la célérité².

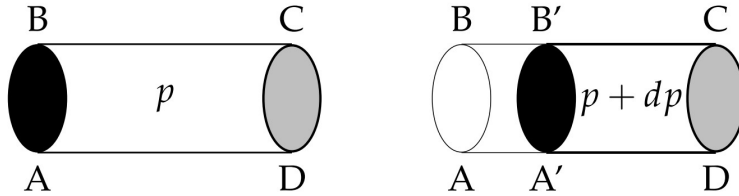


FIGURE 7.4 : Écrasement d'un volume de fluide lors de la fermeture d'une vanne.

Le paragraphe 7.3 nous a permis de mettre en place les équations générales qui gouvernent le mouvement des particules. Dans le cas de fluide compressible, les équations de continuité et d'Euler deviennent respectivement (en tenant compte du fait que la section reste constante) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad \text{et} \quad \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

On supposera que les termes de convection sont négligeables devant les autres termes :

$$u \frac{\partial \rho}{\partial x} \ll \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad u \frac{\partial u}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial t}$$

Ceci est légitime à partir de l'instant où la vanne est fermée, le déplacement des particules est très inférieur à la variation des paramètres au passage de l'onde. Il reste alors :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7.11)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (7.12)$$

Les équations (7.11) et (7.12) font apparaître trois paramètres, ρ , u et p . On peut en éliminer un à l'aide de la relation (7.10) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \times \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t}$$

La relation (7.11) devient alors :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7.13)$$

Intéressons-nous maintenant à la différence $\partial(7.12)/\partial x - \partial(7.13)/\partial t$, on trouve la relation :

2. Dans ce cas, on parlera de la célérité au lieu de la vitesse de l'onde, la dénomination de vitesse étant associée à un déplacement de matière.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (7.14)$$

On remarquera que la dérivée de la masse volumique a été négligée, en effet cette étude s'intéresse à des fluides faiblement compressibles. On pourra aussi vérifier que u satisfait à la même équation :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (7.15)$$

Nous reconnaissons ici l'équation de propagation d'une onde. Cette relation intervient aussi dans les études concernant les cordes vibrantes, les ondes acoustiques, le rayonnement électromagnétique, etc. Il s'agit dans tous les cas d'une équation différentielle du second ordre du paramètre étudié ϕ :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

La solution contient deux termes, $F(t - x/c)$ et $f(t + x/c)$. Le premier terme caractérise une onde qui se propage vers les x positifs, c'est à dire dans le sens de l'écoulement permanent (onde progressive); le deuxième une onde se propageant dans le sens inverse à l'écoulement (onde régressive).

La vitesse d'agitation des particules fluides u et la pression p ont donc des solutions équivalentes :

$$p - p_{ini} = F\left(t - \frac{x}{c}\right) + f\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (7.16)$$

$$u - u_{ini} = \frac{1}{\rho c} \left[F\left(t - \frac{x}{c}\right) - f\left(t + \frac{x}{c}\right) \right] \quad (7.17)$$

où l'indice *ini* indique des conditions initiales, c'est-à-dire les conditions observées avant le départ de l'onde. Ces conditions peuvent donc être différentes d'une extrémité à l'autre d'une conduite. Elles peuvent même évoluer dans le temps pour une même extrémité. Les fonctions F et f doivent être homogènes à une pression. Ces expressions, appelée dans la littérature **Formules d'Allievi**³, peuvent être vérifiées par la satisfaction des équations (7.12) et (7.13). C'est à partir de ces équations que la méthode graphique de Bergeron a été introduite (§ 7.8).

Les fonctions F et f représentant des ondes de pression se propageant sans déformation respectivement dans les sens positif et négatif, à une abscisse x dans la conduite, la pression $p - p_{ini}$ est la superposition de ces deux ondes.

3. Lorenzo Allievi (1856-1941), ingénieur italien ayant travaillé sur les problèmes transitoires dans les centrales hydroélectriques.

Les variations de pression et de vitesse vont donc se propager dans la conduite à la vitesse c , il faut bien comprendre qu'il ne s'agit pas d'un mouvement de matière mais du déplacement d'une information. L'exemple même est celui d'une vague (l'information) qui se déplace et la bouée (matière) à la surface de la mer qui oscille en hauteur sans se déplacer.

7.5.3 Propagation d'une onde plane dans une conduite cylindrique élastique

La conduite est cette fois assimilée à un cylindre déformable de faible épaisseur e devant son diamètre interne D . On supposera néanmoins que la section du tube reste circulaire au cours de sa déformation. Celle-ci n'empêche pas la propagation d'ondes de surpression et de dépression toujours régies par une équation de la forme :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

avec a la célérité des ondes telles que :

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\chi + \frac{D}{eE} \right)}} \quad (7.18)$$

Prenons le temps d'examiner les expressions (7.10) et (7.18), expressions des célérités d'une onde dans une conduite de section strictement constante et dans une conduite élastique. Tout se passe comme si le coefficient de compressibilité était augmenté dans le deuxième cas par D/eE , de ce fait la célérité de l'onde dans la conduite est inférieure à celle de cette même onde dans le même milieu libre. De plus, l'influence de la déformation de la conduite n'est appréciable que pour les fluides pratiquement incompressibles, pour lesquels χ et D/eE sont à peu près du même ordre de grandeur. Elle est négligeable pour les gaz.

Application numérique : $\chi = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{N}$, $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, $e=2 \text{ mm}$, $D=200 \text{ mm}$, $E = 2,0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$:

célérité (m/s)	
Section constante	Section variable
1414	1000

Lorsque la tuyauterie devient très déformable, le module d'Young diminue, et le terme D/eE devient prépondérant. C'est le cas des artères où la célérité de l'onde sanguine, c'est à dire de la surpression provoquée par le cœur, est seulement de l'ordre de 10 m/s.

7.5.4 Évolution de la pression dans une conduite lors d'une fermeture instantanée d'une vanne.

On considère de nouveau la conduite d'adduction utilisée lors du coup de bélier en masse, de longueur $L = 767$ m, représentée sur la figure 7.1. Les propriétés de la conduite ont été données dans le tableau 7.1. Le point C est localisé en amont de la vanne et le point B à l'embouchure du réservoir dont la surface libre est située 160 m au-dessus de la conduite BC (cette différence d'altitude est notée h sur le schéma). Comme précédemment, en régime permanent, la vanne est ouverte selon la loi de perte de charge $\Delta h = 640 \times Q^2$ assurant un écoulement de vitesse égale à $u = 2,5$ m/s (Cf. paragraphe 7.4.2). D'autre part, l'application du théorème de Bernoulli entre les points A et C permet d'écrire :

$$p_c = p_{\text{atm.}} + \rho gh - \frac{1}{2}\rho u^2$$

avec $\rho u^2/2 = 3,13 \times 10^3$ Pa qui est très négligeable devant le terme $p_{\text{atm.}} + \rho gh = 1,67 \times 10^6$ Pa = 16,7 bar, et il sera donc négligé ici. La pression statique, constante dans la conduite BC puisqu'on ignore ici les pertes de charge, vaut $p = 16,7$ bar. Nous noterons donc à l'aide de l'indice "o" les valeurs observées avant le coup de bélier d'onde, c'est à dire avant la modification de la vanne dans notre cas. De ce fait, initialement, la vitesse de l'écoulement vaut $u_o = 2,5$ m/s et la pression $p_o = 15,7$ bar (ou $h_o = 160$ m lorsqu'elle est exprimée en mètre de colonne d'eau). On remplacera alors l'indice *ini* présent dans la solution généralisée d'Allievi (Eqs. 7.16 et 7.17) par l'indice "o" lorsque la première onde sera traitée, onde qui mettra un temps L/a pour aller d'une extrémité de la conduite à l'autre. Ensuite le phénomène du coup de bélier d'onde fera apparaître des états de vitesse et de pression différents dans le temps selon l'endroit dans la conduite.

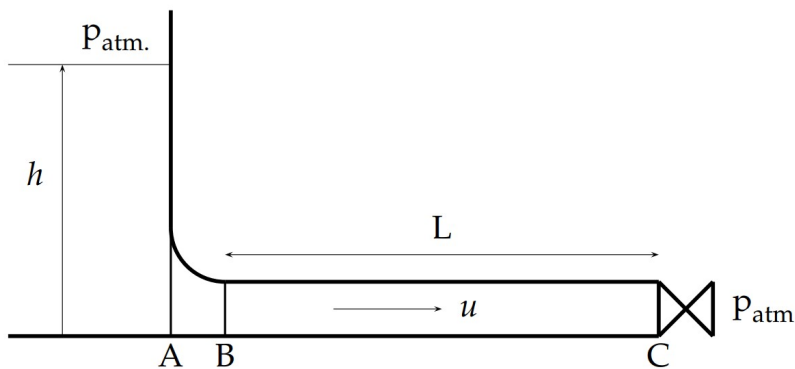


FIGURE 7.1 Installation avec une conduite à la base d'un réservoir.

↪ À $t = 0$, on ferme brusquement la vanne sur laquelle s'écrase la première tranche. La diminution de vitesse de cette première tranche provoque une augmentation de la pression et ainsi une dilatation de l'élément de conduite en contact avec celle-ci. Une fois la déformation élastique de la première tranche terminée, la deuxième tranche est arrêtée à son tour. Son énergie de vitesse est à son tour absorbée par le travail de compression de l'eau et de dilatation des parois. L'onde de compression créée est une onde régressive, f dont la célérité vaut a . Avant la création de cette onde de compression, l'écoulement dans la conduite BC était caractérisé par une vitesse u_o et

une pression p_o . Ainsi on peut remplacer dans Les solutions d'Allievi les grandeurs initiales, *i.e.* $p_{\text{ini}} = p_o$ et $u_{\text{ini}} = u_o$. Ces solutions s'écrivent, si on tient compte en plus du fait qu'il n'y a pas d'onde progressive F et que la vanne impose $u = 0$:

$$p - p_o = f \left(t + \frac{x}{a} \right) = \Delta p \quad \text{et} \quad 0 - u_o = \frac{1}{\rho a} \left[-f \left(t + \frac{x}{a} \right) \right]$$

L'onde régressive est donc une onde de surpression $f = \rho a u_o$ remontant le long de la conduite (Fig. 7.5.a), la pression dans la conduite derrière l'onde valant $p = p_o + \rho a u_o$. La surpression observée par la conduite par rapport à la pression nominale, *i.e.* p_o , vaut donc $p - p_o = \rho a u_o$ ou $\Delta h = a u_o / g$ lorsqu'elle est exprimée en mètre de colonne d'eau.

↪ À $t = \tau$, l'onde arrive en B et arrête sa progression et tout le liquide contenu dans la conduite est arrêté, soit $u = 0$ (Fig. 7.5.b). Il n'y a pas équilibre car le fluide est en surpression comparativement au réservoir. En effet il règne une pression $p_o + \rho a u_o$ dans la conduite et une pression p_o au pied du réservoir imposée par ce dernier. Il y a alors naissance d'une onde progressive. D'après l'expression des solutions d'Allievi, puisque $p_{\text{ini}} = p_o + \rho a u_o$ et $u_{\text{ini}} = 0$ c'est à dire les conditions observées dans la conduite avant le départ de cette deuxième onde :

$$p_o - (p_o + \rho a u_o) = F \left(t - \frac{x}{a} \right) \quad \text{et} \quad u - 0 = \frac{1}{\rho a} \left[F \left(t - \frac{x}{a} \right) \right]$$

La résolution de ces équations nous indique que cette onde progressive est une onde de dépression ($F = -\rho a u_o$) et que d'autre part, l'eau (en trop) dans la conduite repart dans le réservoir ($u = -u_o$). L'onde de surpression vient d'être réfléchiée en une onde de dépression qui se propage alors vers la vanne avec toujours la vitesse a (Fig. 7.5.c) : **l'onde de pression change de signe lors de sa réflexion sur le plan d'eau**. L'écoulement généré, quant à lui, se produit vers le bassin (le fluide "en trop" retourne dans le bassin). De proche en proche, les tranches de liquide et le tuyau retrouvent leur état d'origine.

↪ À $t = 2\tau$, l'onde de dépression arrive sur la vanne (Fig. 7.5.d). La pression du fluide est en équilibre avec celle du bassin (p_o dans les deux cas) et la conduite n'est pas dilatée. Cependant l'eau a un mouvement vers le bassin ($u = -u_o$) avec une vanne fermée, une dépression est alors générée qui sera à l'origine de la création d'une onde f sur la vanne avec pour conditions initiales $p_{\text{ini}} = p_o$ et $u_{\text{ini}} = -u_o$:

$$0 - (-u_o) = \frac{1}{\rho a} (-f) \Rightarrow f = -\rho a u_o$$

$$p - p_o = f \Rightarrow p = p_o - \rho a u_o$$

L'onde régressive est donc une onde de dépression $f = -\rho a u_o$ remontant le long de la conduite (Fig. 7.5.e), la pression dans la conduite derrière l'onde valant $p = p_o - \rho a u_o$. La dépression observée par la conduite par rapport à la pression nominale, *i.e.* p_o , vaut donc $p - p_o = -\rho a u_o$ ou $\Delta h = -a u_o / g$ lorsqu'elle est exprimée en mètre de colonne d'eau.

↪ À $t = 3\tau$, l'onde régressive atteint le réservoir (Fig. 7.5.f). Toute la conduite est en dépression, et l'écoulement s'arrête. Une dépression régnant dans la conduite, l'eau du bassin rentre dans la conduite. Il y a naissance d'une onde progressive au niveau du bassin :

$$\begin{aligned} p_o - (p_o - \rho a u_o) &= F \Rightarrow F = \rho a u_o \\ u - 0 &= \frac{1}{\rho a} F \left(t - \frac{x}{a} \right) \Rightarrow u = u_o \end{aligned}$$

Il s'agit d'une onde progressive de surpression, associée à un mouvement du fluide vers la vanne (Fig. 7.5.g).

↪ À $t = 4\tau$, le cycle est fini, l'onde progressive atteint la vanne. Un nouveau cycle prend place.

Le phénomène est donc périodique, il se produit à l'identique avec la période :

$$\boxed{T = \frac{4L}{a}} \quad (7.19)$$

L'ensemble de ce qui vient d'être dit est résumé sur la figure 7.6. Pour connaître les conditions de pression et de vitesse dans la canalisation au point P d'abscisse x à l'instant t , il faut se souvenir que celles-ci correspondent à la superposition d'ondes progressive et régressive. La première est partie du réservoir à l'instant $t - x/a$ avec une vitesse $+a$, et la deuxième de la vanne à l'instant $t + (L - x)/a$ avec une vitesse $-a$. La résolution de ce problème passe par l'écriture des deux équations d'onde et de leur condition limite respective.

Application numérique : on note dans cette application des surpressions et des dépressions ayant des valeurs $\pm \rho a u_o = \pm 29,4$ bar. Cette valeur numérique très élevée est liée à la production d'une seule onde produite par fermeture instantanée, ce qui n'est jamais observé dans les installations réelles. La présence de plusieurs ondes, progressives et régressives, entraîne en effet des interférences diminuant l'effet transitoire. D'autre part, on observe généralement une atténuation de ce phénomène consécutivement aux pertes de charge et aux imperfections de l'élasticité de la conduite (figure 7.7). Néanmoins cette décroissance est lente car la transformation d'énergie en chaleur de frottement suite aux phénomènes précédents est peu importante, et les variations de pression sont alors persistantes.

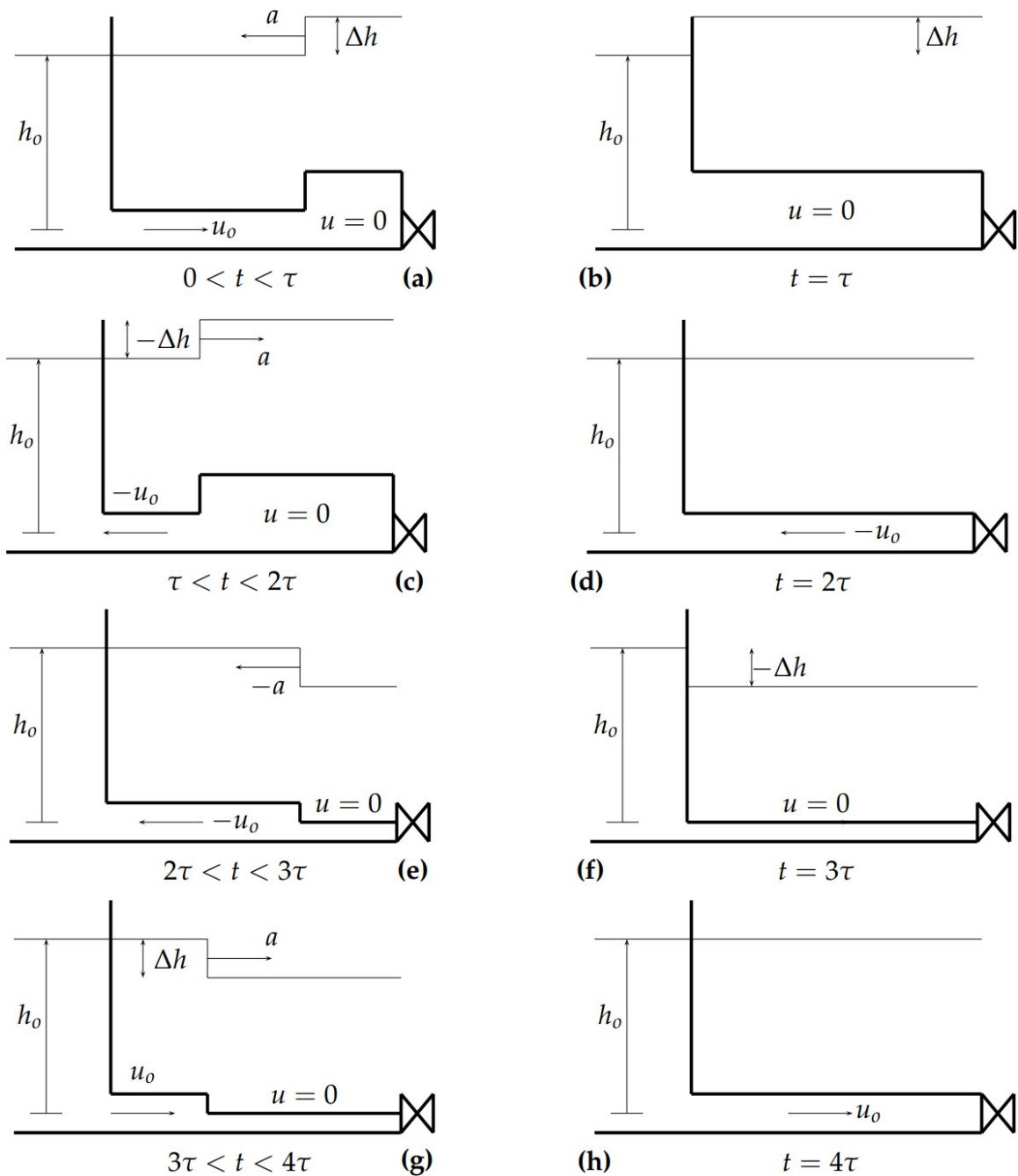


FIGURE 7.5 : Coup de bélier lors d'une fermeture instantanée de la vanne située à l'extrémité de la conduite.

Rappelons les différentes hypothèses :

- Nous avons considéré des réflexions d'ondes uniquement en bout de conduite, en réalité on observe des réflexions en présence d'une singularité dans l'écoulement (changement de section,...);
- La conduite a été considérée comme un empilement d'anneaux qui se dilataient au fur et à mesure des passages de l'onde de pression. En fait, l'inertie et l'élasticité de la conduite entraînent des oscillations de celle-ci. Néanmoins la théorie élémentaire du coup de bélier correspond assez bien à ce qui est observé expérimentalement;
- La fermeture n'est pas réellement instantanée et la pression ne varie pas brusquement mais progressivement. En particulier, si le temps de fermeture vaut $t_f > 2\tau$, le coup de bélier est diminué car pour $t > 2\tau$ il y a superposition de l'onde de pression et de dépression;



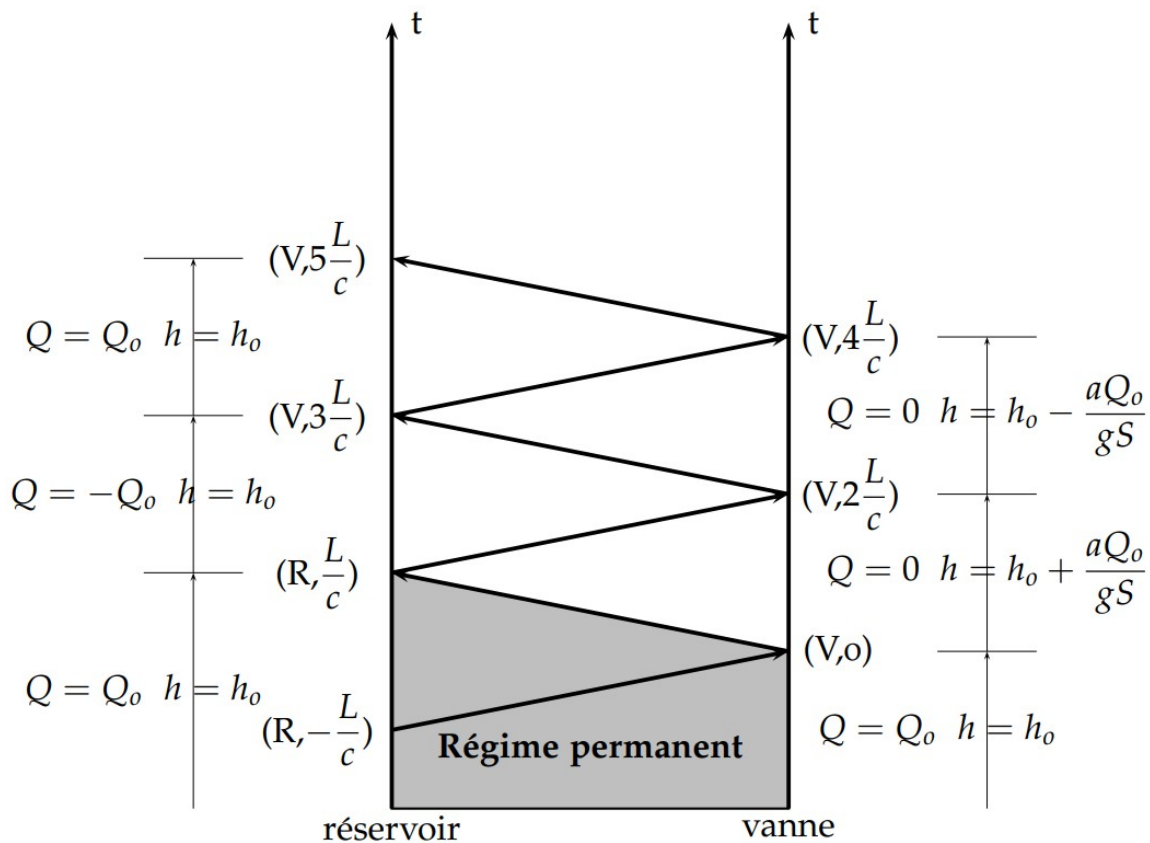


FIGURE 7.6 : Descriptif du comportement des ondes au cours du coup de bélier (notation : $h = p/(\rho g)$.)

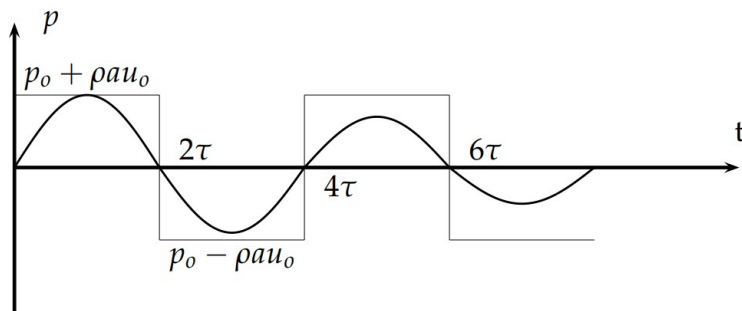


FIGURE 7.7 : Comportement de la pression au cours du coup de bélier.

7.5.5 Évolution de la pression dans une conduite lors d'une fermeture partielle instantanée d'une vanne.

Lorsque la vanne précédente est manipulée de telle sorte qu'instantanément la vitesse évolue de V_0 à V_1 , l'amplitude de variation de pression peut être estimée à partir de la formulation suivante :

$$\Delta p = \rho a (V_0 - V_1) = \rho a \frac{Q_0 - Q_1}{S} \tag{7.20}$$

Cette relation est simple d'utilisation pour des évolutions consécutives de la vitesse tant que la première onde générée, réfléchiée par l'autre extrémité, n'est pas de retour sur la vanne.

7.6 Considérations pratiques – identification du type de coup de bélier

Depuis le début de ce chapitre, la notion, plus que floue, de variation rapide ou lente de l'écoulement est utilisée. On est en droit dans ce cas de se demander à partir de quel instant, cette variation est considérée comme étant lente ou rapide. Nous allons essayer de répondre à cette question.

Considérons toujours notre conduite BC de longueur L orientée de B vers C (Figure 7.1). À l'instant initial $t = 0$, la vanne en C est fermée. Alors à l'instant $t = 2\tau$, l'onde régressive de retour arrive en C . Si à cet instant, la manœuvre de fermeture de la vanne est terminée (n'oublions pas que c'est elle qui est génératrice de l'onde régressive), la manœuvre est dite *rapide*. Si cette manœuvre n'est pas finie, l'onde de retour progressive se superpose à l'onde régressive qui continue de prendre naissance en C (manœuvre *lente*). De façon générale, puisque le coup de bélier n'apparaît pas uniquement dans le cas d'une manipulation de vanne, on pourra considérer le temps de manipulation ou de variation, t_v , comme étant à comparer avec le temps d'aller-retour d'une onde.

Cette estimation nous guide dans le choix de la théorie à choisir : le coup de bélier d'onde ou le coup de bélier en masse :

- si $t_v < 2\tau$: la manœuvre est rapide, on adopte la théorie du coup de bélier d'onde. De ce fait, tant que la manœuvre est réalisée sur un temps plus faible que $2L/a$, la variation de pression est la même que pour une manipulation instantanée.
- si $t_v \gg 2\tau$: la manœuvre est lente, et le coup de Bélier est moins important. On adopte la théorie du coup de bélier en masse.

7.7 Moyens de protection des conduites

Au moment de la conception, l'ingénieur peut choisir des solutions techniques, qui atténuent le coup de bélier : (1) le **diamètre de la conduite** : le choix d'un diamètre plus élevé réduit les pertes charges, mais aussi le coup de bélier puisque la vitesse de l'écoulement est plus faible (rappelons que la surpression est proportionnelle à la vitesse); (2) le **matériau de la conduite** : la valeur de la surpression dépend de la célérité de l'onde dans la conduite. Cette dernière est relative à la rigidité de la conduite *via* la valeur du module d'Young. Des études ont été menées en ce sens pour examiner la possibilité de réduire l'amplitude des variations de pression provoquées par le phénomène de coup de bélier en plaçant une conduite viscoélastique en polymère dans le réseau hydraulique constitué par ailleurs de conduites en matériau classique. Ceci a été réalisé dans une réseau constitué d'un seul tronçon [46] ou constitué de plusieurs ramifications de conduites quasi-rigides en remplaçant l'une de ces conduites par une conduite en polymère [50]. Dans tous les cas, les résultats montrent l'influence de la présence de cette conduite et un amortissement des ondes est observé. Ceci reste

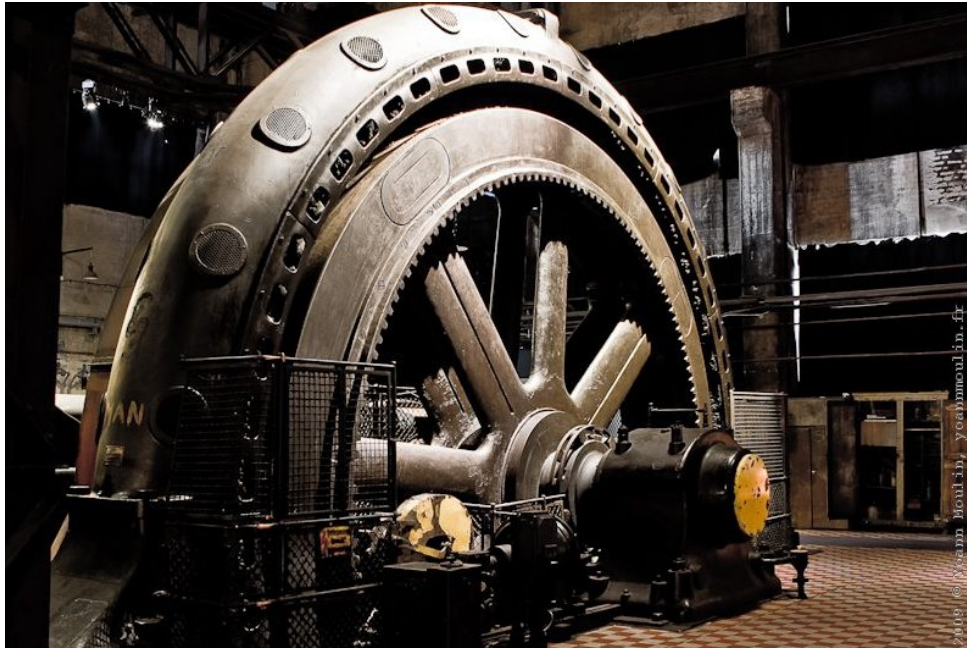


FIGURE 7.8 : Volant d'inertie (d'après Yoann Moulin [61]).

vrai pour des fermetures rapides de la vanne. En effet, le coup de bélier en masse ne fait pas intervenir le matériau de la conduite.

Si les analyses montrent qu'un coup de bélier peut apparaître dans une installation, l'ingénieur peut faire appel, en premier lieu, à différentes solutions : (i) augmenter le temps de modification de l'écoulement, (ii) augmenter la classe de la conduite permettant une meilleure résistance à la pression, (iii) limiter la vitesse de l'écoulement, (iv) réduire la vitesse de propagation de l'onde en changeant le type de conduite et (v) placer des soupapes de sécurité.

Il existe d'autre part des moyens de protections dont le rôle est de limiter la dépression et la surpression, le but n'étant pas de supprimer le coup de bélier car ceci est impossible. Les moyens les plus régulièrement utilisés sont le volant d'inertie, la soupape de décharge, les réservoirs d'air et les cheminées d'équilibre (étudiées précédemment).

7.7.1 Les volants d'inertie

Les volants d'inertie permettent de prolonger l'alimentation en débit d'une conduite malgré la disjonction d'une pompe par l'augmentation des moments d'inertie des masses tournantes (Fig. 7.8). Ceux-ci sont calés sur l'arbre du groupe, et restituent après cette disjonction l'énergie accumulée pendant la marche normale, augmentant ainsi le temps d'arrêt de l'ensemble. L'intensité du coup de bélier se trouve donc diminuée. Ce moyen, très efficace, reste limité car il nécessite un surdimensionnement d'entraînement pour vaincre le couple au démarrage de la pompe. Il sera donc intéressant exclusivement pour des conduites courtes.

L'amortissement généré par ces volants dépend fortement de leurs dimensions, sachant qu'elles sont restreintes par la place dont dispose le système de pompage.

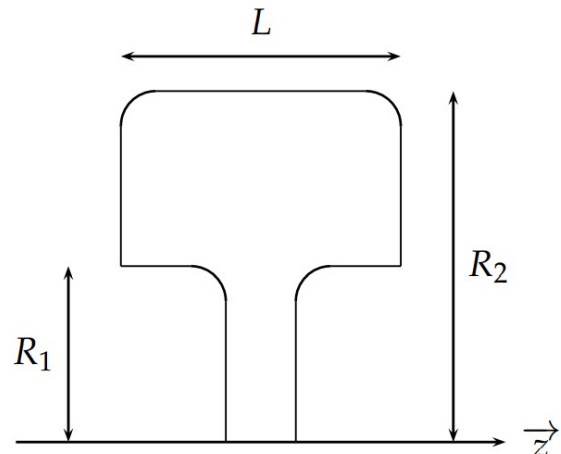


FIGURE 7.9 : Section d'un volant d'inertie.

Dans le cas du volant illustré sur la figure 7.9, le moment d'inertie de ce volume de révolution par rapport à l'axe de rotation $O\vec{z}$ vaut

$$I = m \frac{R_2^2 + R_1^2}{2}$$

De ce fait, au moment de l'arrêt brusque du moteur, le volant d'inertie a accumulé une énergie cinétique égale à $1/2 \times I\omega^2$. D'après le théorème de l'énergie cinétique, la variation de l'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des efforts extérieurs, soit ici $C\omega dt$ pendant le temps dt . Par conséquent, d'après ce théorème :

$$d\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right) = C\omega dt$$

En développant, et en passant aux différences finies, cette relation s'écrit finalement :

$$\Delta\omega = \frac{C}{I}\Delta t \quad (7.21)$$

Ainsi, à partir de la vitesse angulaire au moment de la disjonction, il est possible d'estimer les vitesses successives $(\omega - \Delta\omega)$ à des temps consécutifs $(t + \Delta t)$, et les nouvelles caractéristiques de la pompe en fonction de ces nouvelles vitesses de rotation. On choisit généralement la valeur de Δt égale au temps d'un aller-retour de l'onde entre la pompe et le réservoir, soit $\Delta t = 2L/a$.

7.7.2 Les soupapes de décharge

Les soupapes de décharges sont des organes capables d'évacuer instantanément un débit très important. Elles font intervenir un élément mécanique, généralement un ressort, qui en exploitation normale par sa compression, obture un orifice placé à un point du circuit dont on souhaite une protection face à des surpressions trop importantes (Fig. 7.10.a). Lorsqu'une surpression assez grande est créée, lors d'une variation du régime de l'écoulement, un débit est possible par la soupape. Généralement, le système est dimensionné de telle sorte que la pression nécessaire pour ouvrir le système correspond à une valeur 5% plus élevée que la pression normale de fonctionnement. Ce système doit être très réactif, et l'ouverture la plus rapide possible.

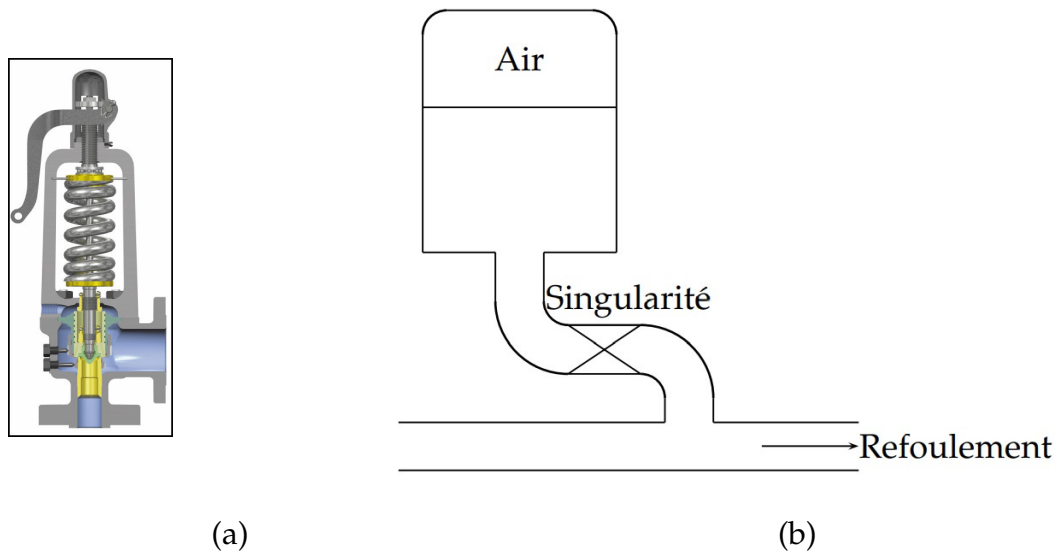


FIGURE 7.10 : a, soupape de sureté anti-bélier (produit *Dresser Consolidated*) ; b, Principe de la disposition d'un réservoir d'air.

7.7.3 La cheminée d'équilibre

Une cheminée d'équilibre, comme il a été dit dans la section 7.4.3, est adaptée au coup de bélier de masse. Elle est généralement réalisée en béton et placée sur le parcours du liquide dans la conduite d'amenée (Fig. 7.11). Lors de l'apparition d'une surpression, le trop plein d'eau dans la conduite peut être déplacé dans la cheminée. Au contraire, si une dépression apparaît dans la conduite au pied de la cheminée, cette dernière a la possibilité de donner de l'eau à la canalisation et éviter ainsi les dépressions trop importantes.

7.7.4 Les réservoirs d'air

Le principe des réservoirs d'air est identique à celui des cheminées d'équilibre vues plus haut. Ce dispositif est néanmoins placé dans une région proche du système de pompage ce qui n'était pas le cas des cheminées. Dans ce cas, l'alimentation continue de la conduite après la disjonction peut être effectuée à l'aide d'une réserve d'eau sous pression accumulée dans une capacité raccordée au refoulement. Cette dernière contient à la fois de l'eau et de l'air et, en marche normale, la pression de l'air équilibre la pression au point de branchement (Fig. 7.10.b).

À la disjonction du groupe moteur, le déficit en eau est comblé par l'eau du réservoir. Après diminution et annulation de la vitesse de l'eau chassée, l'eau de la conduite revient en arrière et remonte dans la cloche, augmentant la pression dans la conduite de refoulement. La dissipation de l'énergie de l'eau est créée par passage dans une singularité placée à la base de réservoir, sans quoi on observerait des oscillations très peu amorties du niveau de la surface libre. Pour des raisons pratiques, on montre qu'il est préférable d'avoir plus de pertes de charge au retour de l'eau que lors de son aller. La singularité peut être un diaphragme, une tuyère, ou un clapet à



FIGURE 7.11 : Cheminée d'équilibre en béton de la centrale hydroélectrique de la Trinité (Hautes-Alpes).
(photo prise par S. ALLEC).

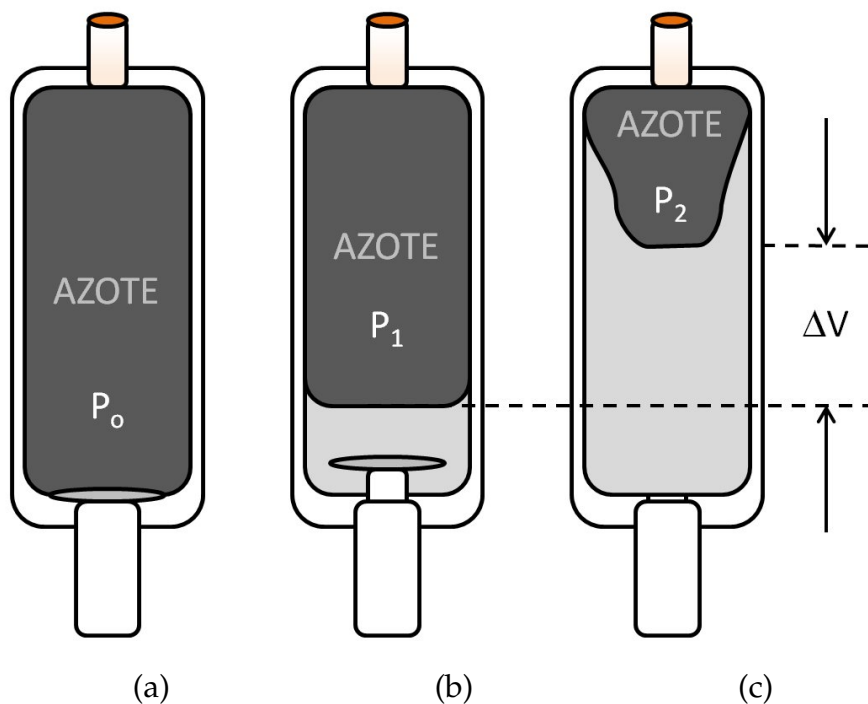


FIGURE 7.12 : Principe de fonctionnement d'un accumulateur hydraulique.

battant percé.

7.7.5 Les accumulateurs hydrauliques

Un accumulateur hydraulique est un réservoir capable d'emmagasiner une grande quantité d'énergie sous un faible volume. Il est composé de deux chambre, une chambre pour le fluide soumis au coup de bélier et une chambre pour un fluide dont la pression est contrôlée. La séparation des deux fluides est réalisée par la présence d'une vessie, un piston ou une membrane. Généralement le gaz à l'intérieur de la vessie est de l'azote dont la pression est réglée à une pression P_0 en absence d'écoulement (Fig. 7.12.a). Cette pression est réglée de telle sorte qu'en service cette fois, *i.e.* lorsque l'écoulement est présent, $P_0 = 0,9P_1$ avec P_1 la pression dans la région de l'accumulateur. La vessie est donc comprimée dans ce cas (Fig. 7.12.b). Lorsque le coup de bélier prend place, la pression maximum de service, P_2 , comprime de façon plus importante la vessie (Fig. 7.12.c) permettant donc au dispositif d'accumuler l'énergie *en trop* liée au coup de bélier. La figure 7.13 présente des mesures de variations de pression en présence ou non d'un accumulateur hydraulique (complété dans un des exemples par un amortisseur de pulsations).

7.7.6 Dimensionnement d'éléments de protection

Le dimensionnement des éléments tels que les soupapes de décharge et les accumulateurs hydrauliques repose sur les notions de pression nominale, de pression de fonctionnement admissible et de pression maximale admissible :

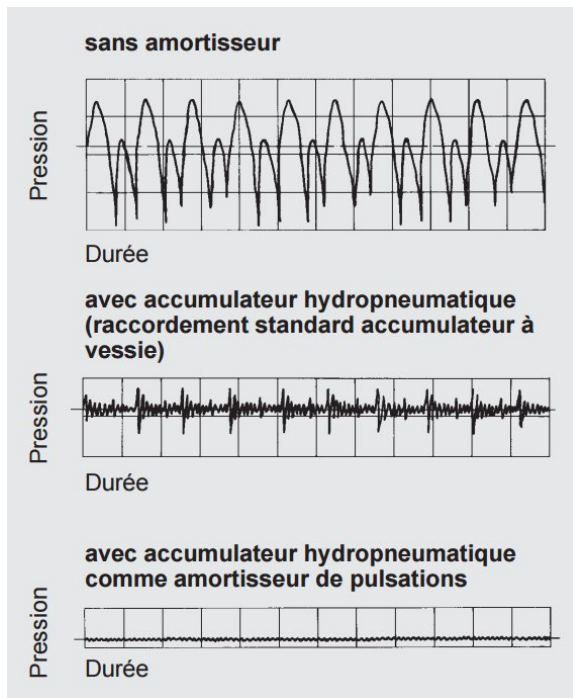


FIGURE 7.13 : Évolution de la pression lors d'un coup de bélier (haut), en présence d'un accumulateur hydraulique (milieu) et utilisé comme amortisseur de pulsation (d'après Hydac [1]).

- la pression nominale (PN) correspond à la pression présente dans la canalisation lors d'une utilisation normale. Elle permet de dimensionner la canalisation.
- la pression de fonctionnement admissible (PFA) correspond à la pression hydrostatique maximale à laquelle un composant est capable de résister de façon pérenne en service. Elle est évaluée à partir de la norme EN 805 [5].
- la pression maximale admissible (PMA) correspond à la pression que peut supporter un composant en présence d'un coup de bélier. Elle est prise généralement comme étant égale à $1,20 \times PFA$.

De ce fait, la mise en place d'un moyen de protection doit être considérée dès lors que $p > PMA$ même si généralement les mesures de sécurité sont utilisées dès que $p > PMA$.

7.7.7 Les robinetteries motorisées

Les lois d'ouverture ou de fermeture des vannes doivent être estimées en vue de réduire au mieux les coups de bélier et doivent ensuite être respectées *in situ*. Ceci peut être appliquée par l'utilisation de robinetterie motorisée et actionnée permettant de satisfaire la décroissance ou l'augmentation du débit tel qu'elle a été déterminée *a priori* (Figure 7.14).

7.8 Méthode graphique de Bergeron

La complexité des phénomènes mis en jeu ici nous empêche d'aboutir à une solution analytique. Il existe alors d'autres méthodes, graphiques pour les plus anciennes et numériques pour les plus récentes.

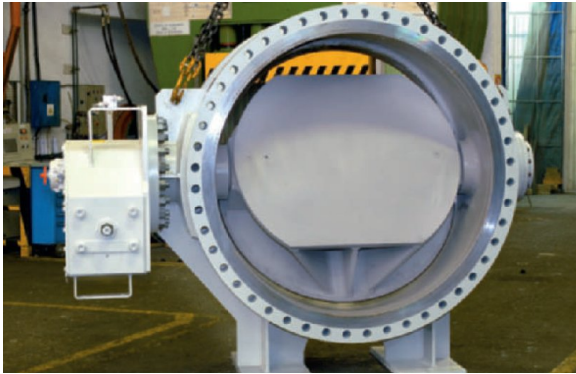


FIGURE 7.14 : Clapet d'arrêt à battant motorisé (d'après KSB [11]).

Nous abordons dans ce paragraphe, la méthode graphique de Bergeron-Schnyder mise en place indépendamment l'une de l'autre. Cette méthode a tendance à disparaître depuis la suprématie du numérique, elle reste néanmoins intéressante et permet de comprendre la physique du phénomène.

7.8.1 Principe de la méthode

Les pressions telles qu'elles interviennent dans les expressions d'Allievi sont des pressions statiques (paragraphe 7.3.2). Pour élargir le champ des méthodes que nous étudierons dans la suite, on traitera des pressions motrices. Cette utilisation nous permet entre autre de traiter des parois inclinées ou non à partir des mêmes équations. D'autre part, la contribution de la pression atmosphérique sera éliminée en considérant des pressions effectives. On pose finalement :

$$h = \frac{p^* - p_{atm.}}{\rho g} \quad \text{ou} \quad \frac{p^*}{\rho g} = h + \frac{p_{atm.}}{\rho g}$$

De même, le débit est plus utilisé en hydraulique en lieu et place de la vitesse dans les conduites. Les formules d'Allievi deviennent alors :

$$h - h_o = \frac{1}{\rho g} \left[F \left(t - \frac{x}{a} \right) + f \left(t + \frac{x}{a} \right) \right] \quad \text{et} \quad Q - Q_o = \frac{S}{\rho a} \left[F \left(t - \frac{x}{a} \right) - f \left(t + \frac{x}{a} \right) \right]$$

On peut désormais s'intéresser aux expressions $h + aQ/gS$ et $h - aQ/gS$, il vient respectivement :

$$h + \frac{a}{gS} Q = \frac{2F \left(t - \frac{x}{a} \right)}{\rho g} + \text{Cste}$$

$$h - \frac{a}{gS} Q = \frac{2f \left(t + \frac{x}{a} \right)}{\rho g} + \text{Cste}$$

Si notre imagination est assez vaste pour pouvoir considérer un observateur se déplaçant dans le sens des x positifs à la vitesse a (Fig. 7.15), son déplacement vaut :

$$x = at + \text{Cste} \quad \text{ou} \quad t - \frac{x}{a} = \text{Cste}$$

Dans ce cas, $F \left(t - \frac{x}{a} \right) = \text{Cste}$, entraînant donc la relation importante

$$h + \frac{a}{gS}Q = \text{Cste} \quad (7.22)$$

Ici la constante représente les conditions de départ du coureur et peut s'exprimer sous la forme $h_{\text{init.}} + aQ_{\text{init.}}/gS$, avec $h_{\text{init.}}$ et $Q_{\text{init.}}$ les conditions de hauteur et de débit au moment du départ du relayeur considéré. Si notre imagination a résisté jusqu'ici, il nous sera facile de considérer cette fois-ci un autre observateur se déplaçant en sens inverse (Fig. 7.15), mais toujours à la vitesse a , son déplacement vaut :

$$x = -at + \text{Cste} \quad \text{ou} \quad t + \frac{x}{a} = \text{Cste}$$

Dans ce cas, $f\left(t + \frac{x}{a}\right) = \text{Cste}$, entraînant donc une deuxième relation tout aussi importante

$$h - \frac{a}{gS}Q = \text{Cste} \quad (7.23)$$

Nous voyons donc que pour un observateur se déplaçant à une vitesse a (quel que soit le sens), la charge et le débit volumique sont liés linéairement.

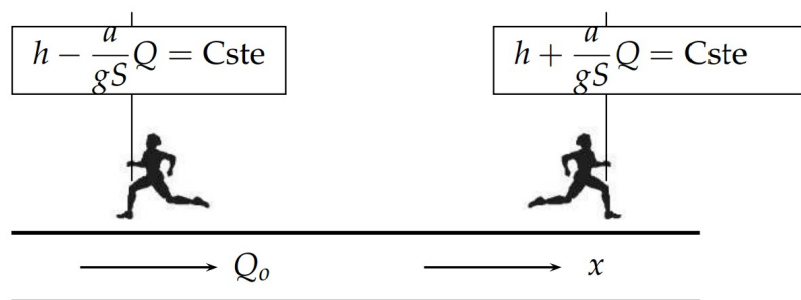


FIGURE 7.15 : Représentation et orientation des relayeurs de Bergeron.

D'où la **loi de Bergeron** :

“Pour un observateur qui se déplace à la célérité a , le long d'une conduite de caractéristique constante, le point figuratif du régime (h, Q) , au lieu où il se trouve, est sur une droite qui passe par le point figuratif du régime qui existait au temps et au lieu de son départ, et dont le coefficient angulaire est $\pm a/gS$ suivant qu'il se déplace au sens contraire (+) ou dans le même sens (-) que le débit Q_0 du régime permanent choisi comme sens positif.”

Notons qu'il est assez amusant et surprenant de pouvoir déterminer les fluctuations de pression et de vitesse en faisant partir un observateur de tel endroit ou tel autre à une date que l'on choisit. Néanmoins, avant de commencer le tracé du graphe, il faut connaître : (1) le sens de l'écoulement permanent établi, ceci permettant d'orienter selon ce sens l'axe des x sur lequel vont courir les relayeurs (Cf. figure 7.15); (2) le point M_0 et la date du départ de l'observateur; (3) le sens de parcours de l'observateur dans la tuyauterie afin de tracer la droite issue de M_0 ; (4) les caractéristiques de l'extrémité de la conduite que rencontrera l'observateur lorsqu'il y arrive à un temps L/a plus tard. Une fois toutes ces informations retenues, l'observateur se déplace dans un système d'axes (h, Q) alternativement sur des droites de pentes $\pm a/gS$ qui

ne dépendent que de F et f (Fig. 7.16). Le point de fonctionnement M est donc parfaitement défini à l'instant t en un point déterminé par la conduite.

La résolution par la méthode graphique de Bergeron est largement facilitée par le tracé de l'épure en même temps que la détermination et la résolution des équations des relayers. En effet, le tracé doit aussi faire apparaître des conditions limites sur lesquelles les droites des relayers s'interrompent. Les exemples traités plus loin seront basés sur cette démarche.

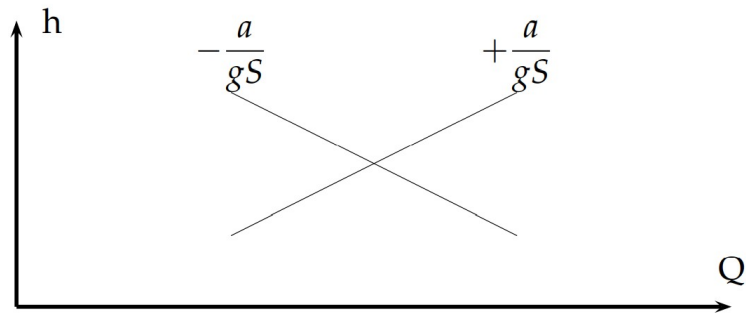


FIGURE 7.16 : Principe de construction des droites des observateur de Bergeron.



Remarquons que le relayeur transportant la quantité $h + aQ/(gS) = Cste$ se déplace sur un segment de pente négative. En effet l'équation de la droite accueillant ce segment s'écrit $h = -aQ/(gS) + Cste$ et a donc une pente négative. De même le relayeur transportant la quantité $h - aQ/(gS) = Cste$ se déplace sur un segment de pente positive.

7.8.2 Conditions aux extrémités

D'après ce qui vient d'être dit, la connaissance des conditions imposées par les extrémités de la conduite considérée est primordiale pour une résolution correcte du problème. Ces conditions sont principalement de deux types, constant ou variable. Pour le premier type de condition, un réservoir d'eau impose par exemple à sa base une hauteur constante. Un état d'ouverture d'une vanne impose aussi une condition constante : une évolution des pertes de charge avec le débit si elle est partiellement fermée, et un débit nul si elle est totalement fermée. Concernant ce dernier point, ceci reste vrai tant qu'il n'y a pas de cavitation observée. En effet, si une cavitation est présente en ce point, celle-ci imposera une hauteur de cavitation (Cf. paragraphe 7.8.7). Enfin, dans le cas d'une pompe ayant une vitesse décroissante, consécutivement à l'utilisation d'un volant d'inertie, celle-ci impose une hauteur et un débit dont les valeurs sont évaluées par la caractéristique de la pompe à la vitesse de rotation observée par le relayeur à son arrivée.

Tous ces cas sont traités par la suite. L'application du paragraphe 7.8.4 traite du cas d'un réservoir et d'une vanne totalement fermée en absence de cavitation. Le paragraphe 7.8.5 propose de résoudre graphiquement ce même cas avec cette fois une vanne dont la fermeture est progressive (le type est donc variable ici pour une des deux extrémités).

7.8.3 Notation spécifique

Finalement la résolution graphique de Bergeron ne s'intéresse qu'aux conditions observées aux extrémités, d'une part, et en certains temps d'autre part. Ceux-ci étant des multiples du temps nécessaire à une onde pour parcourir la distance d'une extrémité à l'autre. Pour soulager l'écriture dans les résolutions suivantes, le temps d'un aller qui est égal à L/a , L étant la distance à parcourir et a la célérité de l'onde, sera noté τ . On parlera ainsi des temps 2τ , 3τ , etc.

7.8.4 Application : fermeture de vanne instantanée

Nous allons appliquer la méthode graphique de Bergeron dans le cas d'une fermeture instantanée de vanne située à l'extrémité de la conduite précédemment utilisée pour illustrer le coup de bélier en masse ou les solutions d'Allievi (Fig. 7.1). Les caractéristiques de la conduite sont rassemblées dans le tableau 7.1 (page 181). La célérité des ondes dans cette conduite a déjà été estimée à l'aide des caractéristiques de la conduite et à l'aide de la relation 7.18 (page 189). Pour rappel, celle-ci vaut $a = 1177$ m/s. Le temps que mettrait une onde pour faire un aller-retour vaut donc $L/a = 1,3$ s et est très grand évidemment par rapport au temps de fermeture de la vanne qui est nul. Ceci justifie donc l'utilisation de la théorie du coup d'ondes et l'application de la méthode graphique de Bergeron, les relations de relayeurs ayant été obtenues à l'aide des solutions d'Allievi. Comme dans les autres applications, la vanne génère initialement des pertes de charge selon l'évolution $\Delta h = 640 \times Q^2$. Le débit permanent avant modification de l'état de la vanne vaut donc $Q = 0,5$ m³/s (Cf. paragraphe 7.4.2). Les relayeurs auront des pentes

$$\frac{a}{gS} = \frac{1177}{9,81 \times 0,20} \approx 600 \text{ m}/(\text{m}^3/\text{s}) = 60 \text{ m}/(0,1 \text{ m}^3/\text{s})$$

Dans cet exemple, nous traiterons de façon simultanée le problème de façon analytique en utilisant les relations portées par les relayeurs et de façon graphique en traçant l'épure de Bergeron basée sur des segments.

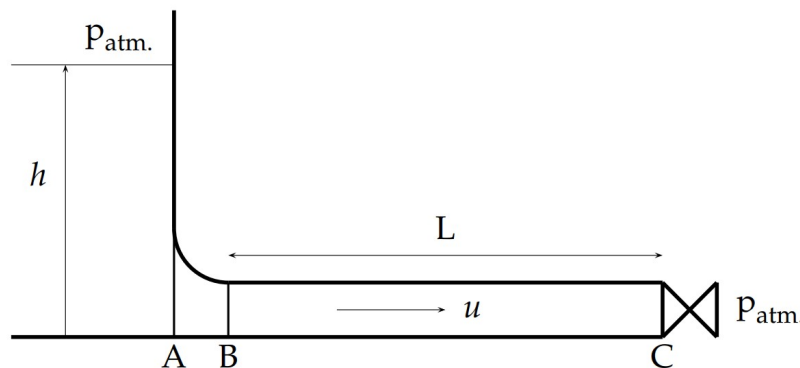


FIGURE 7.1 Installation avec une conduite à la base d'un réservoir.

⇨ À l'instant $t = 0$, on ferme la vanne, le débit passe alors d'une valeur stabilisée égale à $0,5$ m³/s à une valeur nulle. Il apparaît une onde de surpression qui remonte la conduite correspondant à une charge de 160 m augmentée de la valeur Δh , que

nous allons calculer plus loin. À un instant infiniment petit avant la fermeture, un premier relayeur quitte la vanne en direction du réservoir, il court à une vitesse a sur une droite d'équation $h - aQ/(gs) = \text{Cste}$ (il s'agit du relayeur à gauche portant la relation 7.23). Lorsqu'il quitte la vanne, ses conditions initiales ($Q_{\text{init.}}, h_{\text{init.}}$) étaient ($0,5 \text{ m}^3/\text{s}, 160 \text{ m}$), d'où l'équation qu'emprunte le relayeur 1 : $h - aQ/(gs) = -140$.

↪ À l'instant $t = L/a$, le relayeur 1 arrive à l'embouchure du réservoir qui impose sa pression, $h = 160 \text{ m}$. D'après l'équation précédente, le débit vaut alors $Q = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$, débit qu'il observe à son arrivée. Ceci ne devrait pas nous étonner car ce sont les conditions avant la fermeture de la vanne et le relayeur devance l'onde qui va changer ces conditions. Ainsi le segment du relayeur 1 part du point ($0,5 \text{ m}^3/\text{s}, 160 \text{ m}$) correspondant à ses conditions de départ jusqu'au point ayant les mêmes coordonnées d'après les conditions observées par ce relayeur une fois arrivé au réservoir. Le segment du relayeur 1 est donc un point uniquement. Intéressons-nous maintenant au deuxième relayeur parti du réservoir aussitôt que le premier ait atteint son but. Ce nouveau relayeur (il s'agit maintenant du relayeur courant dans le sens des x) se dirige du réservoir vers la vanne avec une vitesse a , et descend une droite d'équation $h + aQ/(gs) = h_{\text{init.}} + aQ_{\text{init.}}/(gs)$. Les conditions initiales de ce relayeurs, ($Q_{\text{init.}}, h_{\text{init.}}$), valent aussi ($0,5 \text{ m}^3/\text{s}, 160 \text{ m}$) et correspondent alors à la première extrémité du segment du relayeur 2 dont l'équation s'écrit $h + aQ/(gs) = 460$.

↪ À l'instant $t = 2L/a$, le relayeur 2 atteint la vanne. En ce point le débit est nul, la pression vaut, d'après la relation portée par le relayeur 2, $h = 460 \text{ m}$. On peut retrouver cette valeur en traçant le segment du relayeur 2 qui a une pente négative, démarre du point ($0,5 \text{ m}^3/\text{s}, 160 \text{ m}$) (*i.e.* les conditions initiales du relayeur 2) et doit se diriger vers une condition imposée par la vanne, donc un débit nul. On trouve alors graphiquement qu'à son arrivée, le relayeur trouve sur la vanne une surpression d'une valeur $\Delta h = 460 - 160 = 300 \text{ m}$ par rapport à la condition nominale (ou 29,4 bar comme cela avait été prévu d'après l'application des solutions d'Allievi). Un troisième relayeur de Bergeron part à son tour, de la vanne avec pour objectif le réservoir et transportant la relation $h - aQ/(gs) = h_{\text{init.}} - aQ_{\text{init.}}/(gs)$. Ses conditions initiales, ($Q_{\text{init.}}, h_{\text{init.}}$), valent ($0 \text{ m}^3/\text{s}, 460 \text{ m}$), d'où la relation transportée par ce relayeur : $h - aQ/(gs) = 460$. Le segment de ce relayeur démarre donc au point ($0 \text{ m}^3/\text{s}, 460 \text{ m}$), a une pente positive et se dirige vers une condition imposée par le réservoir, *i.e.* $h = 160 \text{ m}$.

↪ À l'instant $t = 3L/a$, le relayeur 3 arrive à l'embouchure du réservoir imposant $h = 160 \text{ m}$ d'où $Q = -0,5 \text{ m}^3$ d'après l'équation transportée par le relayeur et d'après le tracé du segment. Nous obtenons ainsi le point ($-0,5 \text{ m}^3, 160 \text{ m}$). À cet instant, un quatrième relayeur part du réservoir pour la vanne et son segment démarre à ce point, et il transporte l'équation $h + aQ/(gs) = -140$, étant données ses conditions initiales. La pente du segment est donc négative et se dirige vers une condition imposée par la vanne.

↔ À l'instant $t = 4L/a$, le relayeur 4 arrive sur la vanne pour laquelle le débit est nul. La pression alors $h = -140$ m d'après le tracé ou l'équation du relayeur. Nous obtenons ainsi le point $(0 \text{ m}^3/\text{s}, -140 \text{ m})$. À partir de cet instant, le quatrième va s'empresse d'inverser la surpression, on retrouve alors les conditions du premier relayeur. Un cycle complet a été effectué sur la vanne. Le dernier relayeur quant à lui, partant de la vanne pour se diriger vers le réservoir lui permettra d'observer la condition $(0,5 \text{ m}^3, 160)$. Lorsqu'il inversera la tendance, un cycle complet sera alors effectué à l'embouchure du réservoir. Le relai est fini.

Notons que nous retrouvons une période de $4L/a$ que ce soit au niveau de la vanne mais aussi à l'embouchure du réservoir. Nous retrouvons d'autre part, comme il a été dit plus haut, les mêmes estimations de surpression que celle prédite par les formulations d'Allievi. Les résultats obtenus à partir des relayeurs de Bergeron sont rassemblés sur la figure 7.17.

Notons tout de même que tracer les droites caractéristiques des relayeurs est une première étape, et non une fin en soi. En effet, il est plus important dans une deuxième étape de fournir les renseignements de débits et de hauteurs aux extrémités pour des temps caractéristiques du problème. C'est là le but de la méthode de Bergeron. Pour cela, on simplifie en plus généralement l'écriture temporelle, c'est à dire qu'un temps noté $t = 1$ équivaut au temps $t = L/a$. De même, on renseigne sur l'épure de Bergeron les extrémités considérées. Ainsi la notation $] - \infty, 1]R$ signifie que pour des instants antérieurs à $t = L/a$, le débit vaut $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$ et la surpression à l'embouchure du réservoir est nulle d'après la figure 7.17.

On note donc une surpression égale à aQ_0/gS sur la vanne entre les temps 0 et L/a , comme il est indiqué sur la figure 7.5 obtenue à partir des solutions d'Allievi.

Insistons sur le fait que tout ce qui vient d'être dit dans ce chapitre est basé sur les hypothèses de réversibilité complète du phénomène : absence de perte de charge, élasticité parfaite de la conduite, et écoulement monophasique⁴. Dans le cas réel, les dissipations atténuent cet effet dans la durée. D'autre part, les canalisations présentent la plupart du temps des changements de direction à l'origine de réflexions d'ondes. En tout point de la canalisation la pression est ainsi la superposition de deux ondes, ce qui diminue généralement l'amplitude de la pression.

7.8.5 Application : fermeture progressive d'une vanne

On considère de nouveau la configuration de la figure 7.1 utilisée précédemment dans le paragraphe 7.8.4 dans lequel la fermeture de la vanne était instantanée. Cette fois-ci la fermeture sera prise comme étant progressive et la formulation des pertes

4. Si la dépression devient importante, la pression absolue atteinte pour certaines abscisses pourrait descendre en-dessous de la pression de vapeur saturante. Dans ce cas, l'écoulement devient multiphasique, et une poche gazeuse se dilate en premier lieu pour se résorber lors du passage d'une surpression.

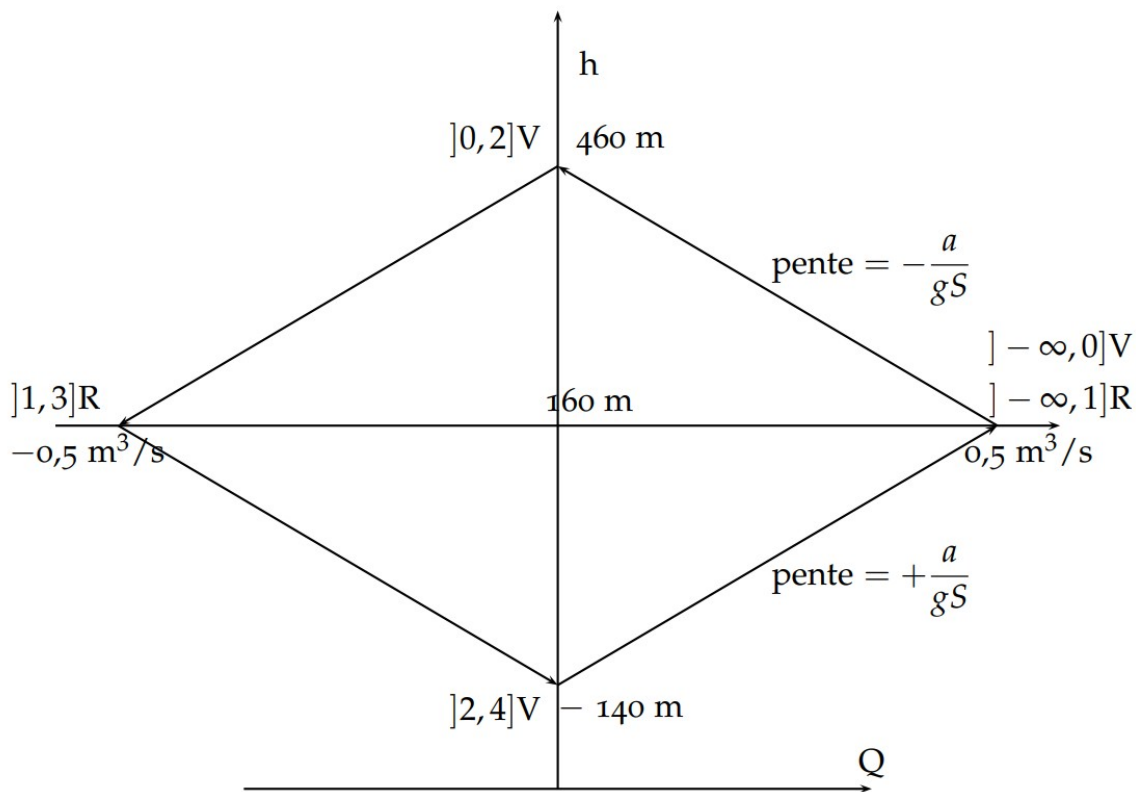


FIGURE 7.17 : Représentation des surpressions et dépressions au niveau de la vanne, et des débits au niveau du réservoir dans le cas d'une fermeture instantanée d'une vanne placée à l'extrémité d'une conduite d'adduction.

de charge générées par vanne au cours du temps sera la suivante :

$$\Delta H = 640 \left(\frac{Q}{1 - \frac{t}{T}} \right)^2 \tag{7.24}$$

avec g l'accélération de pesanteur, t le temps en seconde, T le temps de fermeture de la vanne égal à 4,1 s. Les chutes de pression pour des temps négatifs sont identiques à celle pour $t = 0$, la vanne étant pour ces temps-là partiellement fermée. Ainsi, on peut représenter pour un instant t , la courbe caractéristique de la vanne par une parabole.

Dès le début de fermeture de la vanne, l'écoulement permanent est perturbé et des **ondes de pression** partent alors de façon continue de la vanne (avec pour célérité $a = 1177 \text{ m/s}$). On utilisera alors la théorie de coup de bélier d'ondes.

On se propose d'estimer, **graphiquement** par la méthode de Bergeron, les débits et pressions sur la vanne au cours de sa fermeture. Afin de simplifier l'étude, on ne s'intéressera qu'à des instants particuliers correspondant à des temps multiples d'un aller-retour d'une onde dans la conduite.

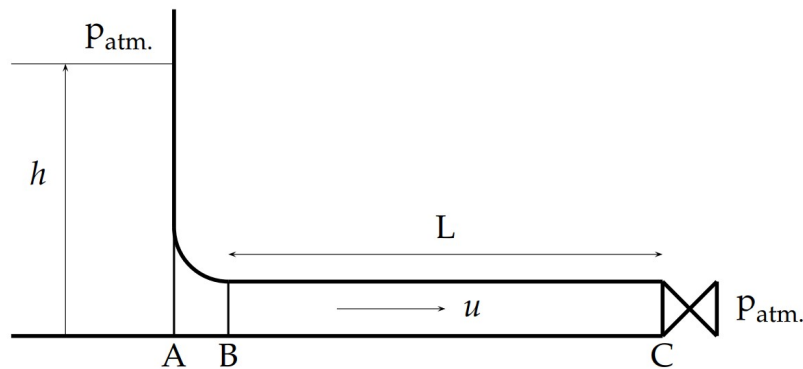


FIGURE 7.1 Installation avec une conduite à la base d'un réservoir.

Le réservoir est de grande taille, on peut donc considérer son niveau comme étant constant, les pertes de charge seront négligées dans la conduite BC. Comme il a été montré précédemment, le débit permanent vaut $Q_0 = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$.

Détermination des caractéristiques de la vanne pour des temps particuliers

On ne s'intéresse qu'aux caractéristiques de la vanne aux instants $0, 2\tau, 4\tau, 6\tau$, etc. correspondant à des multiples de l'aller-retour de la première onde générée, avec $2\tau = 2L/a = 1,3 \text{ s}$. Les caractéristiques de la vanne sont rassemblées dans le tableau 7.3 et les courbes sont tracées sur la figure 7.18 sur laquelle la condition du réservoir a été rajoutée ($h = 160 \text{ m}$).

TABLEAU 7.3 : Courbes caractéristiques de la vanne pour des temps multiples d'un aller-retour de la première onde générée.

Instant	Caractéristique
0	$\Delta H = 640 \times Q^2$
2τ	$\Delta H = 1372 \times Q^2$
4τ	$\Delta H = 4782 \times Q^2$
6τ	$\Delta H = 268\,960 \times Q^2$
Au-delà	$Q = 0$

Application de la méthode graphique de Bergeron

La méthode graphique de Bergeron consiste à faire partir des rayeurs des extrémités de la conduite BD. L'orientation de l'axe des droites est de B vers C étant donnée l'orientation de l'écoulement permanent. La constante des relations portées par les rayeurs sera déterminée par les conditions de l'extrémité de départ. Les conditions imposées par l'extrémité d'arrivée seront soit une hauteur (pour le réservoir), soit une valeur de perte de charge et de débit (pour la vanne).

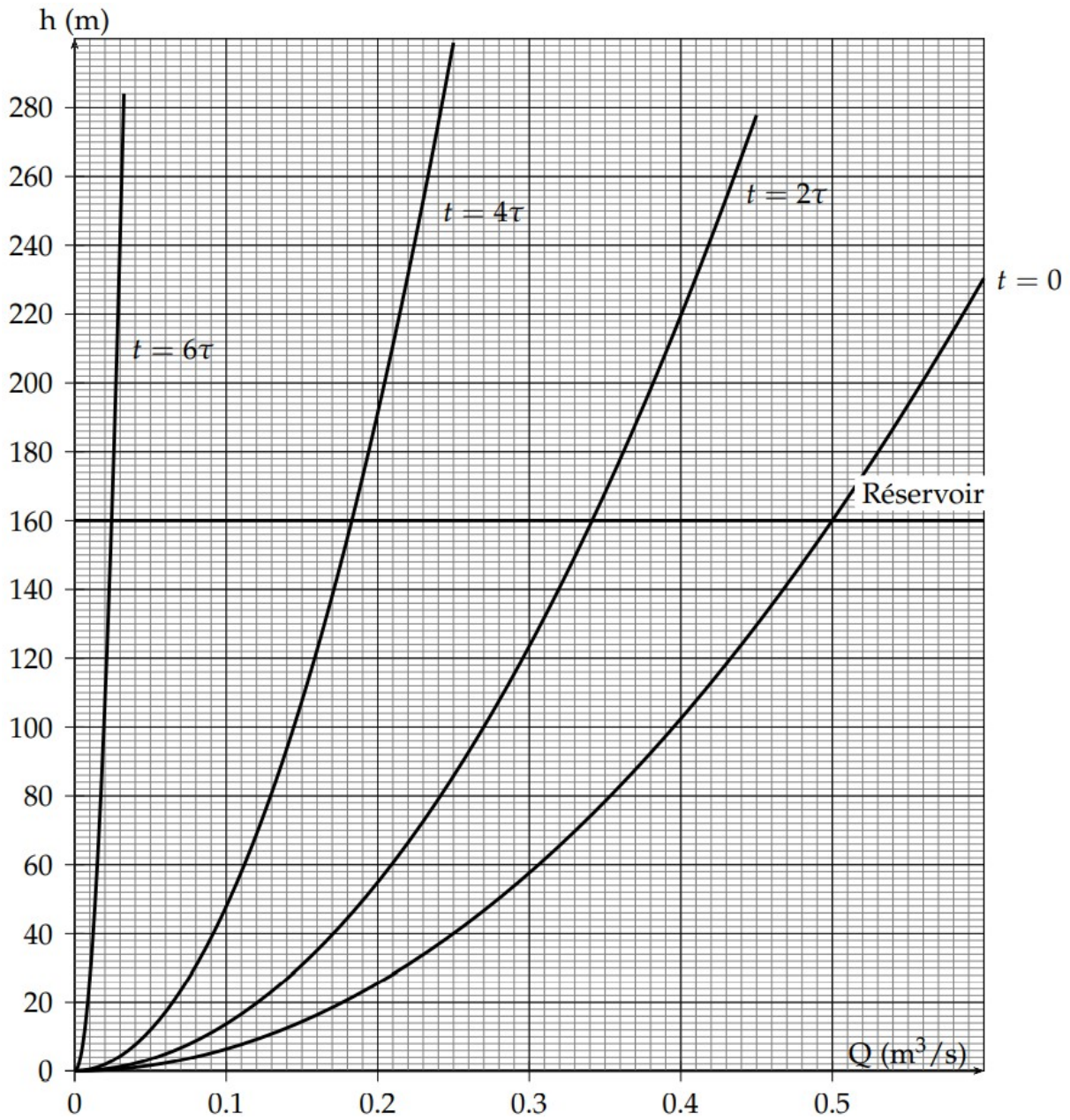


FIGURE 7.18 : Évolution de la caractéristique de la vanne en fonction de temps particuliers, et tracé de la condition imposée par le réservoir.



La résolution de ce problème peut être totalement graphique ici et consiste alors à tracer les différents segments de droite de chacun des relayeurs. Une fois l'épure finie, l'utilisateur estime finalement les valeurs de variation de pression. Ici, on traitera volontairement la résolution basée sur les équations des relayeurs d'une part et sur le graphe d'autre part en parallèle pour des raisons pédagogiques.

La pente des relations des relayeurs vaut (Cf. paragraphe 7.8.4) $600 \text{ m}/(\text{m}^3/\text{s})$, les relayeurs courent sur des droites de pente égale à $\pm 60 \text{ m}$ par $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$.

Relayeur 1 : À l'instant $t = 0$, le relayeur R1⁵ quitte la vanne et se dirige vers le réservoir. D'après son orientation, il porte la relation :

$$h - \frac{a}{gS}Q = -140$$

Le membre de droite correspond à la valeur numérique de la constante $h_{\text{in.}} - aQ_{\text{in.}}/gS$, soit $h_0 - aQ_0/gS$. À l'instant τ , il arrive au pied du réservoir imposant une hauteur égale à 160 m . D'après la relation de R1, le débit vaut alors :

$$Q = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ce relayeur trouve naturellement les conditions de l'écoulement permanent, l'onde étant derrière lui.

Relayeur 2 : À l'instant τ , le relayeur R2 quitte le réservoir et se dirige vers la vanne, portant la relation :

$$h + \frac{a}{gS}Q = 460$$

On trace cette demi-droite à partir du point correspondant à l'écoulement permanent jusqu'à rencontrer la condition de la vanne, $Q = 0,4 \text{ m}^3/\text{s}$ et $h = 220 \text{ m}$ (Cf. figure 7.19). Il s'agit donc des conditions que trouve le relayeur R2. On note ainsi une surpression égale à

$$\Delta p = \rho g(h - h_0) = 1000 \times 9,81 \times (220 - 160) = 6 \text{ bar}$$

Relayeur 3 : À l'instant 2τ , le relayeur R3 quitte la vanne et se dirige vers le réservoir, portant la relation :

$$h - \frac{a}{gS}Q = -20$$

On trace cette demi-droite à partir du point correspondant aux conditions de la vanne (conditions de départ de ce relayeur) jusqu'à rencontrer les conditions imposées par le réservoir, $h = 160$. On note $h = 160 \text{ m}$ et $Q = 0,3 \text{ m}^3/\text{s}$.

Relayeur 4 : À l'instant 3τ , le relayeur R4 quitte le réservoir et se dirige vers la vanne, portant la relation :

$$h + \frac{a}{gS}Q = 340$$

5. En fait, il part un temps infiniment petit avant $t = 0$. Nous adopterons ici ce vocabulaire pour ne pas surcharger le texte.

D'après la caractéristique de la vanne à l'instant 4τ , ce relayeur trouve les conditions $Q = 0,21 \text{ m}^3/\text{s}$ et $h = 212 \text{ m}$, soit une surpression égale à 5,2 bar.

Relayeur 5 : À l'instant 4τ , le relayeur R5 quitte la vanne et se dirige vers le réservoir, portant la relation :

$$h - \frac{a}{gS}Q = 86$$

Les conditions imposées par le réservoir entraîne $Q = 0,12 \text{ m}^3/\text{s}$ et $h = 160 \text{ m}$, que l'on retrouve graphiquement.

Relayeur 6 : À l'instant 5τ , le relayeur R6 quitte le réservoir et se dirige vers la vanne, portant la relation :

$$h + \frac{a}{gS}Q = 232$$

D'après la caractéristique de la vanne à l'instant 6τ , ce relayeur trouve les conditions $Q = 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$ et $h = 216 \text{ m}$, soit une surpression égale à 5,6 bar.

Relayeur 7 : À l'instant 6τ , le relayeur R7 quitte la vanne et se dirige vers le réservoir, portant la relation :

$$h - \frac{a}{gS}Q = 198$$

Les conditions imposées par le réservoir entraîne $Q = -0,06 \text{ m}^3/\text{s}$ et $h = 160 \text{ m}$.

Relayeur 8 : À l'instant 7τ , le relayeur R8 quitte le réservoir et se dirige vers la vanne, portant la relation :

$$h + \frac{a}{gS}Q = 124$$

D'après la caractéristique de la vanne fermée, ce relayeur trouve les conditions $Q = 0 \text{ m}^3/\text{s}$ et $h = 124 \text{ m}$, soit une dépression égale à -3,6 bar.

La suite du tracé correspond à celui obtenu lors d'une fermeture instantanée d'une vanne (Cf. exemple précédent), à savoir une courbe fermée. L'épure de Bergeron est entièrement tracée sur la figure 7.19, sur laquelle les notions d'espace et de temps ont été rajoutées pour les deux extrémités. R et V correspondent respectivement au réservoir et à la vanne, et le chiffre devant la lettre correspond au temps considéré (*i.e.*, $2V \rightarrow t = 2L/a$ sur la vanne). L'évolution du débit et de la pression au niveau de la vanne est donnée dans le tableau ci-dessous.

TABLEAU 7.4 : Évolution du débit et de la pression au niveau de la vanne.

Instant	0	2τ	4τ	6τ	8τ	10τ	12τ
$Q \text{ (m}^3/\text{s)}$	0,5	0,4	0,21	0,03	0	0	0
$\Delta p \text{ (bar)}$	0	6,0	5,2	5,6	-3,6	3,6	-3,6

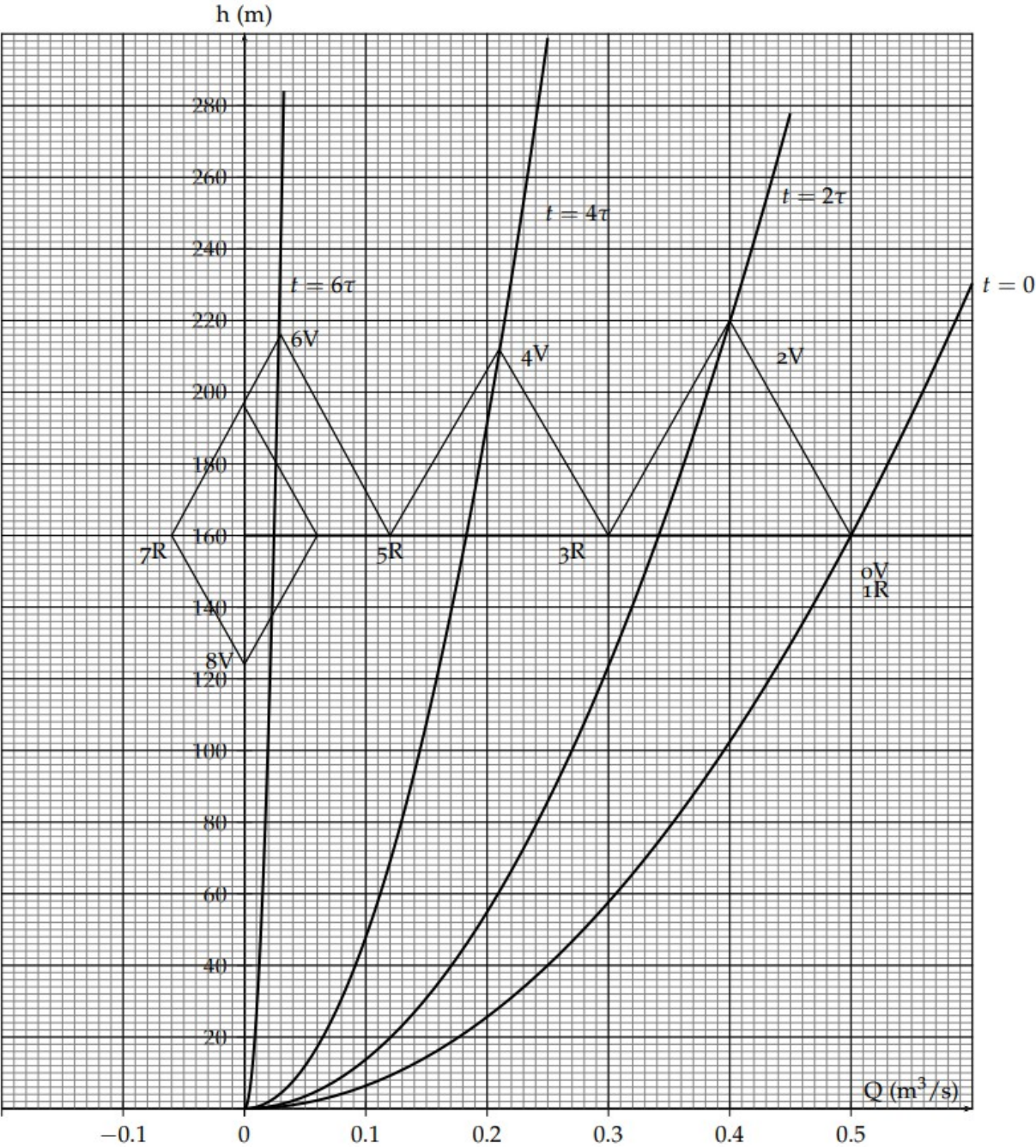


FIGURE 7.19 : État de la pression et du débit lors d'une fermeture progressive d'une vanne.

7.8.6 Application : utilisation d'un volant d'inertie

Une pompe est utilisée pour alimenter un réservoir dont la surface libre est à une altitude égale à 80 m par rapport au plan de référence à partir d'une conduite dont les propriétés sont données dans le tableau 7.5. La pompe fonctionne à une vitesse de rotation égale à 1450 tr/min avant la disjonction du moteur (Fig. 7.20). Afin de limiter les effets des coups de bélier après la disjonction du moteur, un volant d'inertie en acier est fixé sur l'arbre mobile de la pompe. Ses caractéristiques sont les suivantes : $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, $R_1 = 0,18 \text{ m}$, $R_2 = 0,25 \text{ m}$, $L = 0,2 \text{ m}$.

TABLEAU 7.5 : Propriétés de la conduite de l'exemple du paragraphe 7.8.6.

Longueur (m)	Diamètre (m)	célérité (m/s)
750	0,154	1100



FIGURE 7.20 : Courbes de la pompe de l'application du paragraphe 7.8.6.

La solution de cette application est résumée dans le tableau 7.6. Toutes les lignes de ce tableau ont pour but d'estimer la décroissance de la vitesse de rotation de l'arbre-moteur, $\Delta\omega$. On recommence ensuite une nouvelle ligne à partir d'une nouvelle valeur $\omega - \Delta\omega$. On effectue un calcul tous les deux fois Δt (en prenant pour unité de temps

L/a). L'application de la relation (7.21), et des données numériques du problème, permet d'écrire la décroissance de la vitesse de rotation de l'arbre-moteur :

$$\Delta\omega = 0,194 \times C$$

Ainsi, pendant le régime établi (i.e. $\omega_0 = 151,8$ rad/s), le point de fonctionnement entraîne une valeur de couple $C_0 = 137,5$ N.m de l'arbre-moteur. Étant donnée l'inertie du volant, après un aller-retour de l'onde, et donc du relayeur de Bergeron, la décroissance de la vitesse de rotation du moteur vaut $\Delta\omega = 26,8$ rad/s. La nouvelle vitesse de rotation, $\omega_2 = 125,1$ rad/s, permet de tracer la nouvelle courbe caractéristique du moteur.

Le relayeur quittant le réservoir se déplace sur une droite de pente positive égale à $a/gS = 6 \times 10^3$ m/(m³/s) = 60 m/(10 l/s). Une fois arrivé au niveau de la pompe, il observe les conditions qu'elle lui impose ($Q_2 = 20,5$ l/s; $H_2 = 53$ m; $\eta_2 = 0,93$). Pour ce rendement, le couple de l'arbre-moteur vaut $C_2 = 91,6$ N.m. Pendant ce temps, un autre relayeur a quitté la pompe pour se diriger vers le réservoir imposant sa hauteur d'eau, il note alors les conditions ($Q = 16,0$ l/s; $H = 80$ m). La suite de la résolution consiste à faire partir les relayeurs des différentes extrémités imposant leur condition (hauteur et débit pour la pompe, et hauteur pour le réservoir). Celle-ci est donnée sur la figure 7.21. On observe pendant la décélération de l'arbre-moteur plusieurs dépressions (Tab. 7.7), mais néanmoins plus faibles que dans le cas d'un clapet anti-retour placé juste en aval de la pompe et se fermant de façon instantanée. La valeur de cette dépression peut être estimée par intersection de la droite du premier relayeur (1R) se dirigeant cette fois vers la caractéristique du clapet fermé (i.e. $Q = 0$).

TABLEAU 7.6 : Calculs de l'application d'un volant d'inertie.

t (L/a)	$\omega_t = \omega_{t-2} - \Delta\omega$ (rad/s)	Pt d'intersection (l/s; m)	η	Couple (N.m)	$\Delta\omega$ (rad/s)
0	151,8	25,0; 80	0,94	137,5	26,8
2	125,1	20,5; 53	0,93	91,6	17,8
4	107,3	11,5; 57	0,79	75,9	14,8
6	92,4	4,0; 52	0,40	55,2	10,7

TABLEAU 7.7 : Calculs de l'application d'un volant d'inertie.

Temps	2P	4P	6P	10P
ΔH (m)	27	23	28	4
Δp (Bar)	2,7	2,3	2,8	0,4

7.8.7 Coup de bélier et cavitation

La cavitation correspond au changement de phase liquide-vapeur lorsqu'un liquide voit sa pression absolue passer en dessous de sa pression de vapeur saturante à la température considérée. Ce phénomène n'est pas souhaitable car il est susceptible

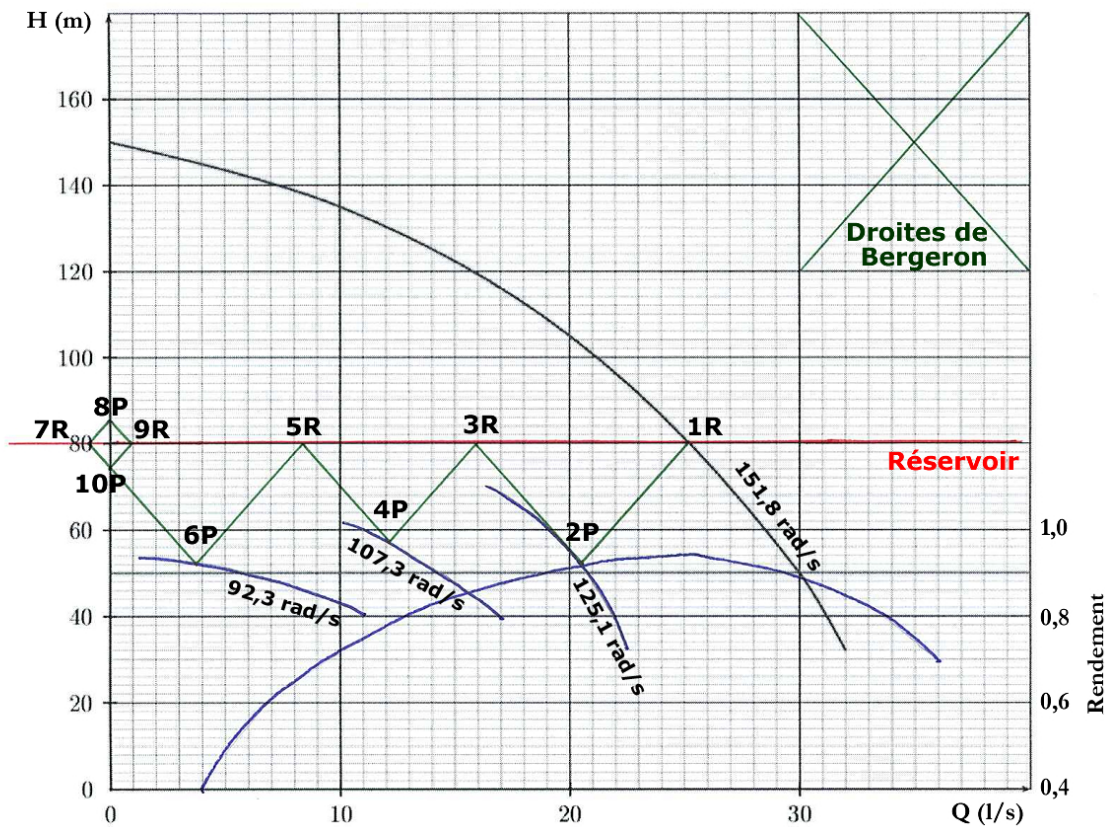


FIGURE 7.21 : Résolution graphique de l'application utilisant un volant d'inertie sur un système de pompage.

de causer les dommages suivants : (1) écaillage du revêtement intérieur en mortier de ciment, (2) pénétration d'eau souillée dans les canalisations d'eau potable [11]. Nous avons vu au paragraphe 7.8.4 que la fermeture d'une vanne en un temps très court génère des dépressions importantes. Si celles-ci entraînent le liquide jusqu'à sa pression de vapeur saturante, une cavitation apparaît. Si nous observons le graphe de la figure 7.22.a, lorsque la dépression arrive sur la vanne, la droite du relayeur croiera en premier la condition de cavitation (en C). La condition de cavitation est alors conditionnée par la relation suivante :

$$h_0 - \frac{a}{gS}Q_0 < \frac{p_V(T)}{\rho g} - 10,33 \quad (7.25)$$

où la valeur 10,33 correspond à la pression atmosphérique exprimée en mètre de colonne d'eau. Pour des conditions de température modérée (i.e. 20 °C), la pression de vapeur saturante est proche de 2340 Pa entraînant alors $p_V(T)/\rho g - 10,33 \approx -10$ m. Il s'agit là d'un ordre de grandeur pour la quantité $h_0 - aQ_0/gS$ à ne pas atteindre.

On note que le débit au point de cavitation est négatif durant la période [2,4]. Le signe négatif provient de l'orientation de l'axe des relayeurs orienté du réservoir vers la vanne. Ce signe devient positif si on considère le cas d'une alimentation d'un réservoir par une pompe pour lequel l'axe des relayeurs est alors orienté de la pompe vers le réservoir. Dans les deux cas de figure, le volume de la poche gazeuse croît du point de changement de régime et remonte vers le réservoir.

qui peut s'exprimer à partir de la relation (7.26) :

$$h\left(\frac{2L}{a}\right) = h_0 - \frac{a}{gS} \left(Q_0 \left[1 - \frac{2L}{at_f} \right] - Q_0 \right)$$

Après simplification, on peut écrire la valeur de la surpression, $\Delta h = h - h_0 = \frac{2LQ_0}{gSt_f}$.

On obtient alors la formule de Michaud :

$$\Delta p = \frac{2\rho Lu_0}{t_f}$$

Rappelons-nous cependant que cette formule est basée sur une fermeture linéaire de la vanne, ce qui n'est pas le cas dans la pratique. La formule de Michaud conserve uniquement un intérêt théorique.

Bibliographie sommaire

— Mécanique des Fluides et des Milieux Continus

- ◇ **Mécanique des Milieux Continus**
J. Coirier, Dunod
- ◇ **Mécanique des Fluides**
S. Candel, Dunod Université
- ◇ **Physique théorique - Tome 6 - Mécanique des Fluides**
L. Landau et E. Lifchitz, Ed. Librairie du globe Ed. Mir.
- ◇ **Mécanique expérimentale des Fluides**
R. Comolet, Ed. Masson
- ◇ **An Introduction to Fluid Dynamics**
G. K. Batchelor, Cambridge Mathematical Library
- ◇ **Boundary layer theory**
H. Schlichting et K. Gersten — 8th revised and enlarged edition, Ed. Springer.

— Les Pompes

- ◇ **Know and Understand Centrifugal Pumps**
L. Bachus & A. Custodio, Ed. Elsevier
- ◇ **Techniques de l'Ingénieur**
- ◇ **Les pompes centrifuges - Conceptions, règles d'utilisation**
Encyclopédie des sciences et des techniques industrielles, Section techniques modernes. Édition Nathan.
- ◇ **Machine à fluide - Principe et fonctionnement**
M. Pluviose, Ed. Ellipse
- ◇ **Pompes, ventilateurs, compresseurs**
A. de Kováts et G. Desmur, Ed. Dunod
- ◇ **Les pompes centrifuges**
M. Chicha, Les presses de l'Université de Montréal
- ◇ **Machines hydrauliques**
L. Bergeron, Dunod
- ◇ **Mémento Technique**
LMT, Division Électro-Hydraulique
- ◇ **Les pompes centrifuges - Conceptions, règles d'utilisation**
Pompes Guinard/Nathan
- ◇ **Hydraulique urbaine - Tome II**

A. Dupont, Eyrolles Editeur-Paris

- ◇ **Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery**
S.L. Dixon, Edition Butterworth Heinemann.
- ◇ **Preliminary Design of Turbopumps and related Machines**
G.F. Vislicenus, 1986, NASA Rapport 1170.
- ◇ **Hydrodynamics of pumps**
C.E. Brennen, 1994, Concepts ETI, Inc and Oxford University Press.

— **Les Vannes**

- ◇ **Hydraulics of pipelines – Pumps, valves, cavitation, transients**
J. P. Tullis, 1989, John Wiley & Sons, Inc.
- ◇ **Valve Handbook (2nd Edition)**
P. L. Skousen, 2004, McGraw-Hill Handbooks.

— **Phénomènes transitoires dans les conduites**

- ◇ **Hydraulique unidimensionnelle - Partie 2**
P. Pernès, Ed. Cemagref
- ◇ **Le coup de bélier**
Savoir-Faire KSB, volume 1

Bibliographie

- [1] Accumulateurs hydropneumatiques, hydac. www.hydac.com/de-fr/produits/accumulateurs-hydropneumatiques.html. Accédé le 01/02/2017.
- [2] Comment choisir une pompe centrifuge? <http://genie.industriel.iaa.free.fr/telechargements/doc.techniques/calpeda.pdf>. Accédé le 10/04/2017.
- [3] Direct industry. www.directindustry.fr. Accédé le 30/06/2017.
- [4] Fundamentals! pumps that is. <http://www.pumpfundamentals.com>. Accédé le 30/06/2017.
- [5] Nf en 805 juin 2000 – alimentation en eau ; exigences pour les réseaux extérieurs aux bâtiments et leurs composants. <https://www.boutique.afnor.org/normes>. Accédé le 26/02/2018.
- [6] Norme iso 5167 – mesure de débit des fluides au moyen d'appareils déprimogènes insérés dans des conduites en charge de section circulaire. <https://www.boutique.afnor.org/normes>. Accédé le 14/04/2017.
- [7] Piping engineering. www.piping-engineering.com. Accédé le 30/06/2017.
- [8] Piscine info service. <https://piscineinfoservice.com>. Accédé le 28/09/2018.
- [9] Pompes centrifuges monocellulaires à volute – sihi. www.sterlingsihi.com. Accédé le 30/06/2017.
- [10] Norme iec 60609 : Turbines hydrauliques, pompes d'accumulation et pompes-turbines – evaluation de l'érosion de cavitation., 2004.
- [11] *Le coup de bélier - savoir-faire KSB - Volume 1*. 2010.
- [12] I. H. ABBOTT and A. E. VON DOENHOFF. *Theory of Wing Sections*,. Dover New-York, 1959.
- [13] E. ACHENBACH. *Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder*. *J. Fluid Mech.*, 65 :321–335, 1974.
- [14] E. ACHENBACH. *The Effects of Surface Roughness and Tunnel Blockage on the Flow Past Spheres*. *J. Fluid Mech.*, 65 :113–125, 1974.
- [15] J. D. ANDERSON. *Fundamentals of aerodynamics*. McGraw-Hill, 3^{ème} édition, 2001.
- [16] L. BACHUS and A. CUSTODIO. *Know and understanding centrifugal pumps*. Elsevier Advanced Technology, 2003.

- [17] S. BARBER, S. HAAKE, and M. CARRÉ. *Using CFD to understand the effects of seam geometry on soccer ball aerodynamics- The engineering of Sport 6 - Volume 2 : developments and disciplines*. Springer, 2006.
- [18] D. BERGERON. *Environmental Engineers' Handbook*. CRC Press, 2^{nde} edition, 1997.
- [19] L. BERGERON. *Machines hydrauliques*. Dunod, 4^{ème} edition, 1928.
- [20] H. BLASIUS. *Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung*. *Z. Math. Physik*, 56 :1–37, 1908.
- [21] W. BOHL. *Stromungsmaschinen Berechnung und Konstruktion*. Vogel Buchverlag Wurzburg.
- [22] B. E. BOSSERMAN, A. ALI, and I. M. SCHURAYTZ. *Butterfly valves : torque, head loss and cavitation analysis – Manual of water supply practices*. M49 Second Edition, 2001.
- [23] C. E. BRENNEN. *Hydrodynamics of pumps*. Concepts ETI 1994 / Oxford Science Publications, 1994.
- [24] E. BUCKINGHAM. *On physically similar systems. Illustrations of the use of dimensional equations*. *Physical Review*, 4 :345–376, 1914.
- [25] R. CAMERER. *Z. ges. Turbinenwes.*, 1915.
- [26] A.D.S. CARTER and H.P. HUGHES. *A Theoretical Investigation Into the Effect of Profile Shape on the Performance of Airfoils in Cascade*. ARC Report No. 2384, 1946.
- [27] DS. CHAMIEH. *Forces on a whirling centrifugal pump-impeller*. PhD thesis, Calif. Inst. of Tech. (Division of Engineering and Applied Science), 1983.
- [28] R. COMOLET. *Mécanique expérimentale des fluides - Tome II : Dynamique des fluides réels*. Masson, 4^{ème} edition, 1994.
- [29] P. COUSSOT and J.L. GROSSIORD. *Comprendre la rhéologie, de la circulation du sang à la prise du béton*. EDP Sciences, 2001.
- [30] T.N. CROUCH, D. BURTON, N.A.T. BROWN, M.C. THOMPSON, and J. SHERIDAN. *Flow topology in the wake of a cyclist and its effect on aerodynamic drag*. *J. Fluid Mech.*, 748 :5–35, 2014.
- [31] Collectif d'auteurs. *Memento Technique*. Edition Le Matériel Téléphonique – Division Électro-hydraulique, 1975.
- [32] S.L. DIXON. *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*. Butterworth-Heinemann, 4^{ème} edition, 1998.
- [33] L. DUCLOS. *Pompes hydro et appareils d'élévation*.
- [34] A. DUPONT. *Hydraulique urbaine*. Eyrolles, 2^{ème} edition, 1969.
- [35] L. P. ERM. *Dynamic testing of aircraft models in water tunnel*. *15th Australasian Fluid Mechanics Conference, Sidney, Australia, 13-17 Dec.*, 2004.
- [36] H. BACHMANN et al. *Vibration problems in structure : practical guidelines*. Birkhauser, 1995.
- [37] J. FAY. *Industrie et Technologie*, 910, 2009.

- [38] J.-P. FAYEULLE. *Les pompes rotodynamiques – Principes et applications*. Auteur indépendant – ISBN 2-9522885-0-X, 2004.
- [39] J.H. FERZIGER and M. PERIĆ. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, Berlin (Allemagne), 3^{ème} édition, 2002.
- [40] Fisher. *Tecnologias fisher para el control de la cavitacion – soluciones para problemas de cavitacion*. www.directindustry.fr. Accédé le 10/04/2020.
- [41] Emerson – Fisher. *Manuel de la vanne de régulation* (5^{ème} édition).
- [42] K. FISHER and D. THOMA. *Investigation of the flow conditions in a centrifugal pump*. *Trans. ASME, Hydraulics*, 54 :141–155, 1932.
- [43] RNED-HA (Montpellier (FRA)). *Les stations de pompage individuelles pour l'irrigation*. CEMAGREF (Gap - FRA), 1996.
- [44] P.L. FRAENKEL. *Les machines élévatoires*. Bulletin FAO (www.fao.org), 1994.
- [45] C. GAILLARDREAU. *Débitmètres à pression différentielle*. *Techniques de l'Ingénieur*, Vol. R2–220 :1–16, 1999.
- [46] P. GHILARDI and A. PAOLETTI. *Additionnal viscoelastic pipes as pressure surges suppressors*. 5th Int. Conf. Pressure Surges, Hannover, Germany, 22-24 Sept., pages 113–121, 1986.
- [47] N.S. GOVINDA RAO, K. SEETHARAMIAH, Ramaprasad, and R. NARAYANAN. *A few studies on cavitation in centrifugal type pumps*. In *Proceedings of the First Australasian Conference Held at the University of Western Australia*, pages 259–277, 1964.
- [48] E. GUYON and J.P. HULIN. *Ce que disent les fluides*. Belin - pour la science édition, 2005.
- [49] G. HAGEN. *Über die Bewegung des Wassers in engen zylindrischen Röhren*. *Pogg. Ann. Bd.*, 46 :423–442, 1839.
- [50] J. JAWHAR, E. HADJ-TAIEB, and C. THIRRIOT. *Influence de l'élasticité de la paroi sur l'évolution des ondes de pression dans les réseaux de conduites*. *Mechanics and Industry*, 9 :33–42, 2008.
- [51] S. KRAJNOVIĆ, H. HEMIDA, and B. DIEDRICHS. *Time-dependent simulations for the directional stability of high speed trains under the influence of cross winds or cruising inside tunnels*. In *Proceedings of SIA – Fluid Dynamics Applications in Ground Transportation*, Lyon, Oct. 2005.
- [52] F. KREITH. *The CRC Handbook of Mechanical Engineering – Chapter Three : Fluid Mechanics*. CRC – second edition, 2004.
- [53] W. LEDERLE. *Engine and Pump Factory*. Freiburg, Company catalogue, 1900.
- [54] J. LIENHARD. *Synopsis of Lift, Drag, and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinders*. Washington State University, College of Engineering Bulletin No. 300, 1966.
- [55] V. S. LOBANOFF and R. R. ROSS. *Centrifugal Pumps : Design & Application (2nd Edition)*. Library of Congress Cataloging-in-Publication Data, 1985.

- [56] E. MARCHAND. *Nouvelle théorie des pompes centrifuges – Étude théorique et pratique*. Librairie E. Bernard & Cie, 53ter Quai des Grands-Augustins, 2^{nde} édition, 1896.
- [57] J.C. MARTIN, C.J. DAVIDSON, and E.R. PARDYJAK. *Understanding sprint-cycling performance : the integration of muscle power, resistance, and modeling*. *Int. J. of Physiol. Perform.*, 2(1) :5 pages, 2007.
- [58] P.J. McNULTY and I.S. PEARSALL. Cavitation inception in pumps. In *Proceedings of ASME Int. Symp. on Cavitation Inception*, 1979.
- [59] P. MOREL. *Vers une meilleure maîtrise des écoulements dans les inducteurs*. *La houille blanche*, 3/4, 2001.
- [60] Y. MOULIN. Christian hugues, minix - dispositif de réduction de vortex et de traînée induite, <http://www.minix.fr>, 2016.
- [61] Y. MOULIN. Yoann moulin, photographe, <http://www.yoannmoulin.fr>, 2016. Accédé le 01/02/2017.
- [62] Y. NAKAYAMA. *Visualised Flow*. Pergamon Press, Oxford, 1988.
- [63] Y. NAKAYAMA and R. F. BOUCHER. *Introduction to fluid mechanics*. Butterworth-Heinemann, 1999.
- [64] J. NIKURADSE. *Strömungsgesetze in Rauhen Rohren*. *Forschungsheft, Série B (n°361)*, 1933.
- [65] C. NOGER and E. SZÉCHÉNYI. Influence of vehicule shape on transient aerodynamic forces generated during passing manoeuvre. In *Proceedings of SIA – Fluid Dynamics Applications in Ground Transportation*, Lyon, Oct. 2005.
- [66] T. ONIGA. *Calcul des tuyaux*. Matemine–France, 1949.
- [67] P. PAGNIER, R. MOREL, J.Y. CHAMPAGNE, and C. HENRY. *Prédiction de l'apparition de la cavitation dans un inducteur placé en amont d'une roue centrifuge*. *La houille blanche*, 5 :13–21, 1999.
- [68] S. PALLAS, Y. MARCHESSE, C. CHANGENET, and F. VILLE. *A windage power loss model based on CFD study about the volumetric flow rate expelled by spur gears*. *Mechanics and Industry*, 13 :317–323, 2012.
- [69] J.L.M. POISEUILLE. *Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres*. *Comptes Rendus*, 11 :961–967, 1840.
- [70] E. PORTIER. *Étude de l'écoulement au travers de diffuseurs équipés de vannes de guidage ; analyse des performances et application au contrôle des débits pulsés*. Thèse de l'Université de Poitiers, 2000.
- [71] X. QIUI, D. JAPIKSE, J. ZHAO, and M.R. ANDERSON. *Analysis and Validation of a Unified Slip Factor Model for Impellers at Design and Off-Design Conditions*. *J. of Turbomachinery*, 133 :041018–1 041018–9, 2011.
- [72] R. REY, F. BAKIR, and J. POULAIN. *pompes rotodynamiques – Fonctionnement*. *Techniques de l'Ingénieur*, BM4302, 2012.
- [73] O. REYNOLDS. *An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and the law of resistance in parallel channels*. *Royal Society of London – Philosophical Transactions*, 174, 1883.

- [74] S. RISTIC. *Flow Visualisation Techniques in Wind Tunnels, Part II Optical Methods. Scientific Technical Review*, 57(2) :38–49, 2007.
- [75] S. RISTIC. *Flow Visualisation Techniques in Wind Tunnels, Part I Non Optical Methods. Scientific Technical Review*, 57(1) :39–49, 2007.
- [76] R. H. SABERSKY, A. J. ACOSTA, and E. G. HAUPTMANN. *Fluid Flow*. McMillan Publ. Co., 3^{ème} edition, 1989.
- [77] C. SCRUTON. *An Introduction to Wind Effects on Structures*. Oxford University Press, 1981.
- [78] M. S. SELIG, M.D. MAUGHMER, and D.M. SOMERS. *Natural-Laminar-Flow airfoil for General-Aviation Applications. Journal of Aircraft*, 32(4) :pp. 710–715, 1995.
- [79] H. STEL, G.D.L. AMARAL, C.O.R. NEGRAO, S. CHIVA, V. ESTEVAM, and R.E.M. MORALES. *Numerical Analysis of the Fluid Flow in the First Stage of a Two-Stage Centrifugal Pump With a Vaned Diffuser. Journal of Fluids Engineering*, 135 :pp. 071104–1071104–9, 2013.
- [80] A. STODOLA. *Steam and Gas Turbines*. McGraw-Hill New York, 1927.
- [81] P.K. SWAMEE and A.K. JAIN. *Explicit equations for pipe-flow problem. J. of Hydraulic Division*, 102(5) :657–654, 1976.
- [82] traduit du russe par Mme M. Meury. *Memento des pertes de charge – Coefficients de pertes de charge singulières et de pertes de charge par frottement*. Eyrolles, 1960.
- [83] A. TROSKOLANSKI. *Les turbopompes : théorie, tracé et construction*. Eyrolles, 1977.
- [84] J. P. TULLIS. *Hydraulics of pipelines – Pumps, valves, cavitation, transients*. John Wiley & Sons, Inc., 1989.
- [85] A. TURNER. *Leçons de Physique expérimentale de l'abbé Nollet (livre III, leçon IX)*.
- [86] M. VAN DYKE. *An album of fluid motion*. Parabolic Press, Stanford, California., 1982.
- [87] A. VASCHY. *Sur les lois de similitude en physique. Annales Télégraphiques*, 19 :25–28, 1892.
- [88] D. VOISIN. *Étude des effets du vent sur les grues à tour*. Thèse de l'Université de Nantes, 2003.
- [89] Brüel & Kjaer (Magazine WAVES). *Tunnel vision*, 2016.
- [90] W.L. WEISS. *Suggested Design Change for a Centrifugal Pump Impeller handling Dredged Mud. Report for C.E. 422 - Hydraulic Research*, 1959.
- [91] R. WHITCOMB. *A design approach and selected wind-tunnel results at high subsonic speeds for winglets wing-tip mounted winglets. Nasa Technical Note (TN D-8260)*, 1976.
- [92] F.M. WHITE. *Fluid Mechanics – Mcgraw-Hill Series In Mechanical Engineering (4th Edition)*. McGraw-Hill, 1998.
- [93] C. WIESELBERGER. *A sphere drag. Zeitschrift fur Mechanisch*, 5 :140–144, 1914.

- [94] F.J. WIESNER. *A review of slip factor for centrifugal compressors. Journal of Engineering Power, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 89 :558–572, 1967.
- [95] H. YAMAZAKI. . *Journal of Instrumentation and Control*, 10 :173, 1971.